

明 細 書

発明の名称：

受信方法、受信装置、送信方法、送信装置、送受信システム

技術分野

[0001] 本発明は、受信方法、受信装置、送信方法、送信装置、送受信システムに関する。

背景技術

[0002] 通信システムの技術及びそれに関連する技術に関してすでに多くの研究や開発がなされているが、発明者らは、時間分割方式及び周波数分割方式等を用いた送受信システムの研究及び開発を行ってきた（例えば、特許文献１～６、非特許文献１～３を参照）。

先行技術文献

特許文献

[0003] 特許文献１：日本国公開特許公報「特開2016-189500号」

特許文献２：国際公開特許公報「W02012/153732 A1」

特許文献３：国際公開特許公報「W02014/034664 A1」

特許文献４：国際公開特許公報「W02013/183722 A1」

特許文献５：日本国公開特許公報「特開2016-189501号」

特許文献６：日本国公開特許公報「特開2016-189502号」

特許文献７：日本国公開特許公報「特開2013-251902号」

特許文献８：日本国公開特許公報「特開2012-170083号」

非特許文献

[0004] 非特許文献１：D. Gabor, " Theory of Communication" , in Proc. Inst. Elect. Engr., pt.III, 93, 429-41, 1946

非特許文献２：D.Gabor, " Lectures on communication theory" , in Technical Report.,No., 238. Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of technology Cambridge, 1-48, 1952.

非特許文献3 : L.W.Couch, II, Digital and Analog Communication Systems, 8th Ed.,” Pearson, 2013.

非特許文献4 : G.B.Folland, Harmonic Analysis in Phase Space, Annals of Mathematics Studies Princeton Univ. Press, 1989.

非特許文献5 : Howe, R. On the role of the Heisenberg groups in harmonic analysis,” Bulltin of the American Mathematical Society, 3-2, 821-840 (1980)

非特許文献6 : Rosenberg, J. A selective history of the Stone-von Neumann theorem, Contemporary Mathematics, 365. American Mathematical Society (2004)

非特許文献7 : I.Daubechies, Time-frequency localization operators: a geometric phase space approach,” IEEE Trans.Information Theory, 34- 4, 605-612, 1988.

非特許文献8 : I.Daubechies, The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis,” IEEE Trans.Information Theory, 36-5, 961-1005, 1990.

非特許文献9 : B.Le.Floch, M.Alard & C.Berrou, “coded OFDM: Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex,” Proc.of IEEE, 83-6, 982-996, 1995.

非特許文献10 : P.Siohan, C.Sciclet, & N.Lacaille, “OFDM/OQAM: Analysis and Design of OFDM/ OQAM Systems, based on Filterbank Theory,” IEEE, Trans.Sig. 50-5, 1170-1183, May, 2002.

非特許文献11 : Sciclet, C., Siohan, P. & Pinchon, D. Perfect reconstruction conditions and design of oversampled DFT-based transmultiplexers, EURASIP J. on Applied Signal Processing, 2006, Article ID 15756, 1-14, 2006.

非特許文献12 : B.F.Boroujeny, “OFDM Versus Filter Bank Multicarrier,” IEEE Signal Processing Magazine, 28-3, 92-112, 2011.

非特許文献13 : P.P.Vaidyanathan, ” Multirate Systems and Filter Banks,

” Prentice-Hall, 1993.

非特許文献14 : J.Ville, ” Theorie et application de la notion de signal analytique, ” Câbles et transmission, no.2, pp.61-74, 1948. (J.Ville : ” Theory and Applications of the notion of complex signal ” , translated from the French by I.Stein, T-92, 8-1-58, U.S.Air Force Project Rand , 1958)

非特許文献15 : P.M.Woodward, Probability and Information Theory, with Applications to Radar, Pergamon Press, New York, 1953.

非特許文献16 : C.H. Wilcox, ” The synthesis problem for radar ambiguity function, ” MRC Technical Report, No. 157, pp.1-46. Mathematics Research Center, U.S.Army, Univ. Wisconsin, Madison, 1960.

非特許文献17 : L.Auslander and R.Tolimieri, ” Radar Ambiguity Functions and Group Theory, SIAM J.Math.Anal., 16-3, 577-601, 1985.

非特許文献18 : C.W.Helstrom, Elements of Signal Detection and Estimation, ” PTR Prentice-Hall, 1995.

非特許文献19 : N.Levanson and E.Mozeson, ” Radar Signals, ” Wiley interscience, 2004

非特許文献20 : Sakurai, J.J. Modern quantum mechanics, S.F. Tuan editor, Rev.ed., Addison-Wesley Pub.Comp.1994.

