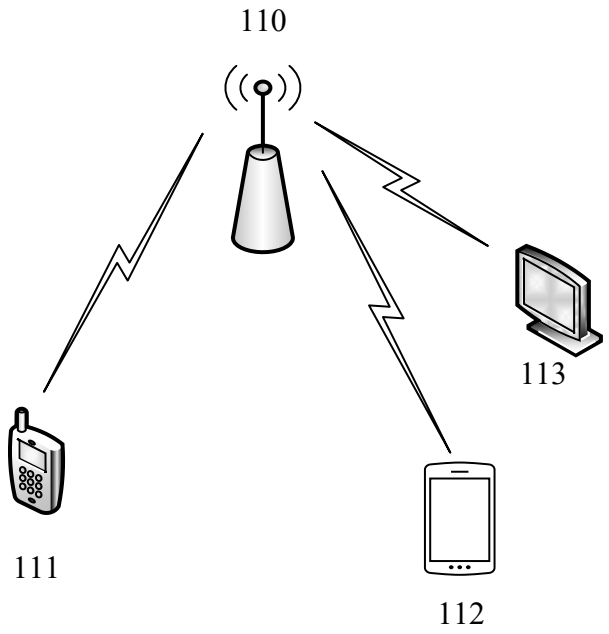

110
113
111
112

FIG. 1

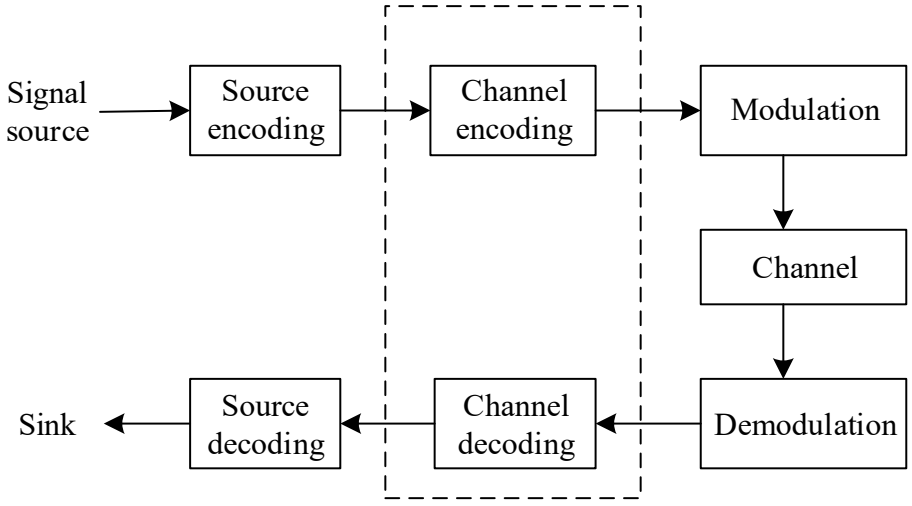

Signal source
Source encoding
Channel encoding
Modulation
Channel
Demodulation
Channel decoding
Source decoding
Sink

FIG. 2

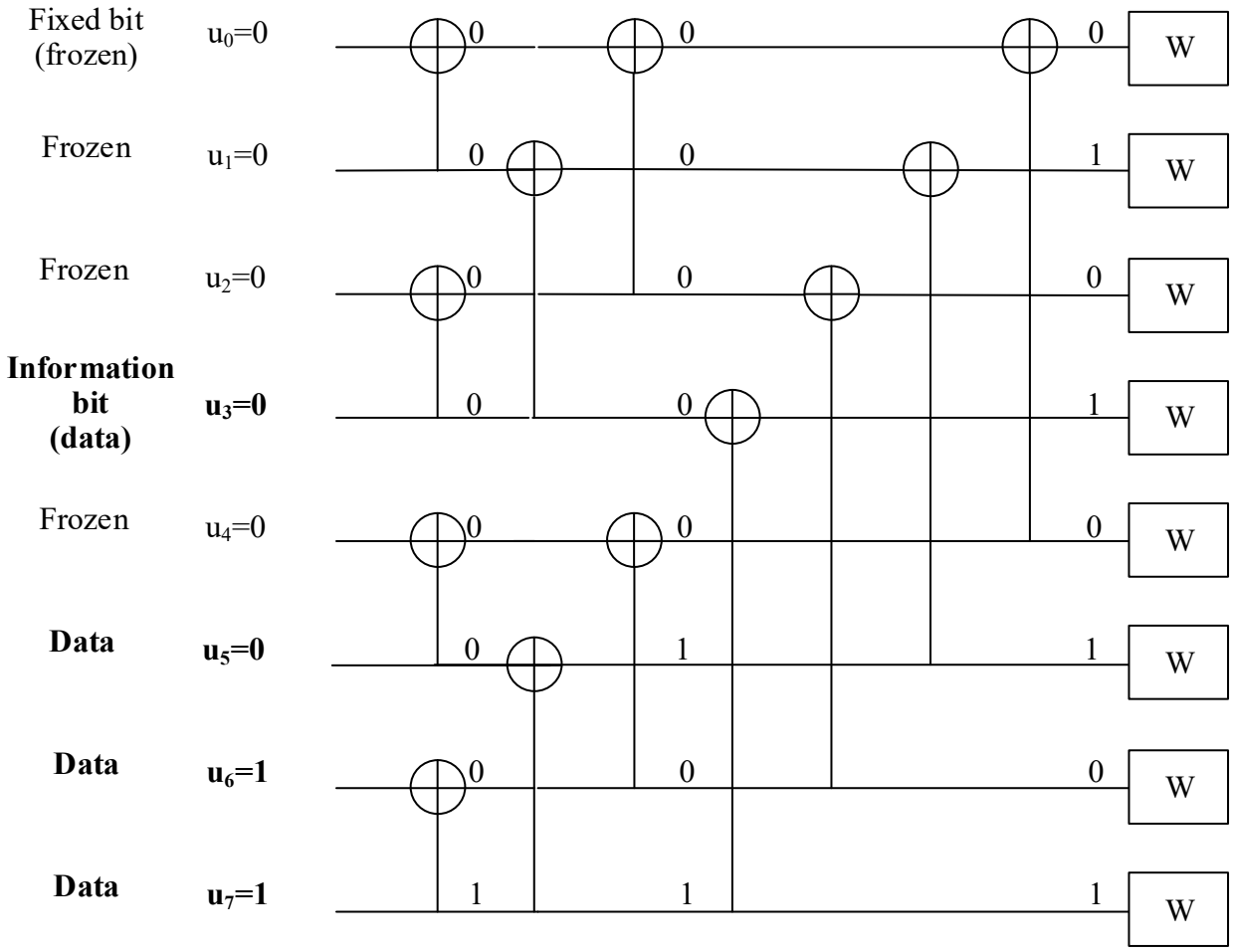

Fixed bit (frozen)
u_0=0
Frozen
u_1=0
Frozen
u_2=0
Information bit (data)
u_3=0
Frozen
u_4=0
Data
u_5=0
Data
u_6=1
Data
u_7=1
W

FIG. 3

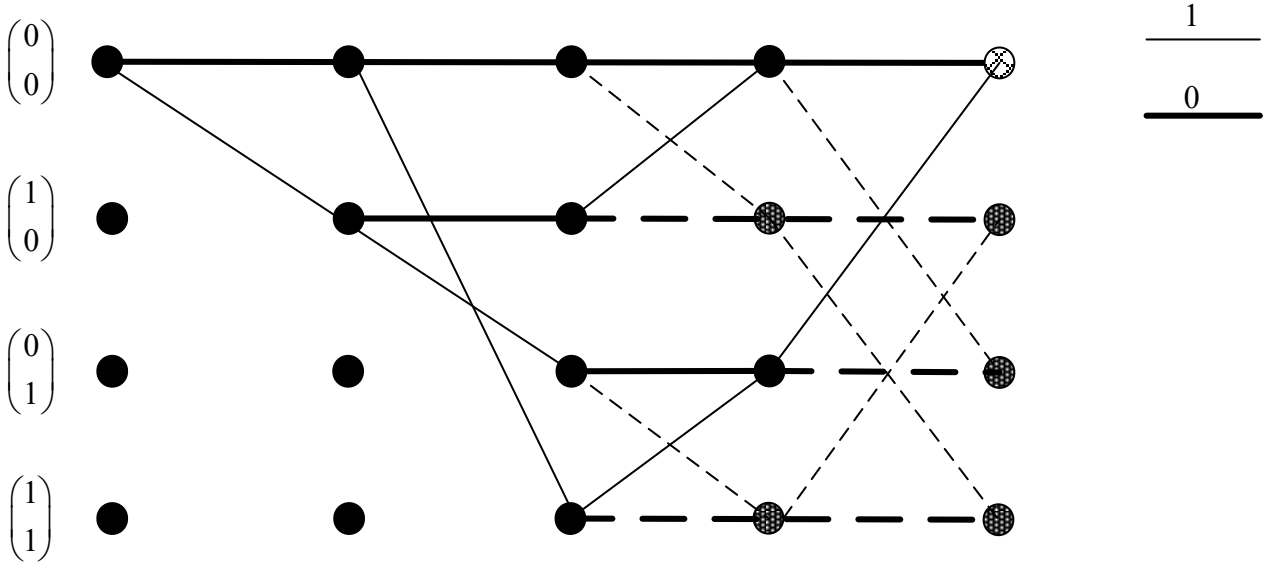

1
0

FIG. 4

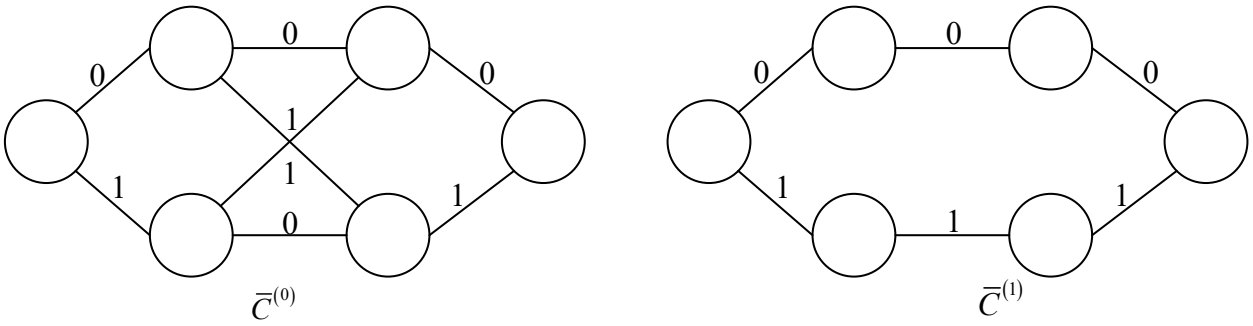


FIG. 5

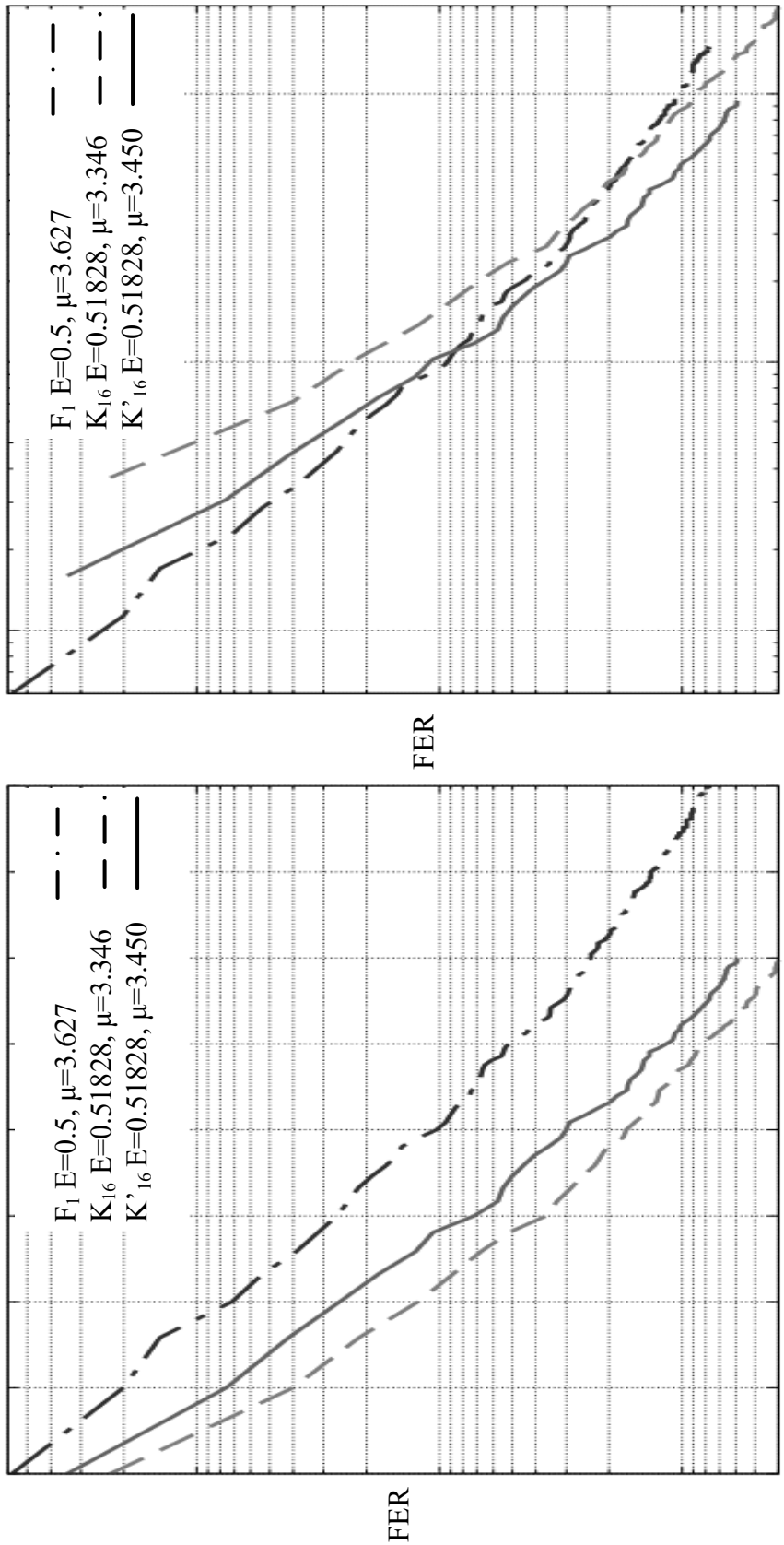

FER
L
F1 E=0.5, μ=3.627
K16 E=0.51828, μ=3.346
K'16 E=0.51828, μ=3.450
FER
Arithmetic operator
F1 E=0.5, μ=3.627
K16 E=0.51828, μ=3.346
K'16 E=0.51828, μ=3.450

FIG. 6

$$K_{16} = \begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{pmatrix}$$

FIG. 7

$$K'_{16} = \begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{pmatrix}$$

FIG. 8

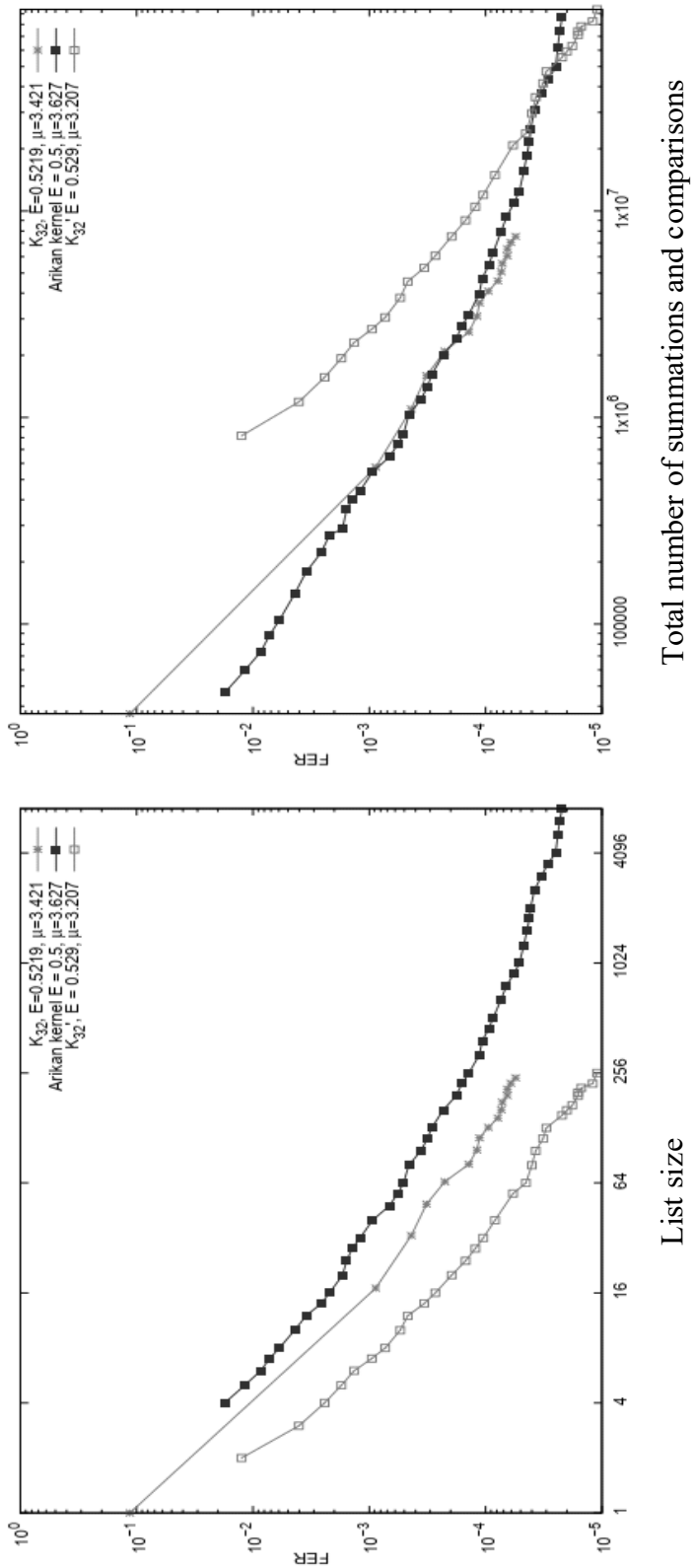

FER
List size
Total number of summations and comparisons
K_{32}, E=0.5219, μ=3.421
Arikan kernel E = 0.5, μ=3.627
K_{32}, E = 0.529, μ=3.207

FIG. 9

$$K_{32} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&1&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1
\end{pmatrix}$$

$E(K_{32})=0.5219$, $\mu(K_{32})=3.421$

FIG. 10

$$K'_{32} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
0&1&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&1&1&1&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&1&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1
\end{pmatrix}$$

FIG. 11

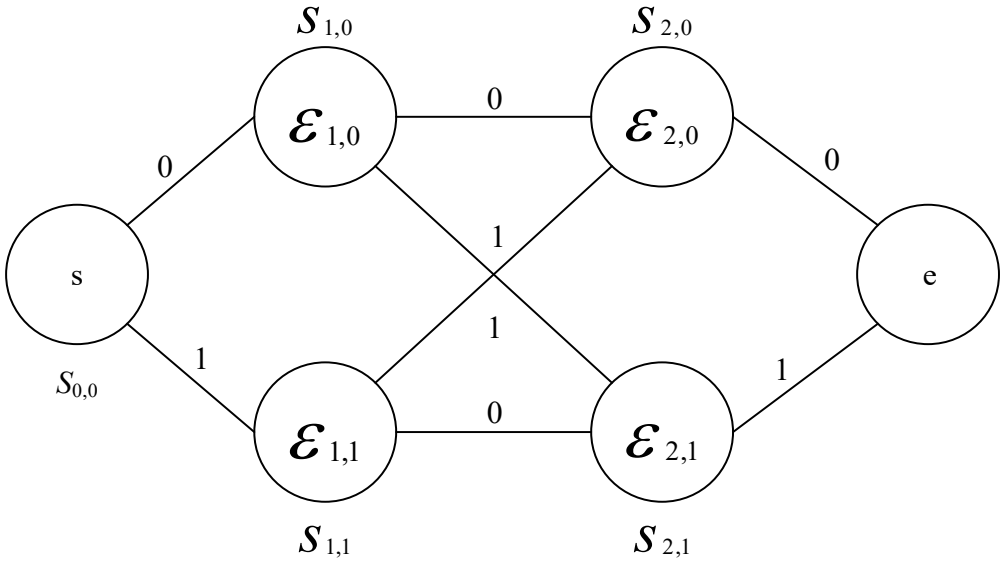


FIG. 12

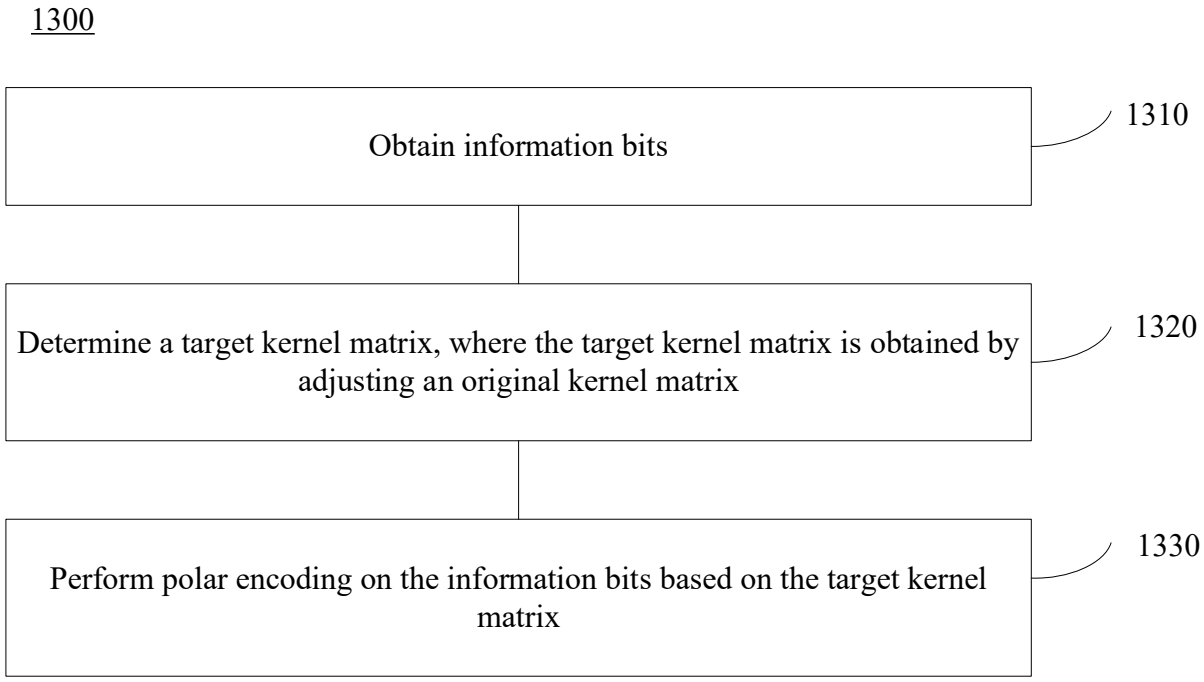

1300
Obtain information bits
1310
Determine a target kernel matrix, where the target kernel matrix is obtained by adjusting an original kernel matrix
1320
Perform polar encoding on the information bits based on the target kernel matrix
1330