非特許文献21 : J.von Neumann, The Geometry of Operators, vol.II (Ann.Math.Studies, no.22), 1950.

非特許文献22 : Youla, D.C Generalized image restoration by the method of alternating orthogonal projections, IEEE Trans. Circuits and Systems, CAS-25-9, 694-702, 1978.

非特許文献23 : Stark, H., Cahana, D. & Webb, H. Restoration of arbitrary finite energy optical objects from limited spatial and spectral information, J.Opt.Soc.Amer., 71-6, 635-642, 1981.

非特許文献24 : Kohda, T., Jitsumatsu, Y. & Aihara, K. Separability of time

-frequency synchronization, Proc.Int.Radar Symp., 964-969, 2013.

非特許文献25 : T. Kohda, Y. Jitsumatsu, and K. Aihara, "Gabor division /spread spectrum system is separable in time and frequency synchronization," Proc. VTC 2013 Fall, 1-5, 2013.

非特許文献26 : Y. Jitsumatsu, T. Kohda, and K. Aihara, " Spread Spectrum-based Cooperative and individual time-frequency synchronization," Proc. (ISWCS), 1-5, 2013.

非特許文献27 : Jitsumatsu, Y., Kohda, T., & Aihara, K. Delay-Doppler space divisionbased multiple-access solves multiple-target detection, Jonnsson, M., et al, (eds.) MACOM2013, LNCS8310, Springer, 39-53, 2013.

非特許文献28 : T. Kohda, Y. Jitsumatsu, and K. Aihara, " Recovering noncoherent MPSK signal with unknown delay and Doppler using its ambiguity function," 4th International workshop on recent Advanced in BroadbandAccess Network, (RABAN2013), 251-256, 2013.

非特許文献29 : T. Kohda, Y. Jitsumatsu and K. Aihara " Phase-tuned layers with multiple 2D SS codes realize 16PSK communication," 2014 2014 IEEE Wireless Commun. Networking Conference, WCNC 2014, 469-474 (2014).

非特許文献30 : Jitsumatsu, Y. & Kohda, T. Digital phase updating loop and delay-Doppler space division multiplexing for higher order MPSK, Jonnsson, M., et al, (eds.) MACOM2014, LNCS8715, Springer, 1-15, 2014.

非特許文献31 : T. Kohda, Y. Jitsumatsu, and K. Aihara, " Frequency-division spread spectrum makes frequency synchronisation easy," Proc. IEEE Globecom 2012, 3952-3958, 2012.

非特許文献32 : T. Kohda, Y. Jitsumatsu, and K. Aihara, " Frequency synchronisation using SS technique, " Proc. The ninth Int. Sympo. on Wireless Communication Systems, 855-859, 2012.

非特許文献33 : J.F. Daughman, "Two-dimensional analysis of cortical rec

receptive field profiles,” Vision Research, 20, 846-856, 1980.

非特許文献34 : J.F.Daughman, “Image analysis by local 2-D spectral signatures,” J. Opt. Soc. Amer. (A), 2, p. P74, 1985.

非特許文献35 : J.F.Daughman, “Complete Discrete 2-D Gabor Transform by Neural Networks for Image Analysis and Compression,” IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, 36-7, 1169-1179, 1988.

非特許文献36 : Movella, Javier R. “Tutorial on Gabor filters” . Archived from on 2009-04-19, Retrieved 2008-05-14.

非特許文献37 : Hans G. Feichtinger and Thomas Strohmer: Gabor Analysis and Algorithms, Birkhauser, 1998.

非特許文献38 : Jones, J.P. and Palmer, L.A. “An evaluation of the two-dimensional gabor filter model of simple receptive fields in cat striate cortex” . J. Neurophysiol. 58(6): 1233-1258. 1987

非特許文献39 : Tai Sing Lee, “Image representation using 2d Gabor wavelets,” IEEE Trans. on pattern analysis and machine intelligence, 18-10, 1-13, 1996.

非特許文献40 : W.D.Montgomery “Optical applications of von Neumann’s alternating projection theorem,” Optics Letters, 7-1, 1-3, 1982.

非特許文献41 : W.D.Montgomery “Restoration of images processing a finite Fourier series,” Optics Letters, 7-2, 54-56, 1982.

非特許文献42 : A.V.Oppenheim and J.S.Lim, “Importance of phase in Signals,” 1980, Proc of the IEEE, 96-5, 529-541, 1981

発明の概要

発明が解決しようとする課題

- [0005] 発明者らは、通信技術の理論的側面に関する研究を進めることにより、時間周波數位相空間（Time Frequency Plane、単にTFPとも記載する）上におけるシフト演算子の本質的な非可換性に着目すべきであるとの知見に達した。
- [0006] 本発明の一態様は、上記の知見に基づいてなされたものであり、高効率の

受信方法、受信装置、送信方法、送信装置、送受信システムを実現することを目的とする。

課題を解決するための手段

[0007] 上記の課題を解決するために、本発明の一態様は、 信号を受信する受信方法であって、

余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定ステップを含んでいる。

[0008] また、上記の課題を解決するために、信号を受信する受信装置であって、余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定部を含んでいる。

[0009] また、上記の課題を解決するために、本発明の一態様は、信号を送信する送信方法であって、余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトするシフトステップを含んでいる。

[0010] また、上記の課題を解決するために、本発明の一態様は、信号を送信する送信装置であって、余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトするシフト部を含んでいる。

[0011] また、上記の課題を解決するために、本発明の一態様は、画像信号を受信する受信方法であって、受信した画像信号が示す空間シフト及び空間周波数シフトを、パラメタ空間を参照して推定する推定ステップを含んでおり、上記空間シフト及び空間周波数シフトのそれぞれは、2以上の次元を有している。

[0012] また、上記の課題を解決するために、本発明の一態様は、画像信号を送信する送信方法であって、パラメタ空間を参照して、送信対象の画像信号の空間及び周波数をシフトするシフトステップを含んでおり、上記空間のシフト及び上記周波数のシフトのそれぞれは、2以上の次元を有している。

発明の効果

[0013] 上記の構成によれば、高効率の受信方法、受信装置、送信方法、送信装置、送受信システムを実現することができる。

図面の簡単な説明

[0014] [図1]実施形態に係るTFPにおける三種の分割法を示している。(a)は時間分割(Time Division(TD))を示しており、(b)は周波数分割(Frequency Division(FD))を示しており、(c)は、ガボール分割(Gabor Division(GD)) [非特許文献1]を示している。(a)における実線は、情報データの時間幅Tの区切りを示しており、破線はTD-Phase code(PC) による細分割を示している。(b)における太い破線は、情報データの帯域幅Fの区切りを示しており、細い破線はFD-Phase code(PC) による細分割を示している。

[図2]実施形態に係るtime-frequency shift (時間周波数シフト) の非可換性を模式的に示した図である。非可換性は、シフト演算子の積に関する関係式 $T_{\tau,0} \cdot T_{0,\nu} = e^{-i2\pi\tau\nu} T_{0,\nu} T_{\tau,0}$ (左辺は図中の三角印、右辺は図中の方形印に対応) において、位相歪 (Phase Distortion(PD)) $e^{-i2\pi\tau\nu}$ として現れる。図中の○印は対称時間周波数演算子 (Symmetrical Time-Frequency Shift Operator:TFS0)

[数1]

$$T_{\tau,\nu} \stackrel{\text{def}}{=} e^{i\pi\tau\nu} T_{\tau,0} \cdot T_{0,\nu}$$

を示している[非特許文献26]。

[図3] (a) は実施形態に係るTFP 上に配置したchip levelのGabor 関数、及びそれに関連する情報を示している。特に、(a-0)は、TFP 上に配置したchip level のGabor 関数 $g_{mm'}(t)$ とそのフーリエ変換 (FT) である $G_{mm'}(f)$ を示しており、(a-1)は $g_{mm'}(t)$ を(FD-Phase code(FD-PC)) $X'_{mm'}$ で重み加算したTD-template の実部、虚部を示しており、(a-2) は $G_{mm'}(f)$ を(TD-Phase Code(TD-PC)) X_m で重み加算したFD-template の実部、虚部を示している。(b)は、TFP上の NN' 個の相互相関関数Cross Correlation Function(CCF) 及び N' 個の列和のTD-CCF 値と N 個の行和のFD-CCF 値を示している。(c)は Alternati

ng Projection Theorem:APT に基づく時間制限空間 (TL-TD : Time Limited Time Domain) , 帯域制限空間BL-FD(Band Limited Frequency Domain) の上への直交射影による推定値