FIG. 13

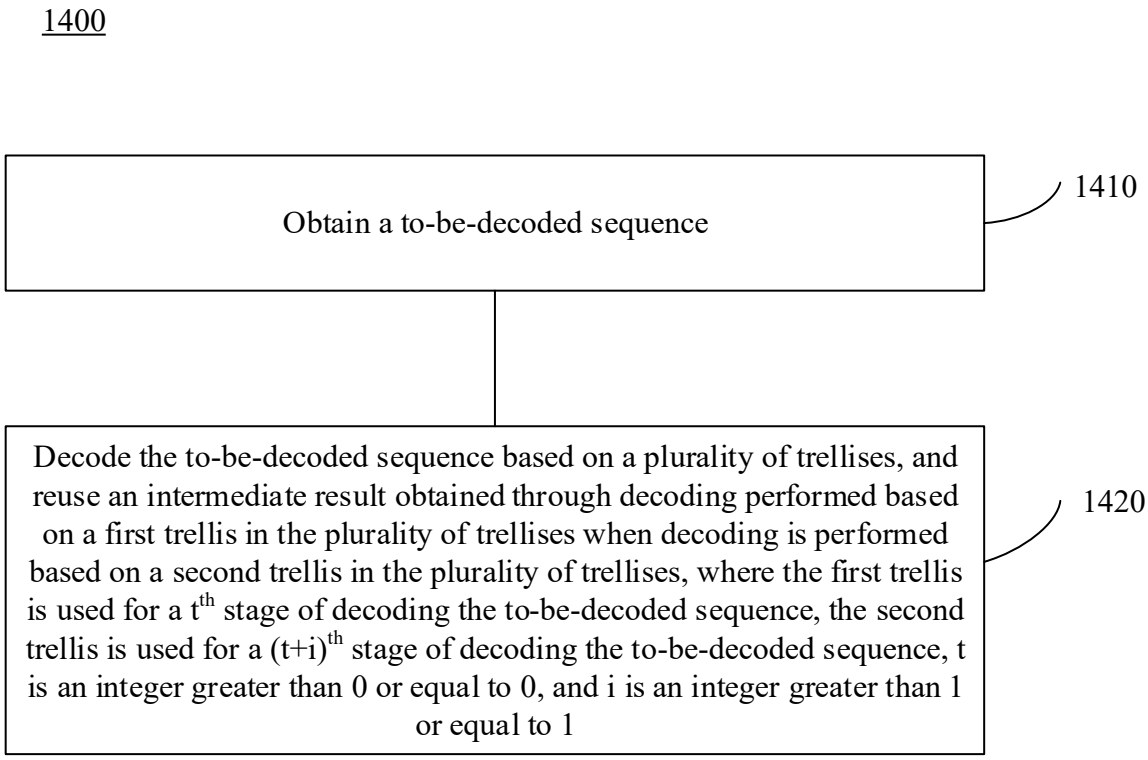

1400
Obtain a to-be-decoded sequence
1410
Decode the to-be-decoded sequence based on a plurality of trellises, and reuse an intermediate result obtained through decoding performed based on a first trellis in the plurality of trellises when decoding is performed based on a second trellis in the plurality of trellises, where the first trellis is used for a tth stage of decoding the to-be-decoded sequence, the second trellis is used for a $(t+i)^{th}$ stage of decoding the to-be-decoded sequence, t is an integer greater than 0 or equal to 0, and i is an integer greater than 1 or equal to 1
1420

FIG. 14

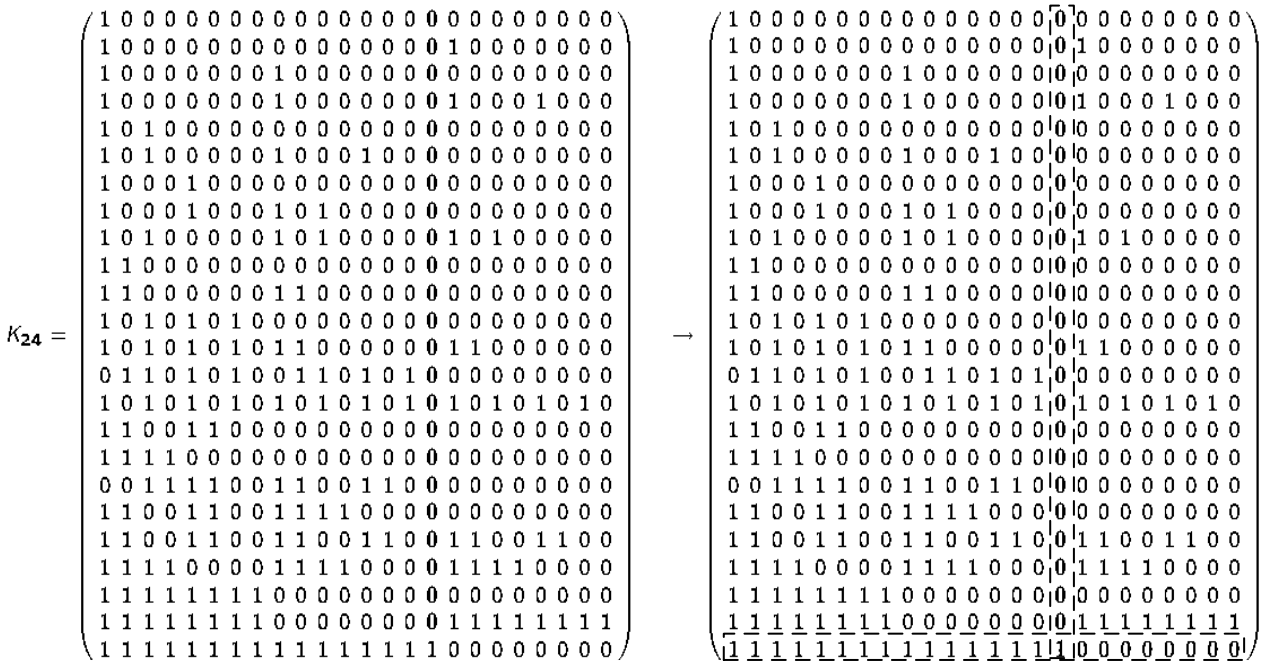


FIG. 15

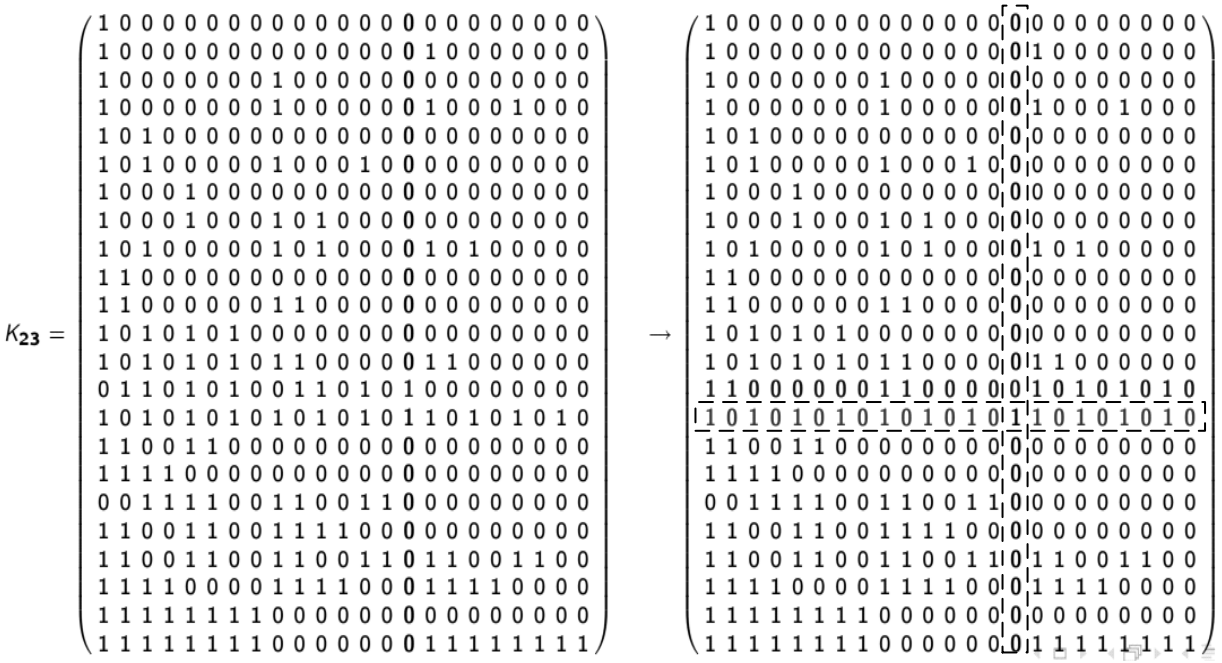


FIG. 16

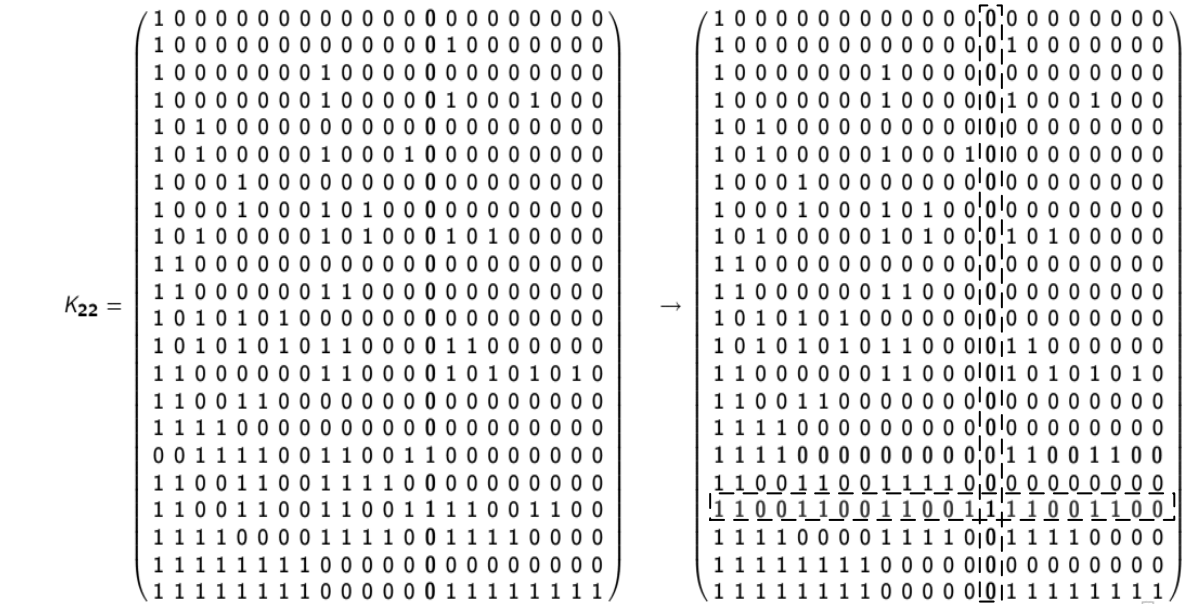


FIG. 17

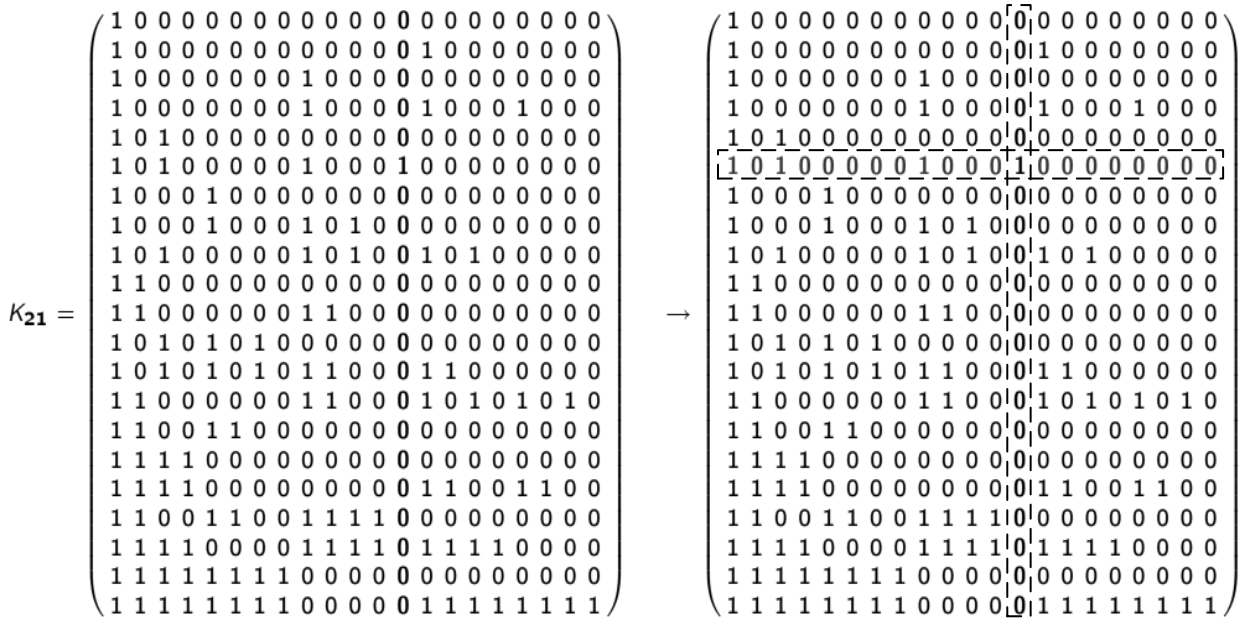


FIG. 18

$$K_{20} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1
\end{pmatrix}$$

FIG. 19

$$K_{20} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1
\end{pmatrix}$$

$E(K_{20})=0.48786$, $\mu(K_{20})=3.77148$

FIG. 20

$$K'_{20} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&1&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
0&1&1&0&1&1&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$

$E(K'_{20})=0.501395$, $\mu(K'_{20})=3.54847$

FIG. 21

$$K''_{20} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&1&1&0&0&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&1&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&1&0&1&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0\\
0&1&1&0&1&1&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$

$E(K''_{20})=0.506169$, $\mu(K''_{20})=3.43827$

FIG. 22

$K_{21,1}$, E=0.506714, μ=3.367

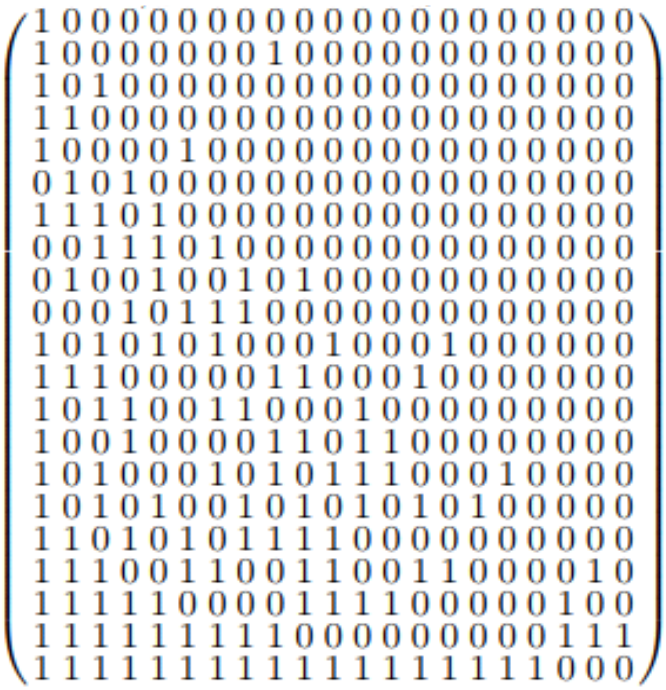


FIG. 23

$K_{21,2}$, E=0.500372, μ=3.472

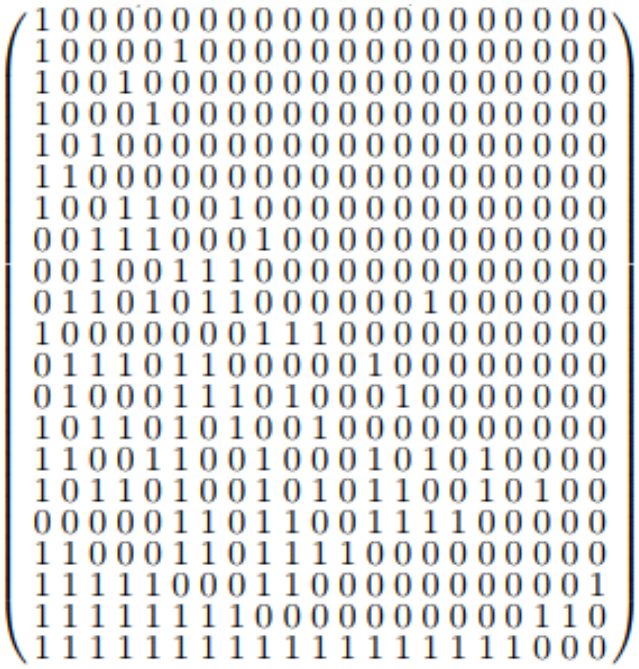


FIG. 24

$$K_{24} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$

$E(K_{24})=0.502911$, $\mu(K_{24})=3.61903$

FIG. 25

$$K'_{24} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$

$E(K'_{24})=0.511998$, $\mu(K'_{24})=3.43361$

FIG. 26

$$K''_{24} = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
0&1&1&1&0&0&1&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0&1&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&1&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$

$E(K''_{24})=0.51577$, $\mu(K''_{24})=3.304$

FIG. 27

$K_{25,1}$, E=0.516024, μ=3.287



FIG. 28

$K_{25,2}$, E=0.501048, μ=3.561

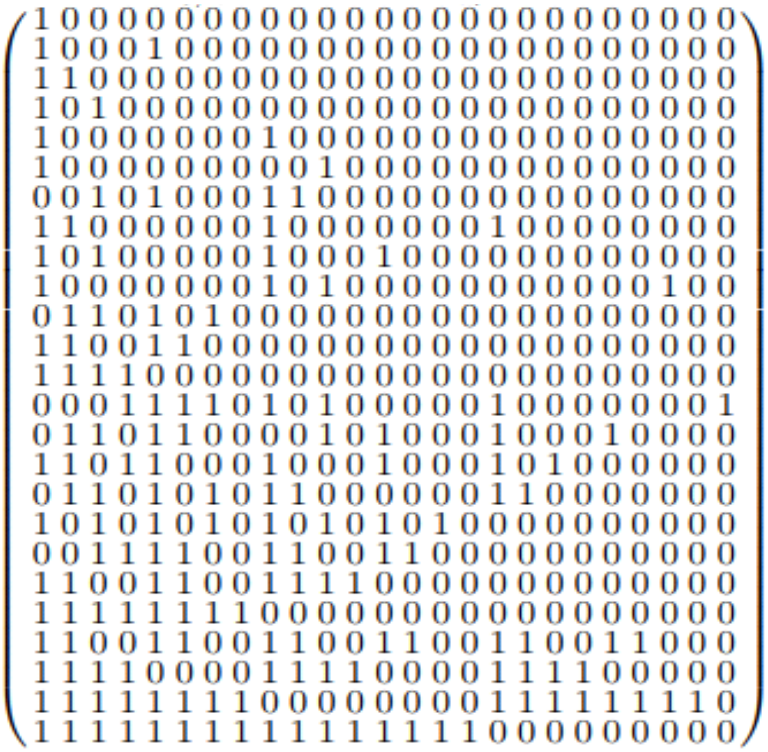


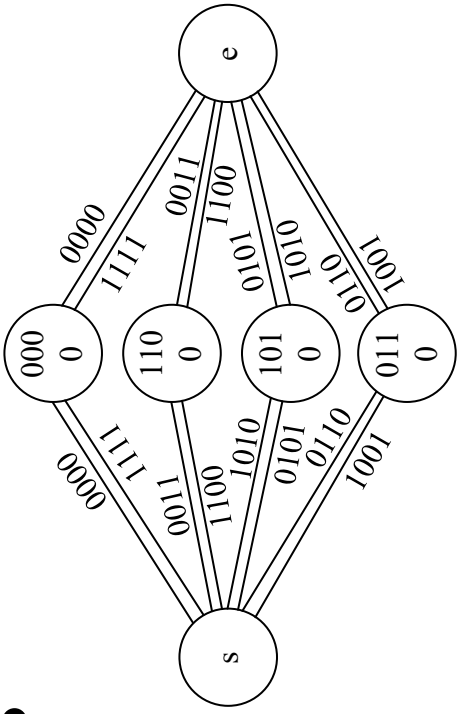
FIG. 29

$K_{28} =$



$E(K_{28})=0.501536$, $\mu(K_{28})=3.70221$

FIG. 30


e
0000
1111
0011
1100
0101
1010
0110
1001
000 0
110 0
101 0
011 0
0000
1111
1100
0011
1010
0101
0110
1001
s

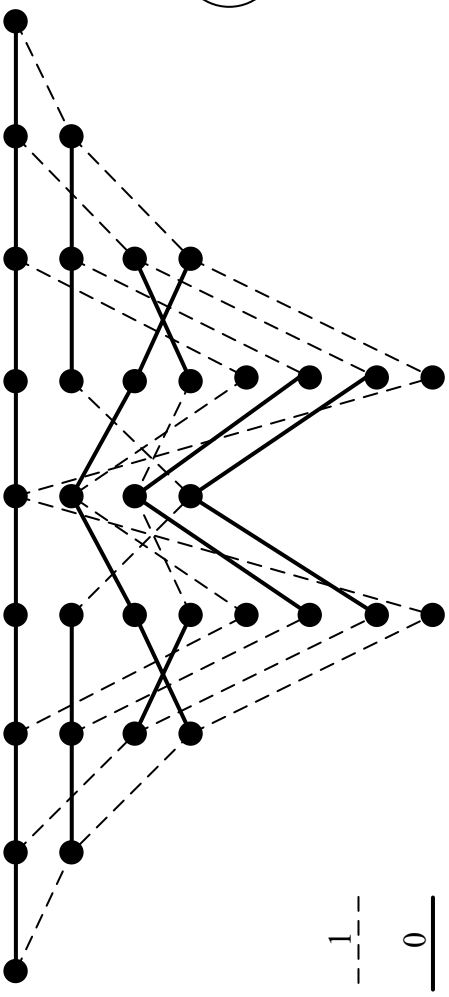

1
0

FIG. 31

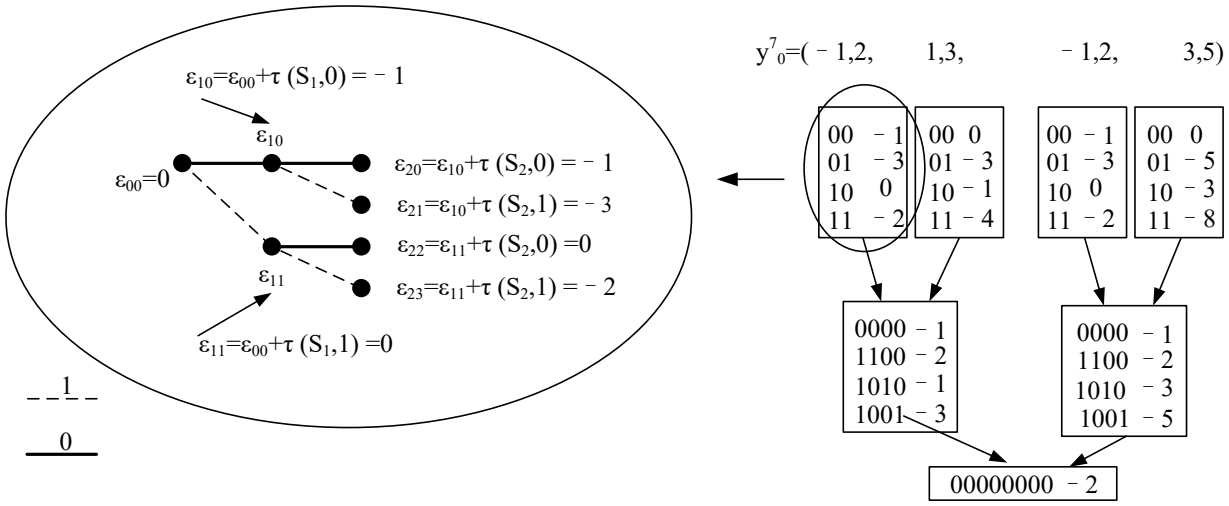

$\varepsilon_{10}=\varepsilon_{00}+\tau(S_1,0)=-1$
ε_{10}
$\varepsilon_{00}=0$
$\varepsilon_{20}=\varepsilon_{10}+\tau(S_2,0)=-1$
$\varepsilon_{21}=\varepsilon_{10}+\tau(S_2,1)=-3$
$\varepsilon_{22}=\varepsilon_{11}+\tau(S_2,0)=0$
ε_{11}
$\varepsilon_{23}=\varepsilon_{11}+\tau(S_2,1)=-2$
$\varepsilon_{11}=\varepsilon_{00}+\tau(S_1,1)=0$
1
0
$y^7{}_0=(-1,2, \quad 1,3, \quad -1,2, \quad 3,5)$
00 -1 01 -3 10 0 11 -2
00 0 01 -3 10 -1 11 -4
00 -1 01 -3 10 0 11 -2
00 0 01 -5 10 -3 11 -8
0000 -1 1100 -2 1010 -1 1001 -3
0000 -1 1100 -2 1010 -3 1001 -5
00000000 -2