[数2]

$$\hat{t}_d, \hat{f}_D$$

の交互更新過程と収束値 t_d, f_D を示している。

[図4]実施形態に係るTD-, FD-PCs $X_m, X'_{m'}$ 及び m' -番目のTD template

[数3]

$$u_{m'}^{TD}[k], 0 \leq m' \leq N' - 1$$

を有する式(25), (67) のTD signature $v[k]$ を生成するSynthesis Filter Bank(SFB)を示している。

[図5]TD-, FD-PCs $X_m, X'_{m'}$ 及び m' -番目のTD template

[数4]

$$U_m^{FD}[\ell], 0 \leq m \leq N - 1$$

を有する式(25), (67) のFD signature

[数5]

$$V[\ell]$$

を生成するSFBを示している。

[図6]実施形態に係る複素数値データ

[数6]

$$\{d_{p,p'}\}_{p,p'=1}^{P,P'}$$

を入力信号とする式(27), (71) のTD-Complex Envelope(TD-CE)

[数7]

$$\psi[k]$$

を生成するSFBを示している。

[図7]実施形態に係る複素数値データ

[数8]

$$\{d_{p,p'}\}_{p,p'=1}^{P,P'}$$

を入力信号とする式(27), (71) のFD-Complex Envelope(FD-CE)

[数9]

$$\Psi[\ell]$$

を生成するSFBを示している。

[図8]実施形態に係る複素数値データ

[数10]

$$\{d_{p,p'}\}_{p=1}^P, 1 \leq p' \leq P'$$

復号のためのTD 相関器アレイを装備したAnalysis Filter Bank(AFB)を示している。

[図9]実施形態に係る複素数値データ

[数11]

$$\{d_{p,p'}\}_{p'=1}^{P'}, 1 \leq p \leq P$$

復号のためのFD 相関器アレイを装備したAFBを示している。

[図10](a)は実施形態に係るTD 相関器アレイを示しており、(c)は、FD 相関器アレイのAnalysis Filter Bank(AFB) を示しており、(b)は、von Neumann のAPT による両アレイの最尤推定値の交互更新を模式的に示している。

[図11]実施形態に係るvon Neumann' s Alternative Projection Theoremを模

式的に示した図である。図中におけるTL-TD (Time Limited Time Domain), BL-FD (Band Limited Frequency Domain)は、各々Hilbert 空間の二つの部分空間を示している。また、部分空間TL-TDは、 $L\Delta t$ - (又は T_s)-時間制限Time-limited(TL)空間を意味し、部分空間BL-FDは、 $L\Delta f$ - (又は F_s)-帯域制限Band-limited:BL空間を意味する。図中において、矢印は各々の部分空間の上への直交射影を表しており、最尤推定値と最尤値の最大値を与えるCCF 番号が検出される。

[図12]実施形態に係る

[数12]

$\mathcal{M}$

-PSK通信可能であり高速・高精度測距可能な送信器（符号化器）の構成を示すブロック図である。

[図13]実施形態に係る

[数13]

$\mathcal{M}$

-PSK通信可能であり高速・高精度測距可能な受信同期器（復号化器）の構成を示すブロック図である。

[図14]実施形態に係るMain channel(MC)のdelay τ -Doppler shift ν 空間上のCCF実部の大きさの分布例を模式的に示す図である。

[図15]実施形態に係るACがMain channel(MC)に重畳された場合の τ - ν 空間上のCCF実部の大きさの分布例を模式的に示す図である。

[図16]実施形態に係る余次元2の、非可換性を有するACのシフトのパラメタ空間を利用した信号のTFP分割を示す図である。信号(時間幅 T_s , 帯域幅 F_s)の時間・周波数平面TFP S の分割(Gabor分割) ($S^{(0)}, S^{(1)}, S^{(2)}, S^{(3)}$) 平面と直交する軸にACの非可換シフトの量

[数14]

$$(k_d^{(0)}, \ell_D^{(0)}), (k_d^{(1)}, \ell_D^{(1)}), (k_d^{(2)}, \ell_D^{(2)}), (k_d^{(3)}, \ell_D^{(3)})$$

を示す目盛り、及びTFP分割と対応の2次元PC符号

[数15]

$$\mathcal{X}^{(i)}$$

を示している。

[図17]実施形態に係る余次元2の、非可換性を有するACのシフトのパラメタ空間を利用した信号のTFP分割を示す図である。ACの非可換シフトの量に応じてTFPは各々AC0のTFP、AC1のTFP、AC2のTFP、AC3のTFPのようにshiftされる。

[図18]実施形態1に係る送受信システムの構成例を示すブロック図である。

[図19]実施形態1に係る送受信システムを用いたデータ送受信処理の流れを示すフローチャートである。

[図20]実施形態1に係る送受信システムの構成例を示すブロック図である。

[図21]実施形態1に係る送受信システムを用いたデータ送受信処理の流れを示すフローチャートである。

発明を実施するための形態

[0015] 〔実施形態1〕

以下、本実施形態に係る送受信システムについて図面を参照して説明を行う。以下では、まず、本実施形態に係る送受信システムの理論的側面及び具体的構成例について説明を行い、その後、特許請求の範囲に記載された内容との対応付けを行う。