FIG. 32

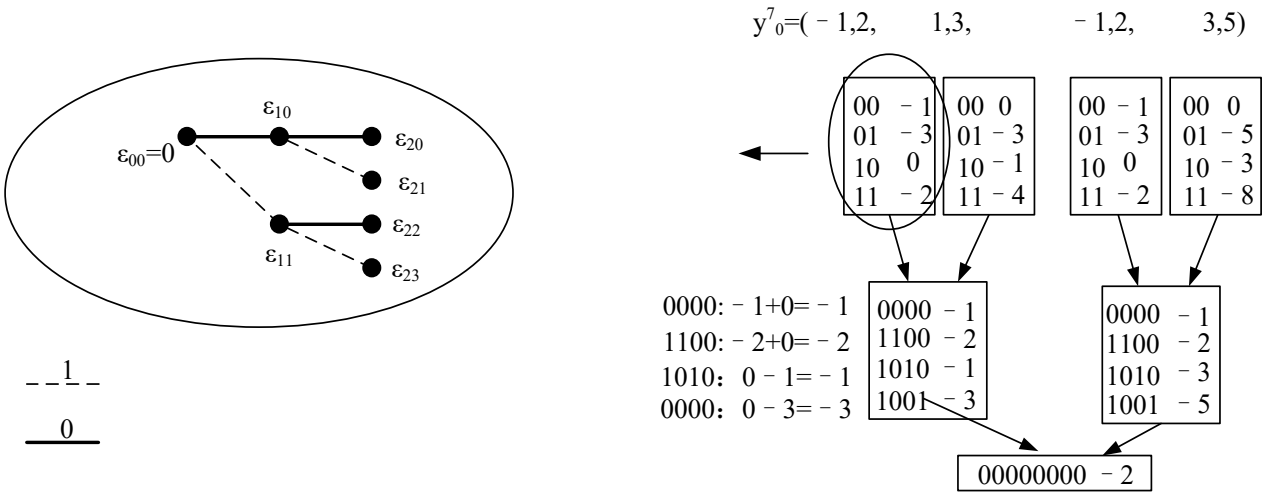

ε_{10}
$\varepsilon_{00}=0$
ε_{20}
ε_{21}
ε_{22}
ε_{11}
ε_{23}
1
0
$y^7{}_0=(-1,2, \quad 1,3, \quad -1,2, \quad 3,5)$
00 -1 01 -3 10 0 11 -2
00 0 01 -3 10 -1 11 -4
00 -1 01 -3 10 0 11 -2
00 0 01 -5 10 -3 11 -8
0000: -1+0= -1
1100: -2+0= -2
1010: 0 -1= -1
0000: 0 -3= -3
0000 -1 1100 -2 1010 -1 1001 -3
0000 -1 1100 -2 1010 -3 1001 -5
00000000 -2

FIG. 33

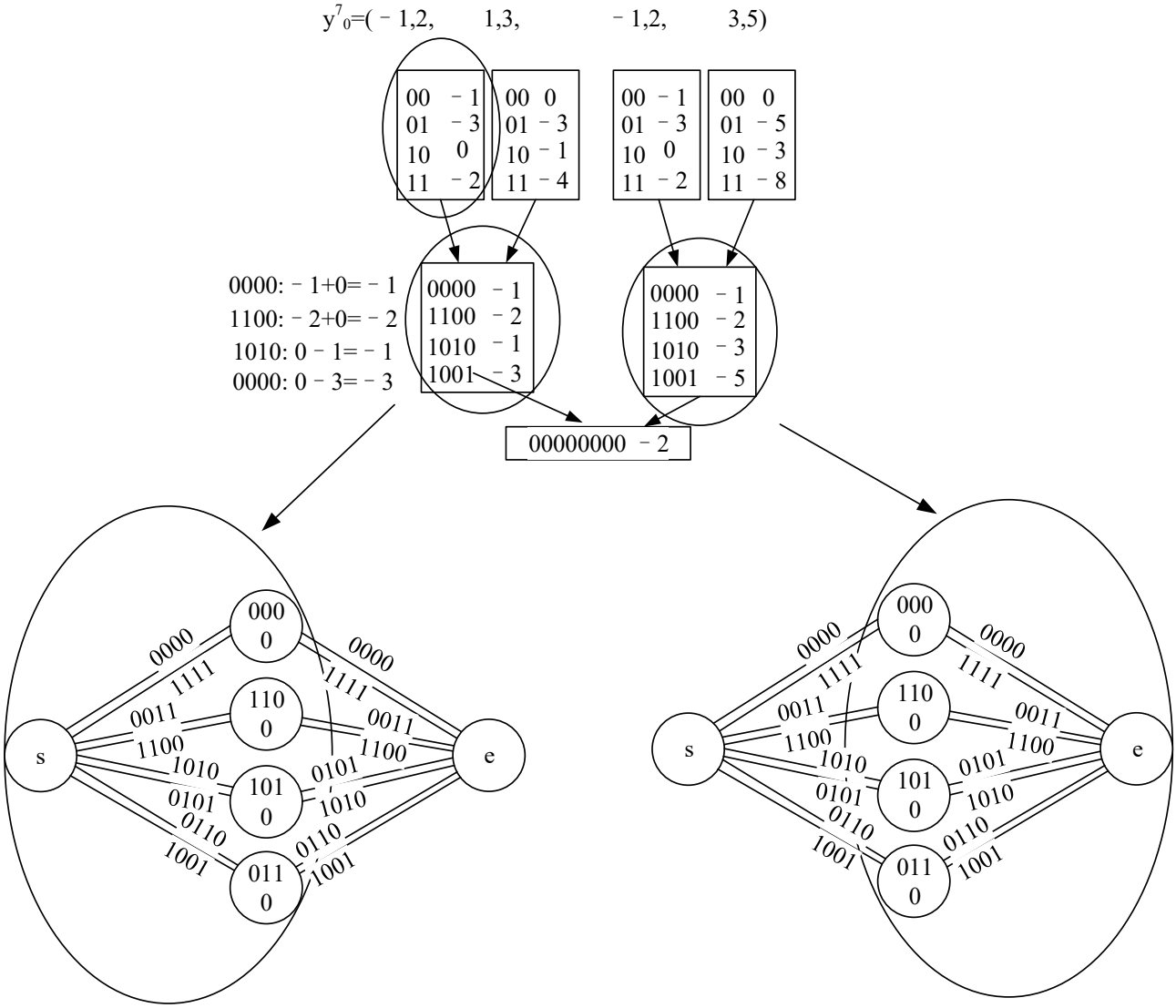

y7 0=(− 1,2, 1,3, − 1,2, 3,5)
00 − 1
01 − 3
10 0
11 − 2
00 0
01 − 3
10 − 1
11 − 4
00 − 1
01 − 3
10 0
11 − 2
00 0
01 − 5
10 − 3
11 − 8
0000: − 1+0= − 1
1100: − 2+0= − 2
1010: 0 − 1= − 1
0000: 0 − 3= − 3
0000 − 1
1100 − 2
1010 − 1
1001 − 3
0000 − 1
1100 − 2
1010 − 3
1001 − 5
00000000 − 2
s
e
000 0
110 0
101 0
011 0
0000
1111
0011
1100
1010
0101
0110
1001

FIG. 34

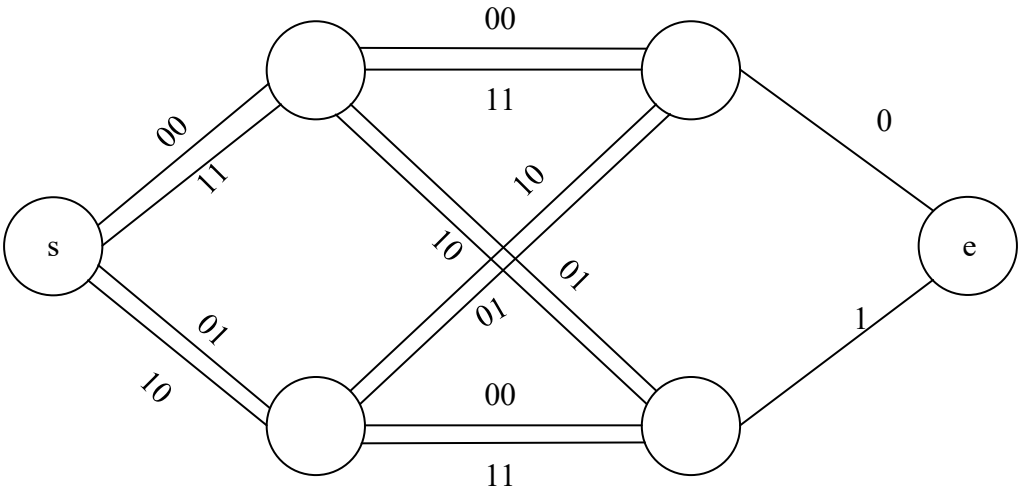


FIG. 35

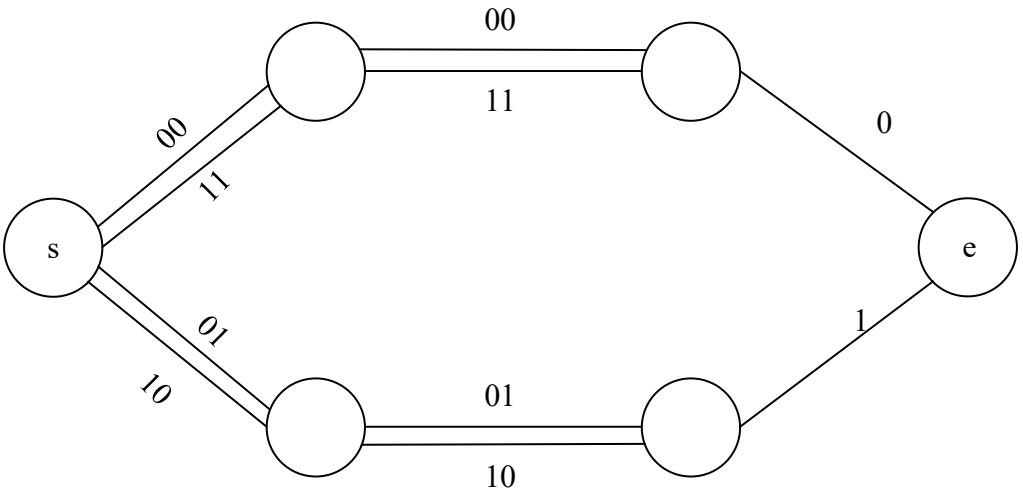


FIG. 36

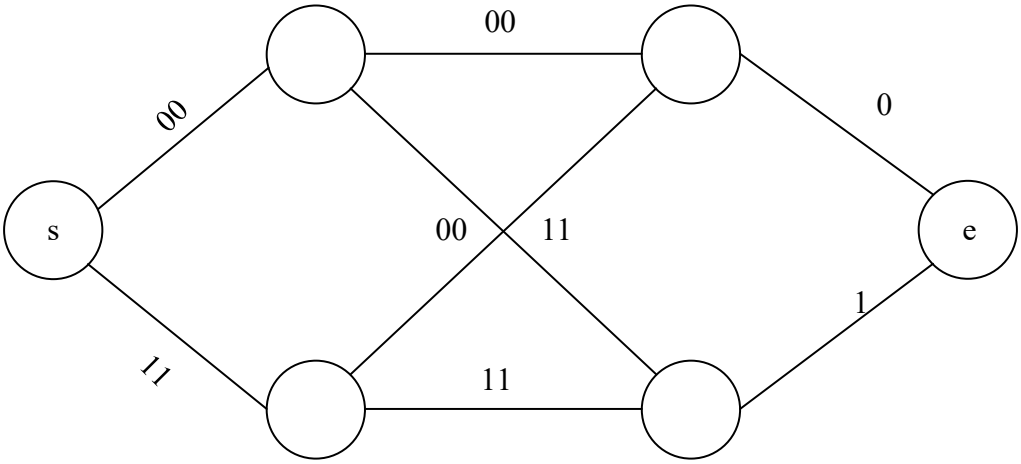


FIG. 37

$$K_1 = \begin{pmatrix}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
0&1&1&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&0&0\\
1&1&0&0&0&1&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1
\end{pmatrix}$$

FIG. 38

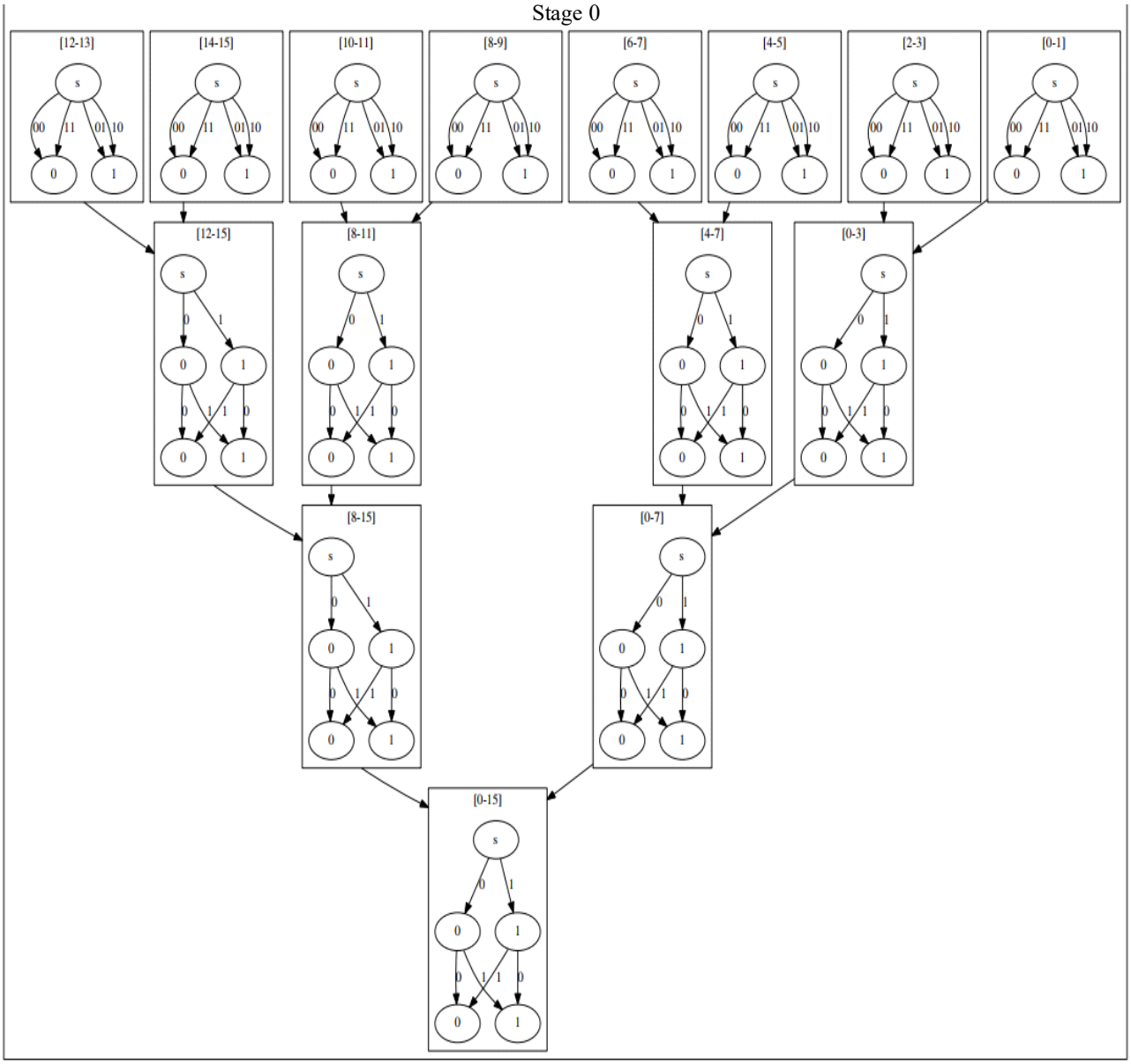


FIG. 39 (1)

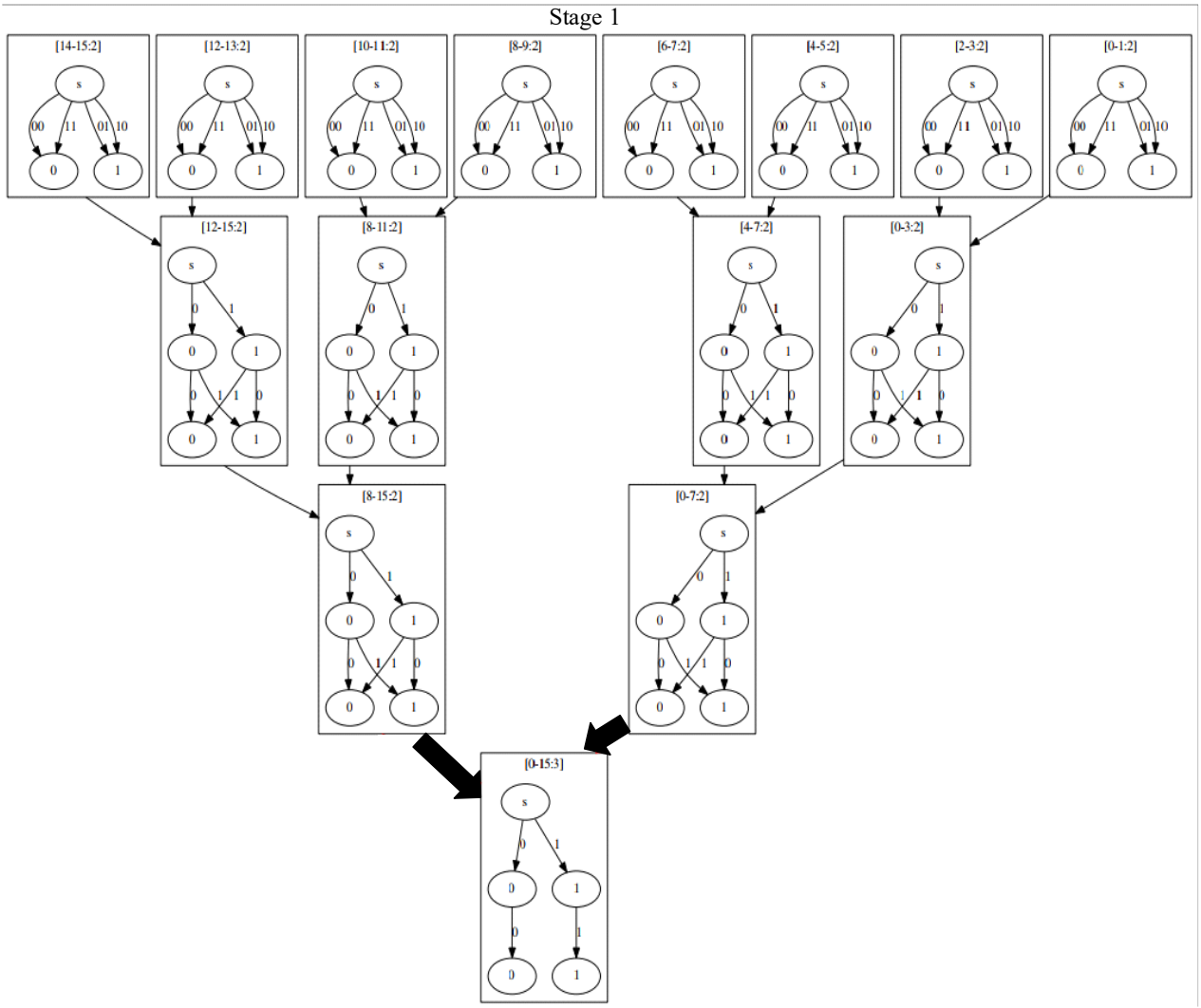

Stage 1
[14-15:2]
[12-13:2]
[10-11:2]
[8-9:2]
[6-7:2]
[4-5:2]
[2-3:2]
[0-1:2]
[12-15:2]
[8-11:2]
[4-7:2]
[0-3:2]
[8-15:2]
[0-7:2]
[0-15:3]

FIG. 39 (2)

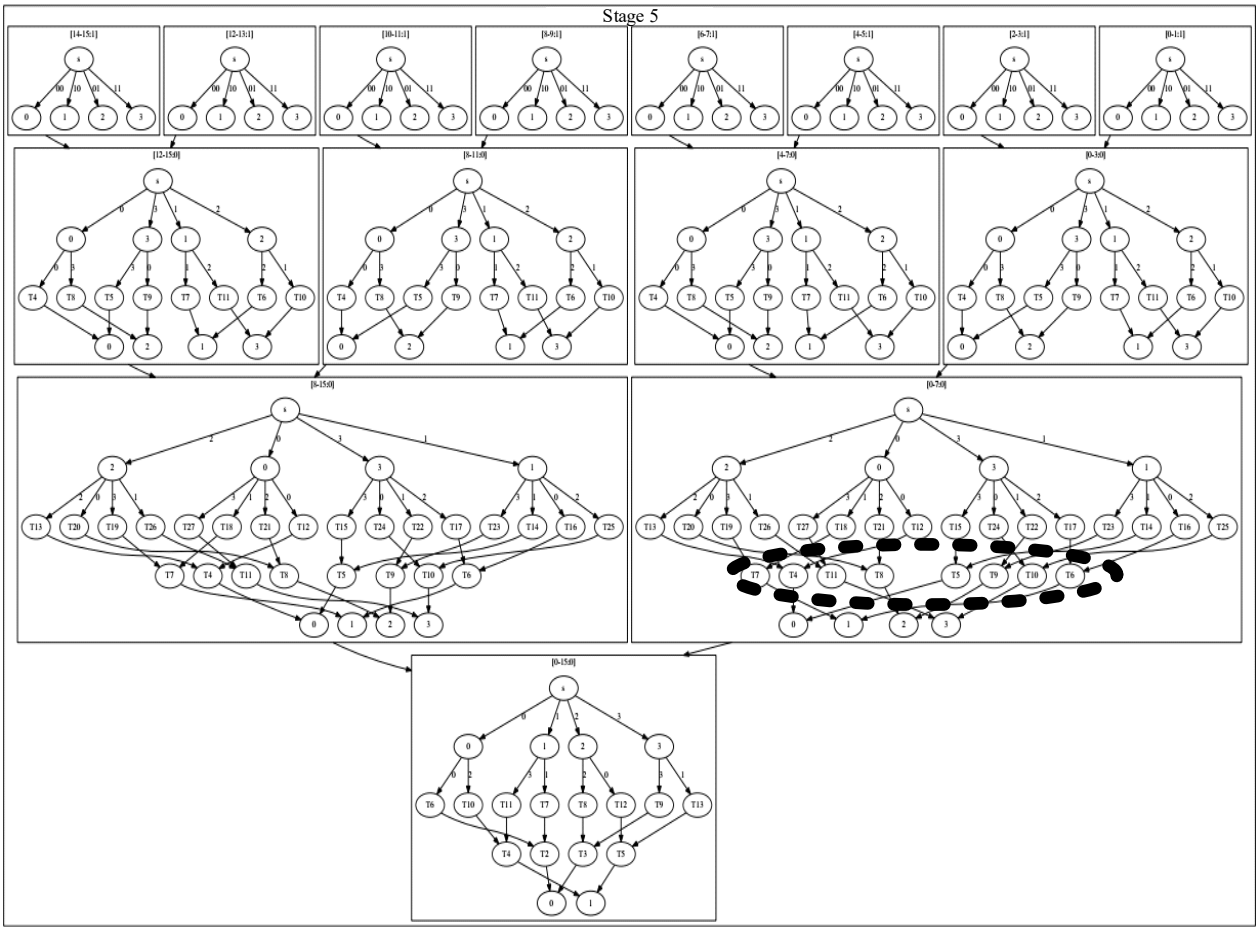


FIG. 39 (3)

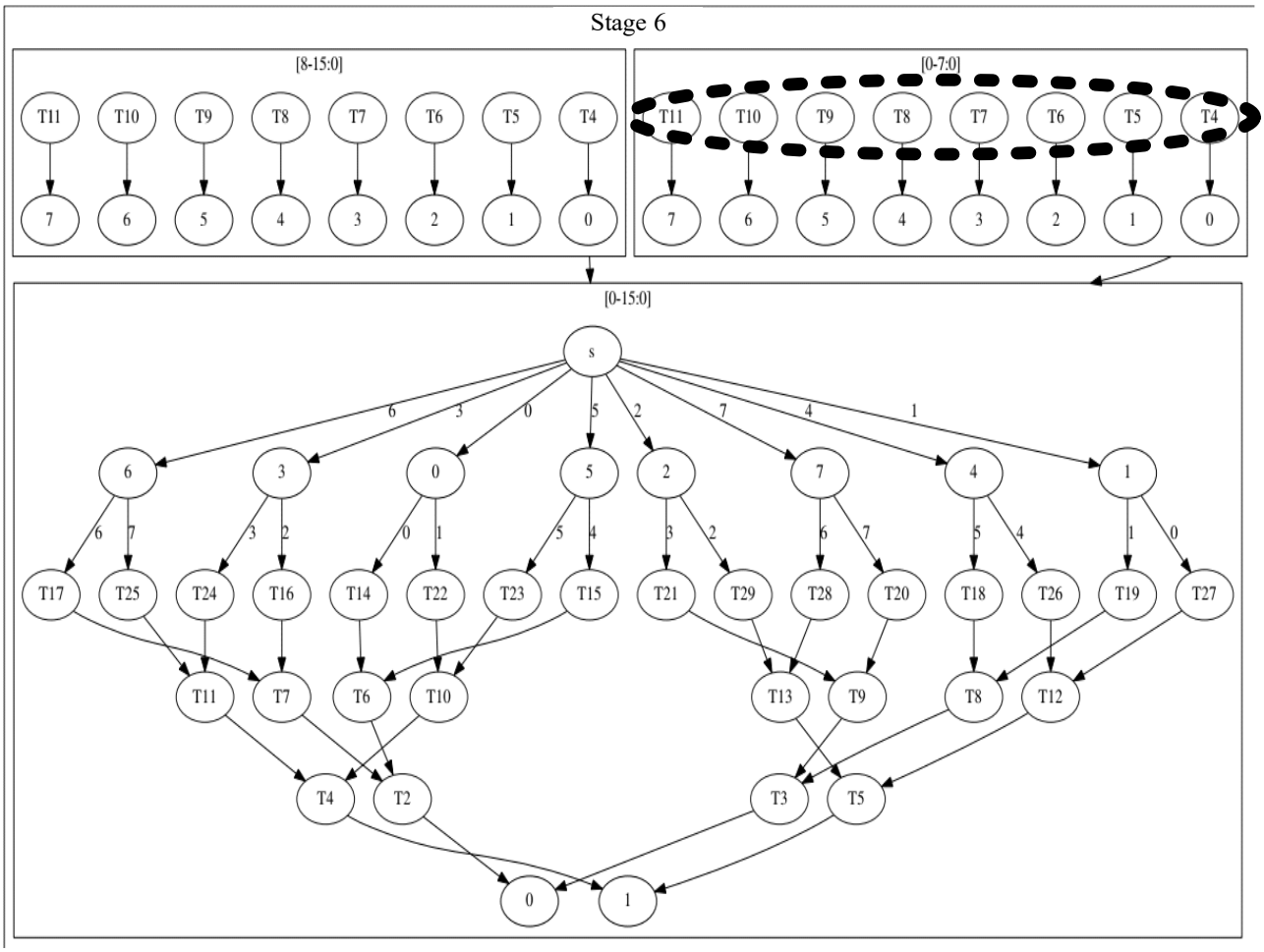

Stage 6
[8-15:0]
[0-7:0]
[0-15:0]
T11 T10 T9 T8 T7 T6 T5 T4
7 6 5 4 3 2 1 0
s
6 3 0 5 2 7 4 1
T17 T25 T24 T16 T14 T22 T23 T15 T21 T29 T28 T20 T18 T26 T19 T27
T11 T7 T6 T10 T13 T9 T8 T12
T4 T2 T3 T5
0 1

FIG. 39 (4)

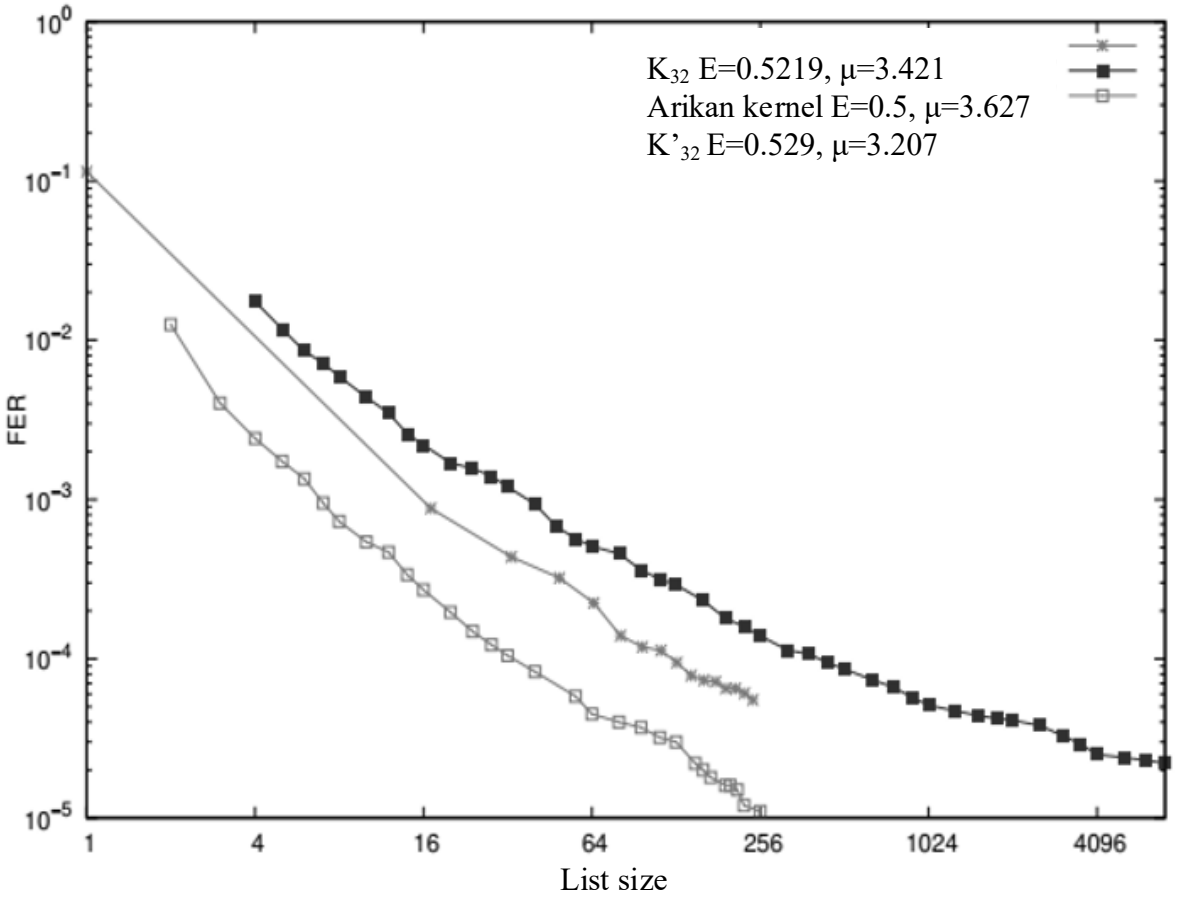

K_{32} E=0.5219, μ=3.421
Arikan kernel E=0.5, μ=3.627
K'_{32} E=0.529, μ=3.207
FER
List size
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
1
4
16
64
256
1024
4096

FIG. 40

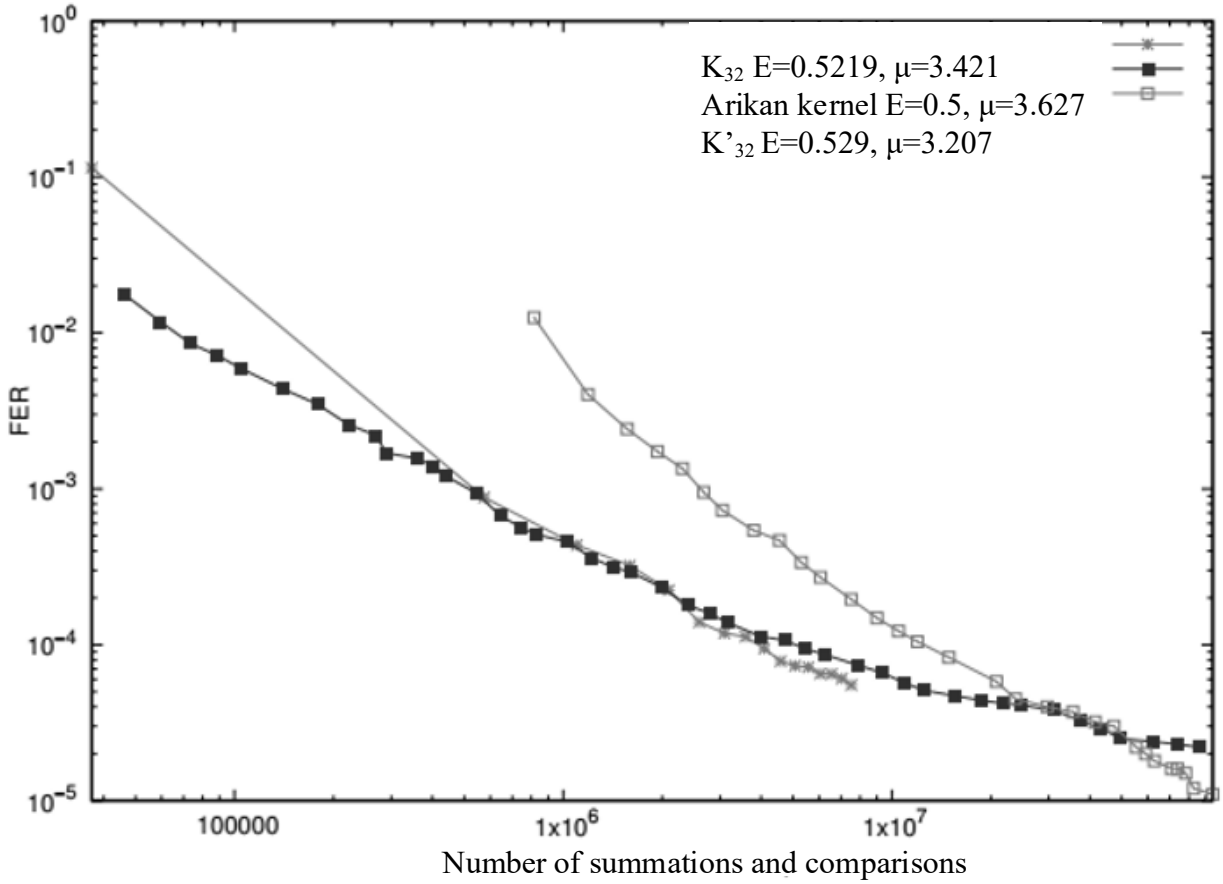

K_{32} E=0.5219, μ=3.421
Arikan kernel E=0.5, μ=3.627
K'_{32} E=0.529, μ=3.207
FER
10^{0}
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
100000
$1x10^{6}$
$1x10^{7}$
Number of summations and comparisons

FIG. 41

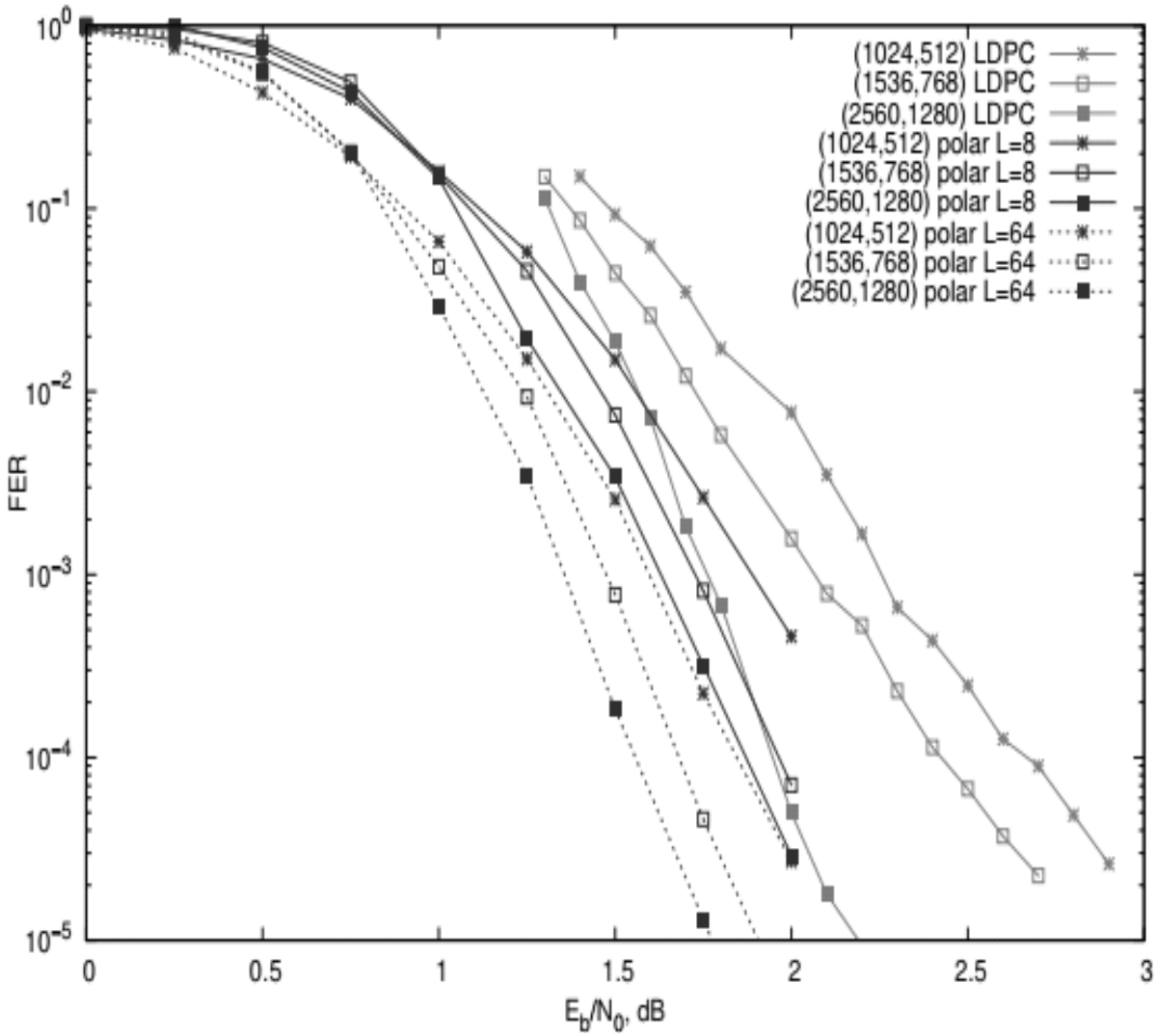

FER
E_b/N_0, dB
(1024,512) LDPC
(1536,768) LDPC
(2560,1280) LDPC
(1024,512) polar L=8
(1536,768) polar L=8
(2560,1280) polar L=8
(1024,512) polar L=64
(1536,768) polar L=64
(2560,1280) polar L=64

FIG. 42

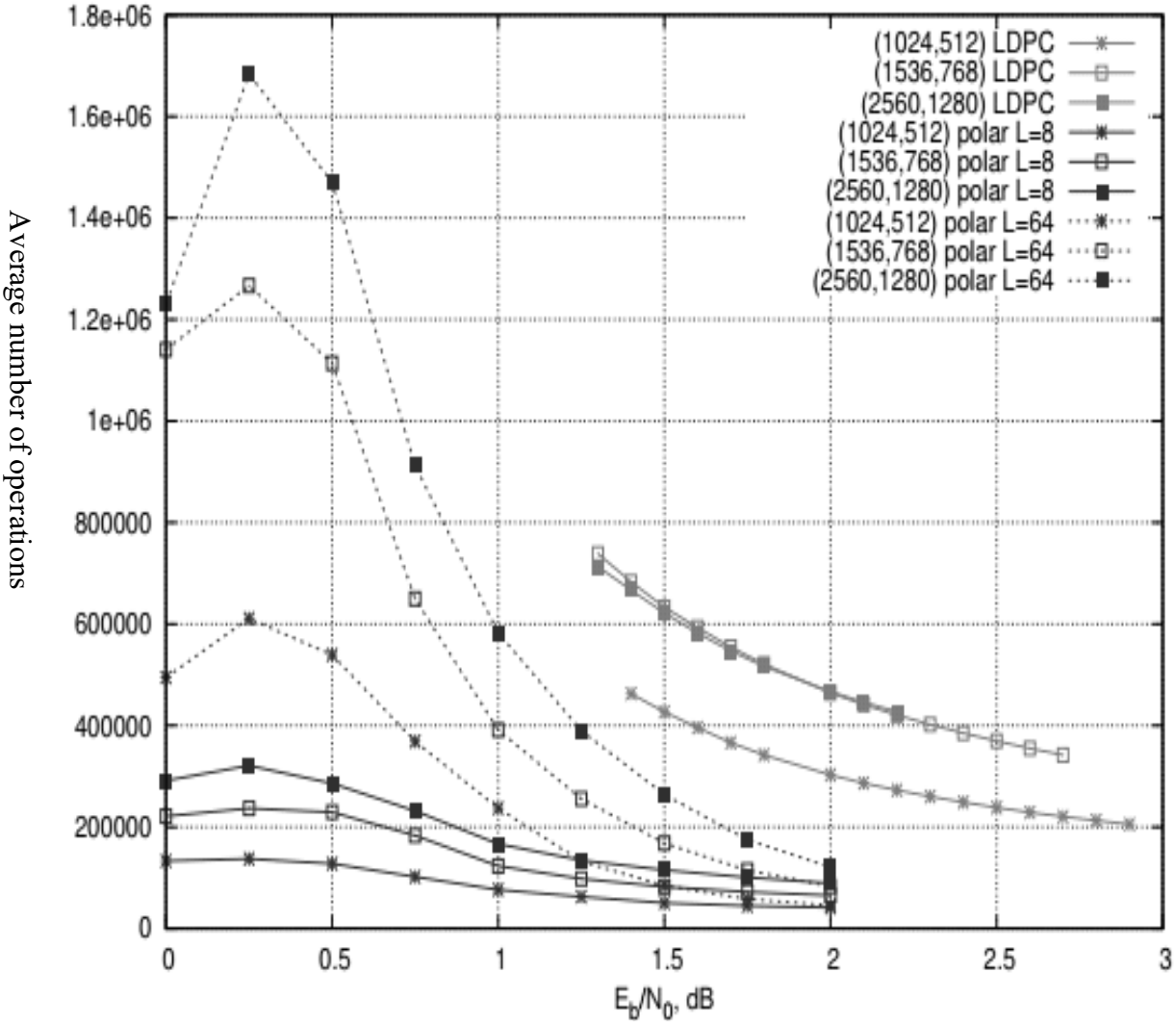


FIG. 43

Apparatus 4400

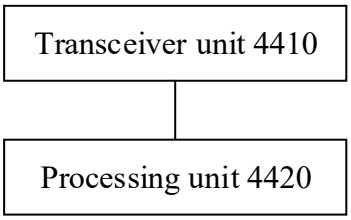


FIG. 44

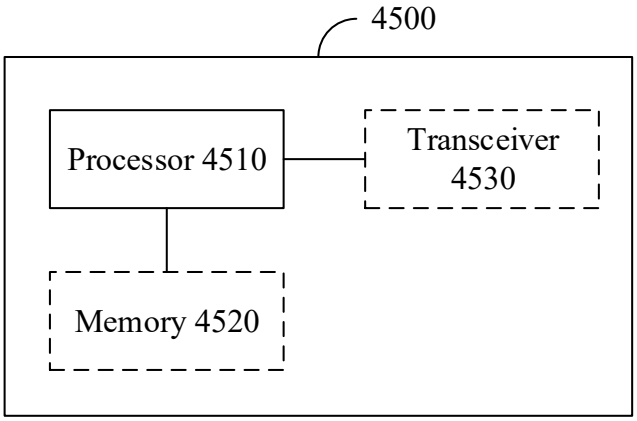

4500
Processor 4510
Transceiver 4530
Memory 4520

FIG. 45

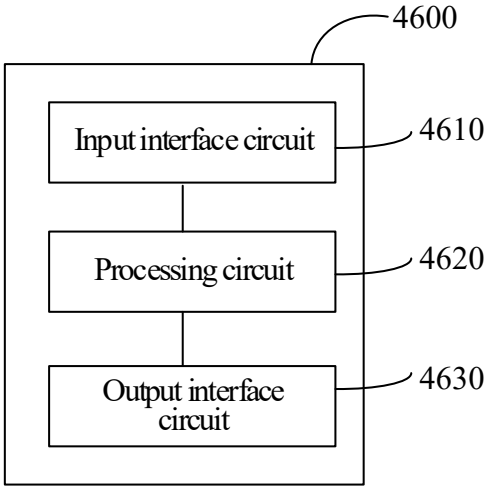

4600
Input interface circuit
4610
Processing circuit
4620
Output interface circuit
4630

FIG. 46