[0016] なお、以下の説明において引用される特許文献及び非特許文献は、参照により本願に取り込まれる。

[0017] また、以下の説明において引用される特許文献及び非特許文献は、あくまで、本明細書に記載した内容に多少の関連性を有するという観点で引用して

いるに過ぎない。したがって、これらの文献を引用することにより本明細書に記載された発明の特許性に影響が及ぼされることはない。

[0018] <<理論的側面の概要：時間遅れと周波数シフトの二つの演算子の非可換性を利用した通信（副題：高精度測距可能な送信信号設計とその受信器設計）>>

時間幅 T_s 、帯域幅 F_s のデータの高効率伝送のために時間(TD)・周波数領域(FD)を分割する多重化通信方式の同期は難しい問題である。発射電波のエコー信号からdelay t_d とDoppler f_D を推定するレーダ問題でさえ、現在でも未解決のままである。これらは、量子力学の位置、運動量作用素[非特許文献4]と同様に時間・周波数シフト作用素 (Time-Frequency Shift Operator:TFSO) 由来の位相歪 (phase distortion:PD)

[数16]

$$e^{i2\pi T_s F_s}$$

や

[数17]

$$e^{i2\pi t_d f_D}$$

に根源がある。測距問題は、非可換TFSO のPD に含まれる2個の未知パラメータ推定問題であるので、Weyl-Heisenberg Group:WHG に基づく信号検出・パラメータ推定論の援用無しには高精度・高速化を図れない。本明細書で説明する内容は、概要として以下の5点に纏められる。

[0019] （概要1）

その第一として、送信信号設計ではTD信号とFD信号を同等に対象とするこの他に、時間・周波数対称性time-frequency symmetrical property:TFSPを満たす対称シフト作用素symmetrical TFSO が、時間遅れと周波数シフトの非可換性により多重化信号のアドレス (address) 情報を顕在化させる演算子であることが示される(式(39), (44), (51), (56)参照)。

[0020] （概要2）

第二として、時間・周波数シフトされたガウスチップ関数 (Gabor 関数) を、周期 N, N' のTD-, FD- phase code:PC を用いた変調、即ちTD-, FD-Binary phase-shift Keying: 2次元BPSKが、パラメタ最尤推定のM 値検定法に有用であることが示される。

[0021] 従来2種のPC は“2次元拡散符号”と呼称され、用語の誤用も多く拡大解釈される。しかし本明細書では、BPSK には今まで気づかれなかった、以下の得失の両面の機能があることを明らかにする。

[0022] 変調で得られたTD-, FD-広帯域信号 (signature と呼ぶ) のCE (式(27)) にはPC で生じたPD が、

N 個のtype-3(又はtype-1) のTD-template CE (式(29)) (又は式(49)) (各々のsupport は $T_s \times L\Delta f, L\Delta t \times F_s$)、

N' 個のtype-4(又はtype-2) のFD-template CE(33)(又は(54)) (各々のsupport は $L\Delta t \times F_s, T_s \times L\Delta f$) として自動的に埋め込まれるので、template 検出の仮説検定がTD, FD で可能となる(式(30), 命題4 及び式(35), 命題5)。

[0023] (概要3)

第三として、位相情報が有効利用されない通常的最尤法とは異なり、type-3(又はtype-1) のTD-CE template, type-4(又はtype-2) のFD-CE template matchingの4種のTD-, FD-cross-correlation function:CCF の厳密式は、ambiguity function(AF)の他に、TD-, FD-PC 変調に伴い、時間幅 Δt , 周波数幅 Δf で離散化した $L = (\Delta t \Delta f)^{-1}$ 点のtwiddle factor

[数18]

$$W = e^{\frac{-i2\pi}{L}}$$

を含む。また、上記厳密式では、上記WのDFT, IDFT 型の和において、非可換性由来のPDがW のべき数として登場し、その結果、上記厳密式は三要素の積として表現される(Lemma2 式(41), Lemma4 式(45) 及び式(52), (57))。このため、本実施形態に記載の方法によれば、DSP による高速計算が保証される。

[0024] (概要4)

第四は、特許文献1で定義・導入したPhase-Updating Loop:PULの収束に関して、Youla[非特許文献22]の信号復元法に基づく証明を与えた。

[0025] 先ずHilbert空間である信号空間の部分空間として、 T_s -(又は $L\Delta t$ -)時間制限(TL-TD空間 E_3 (又は E_1), F_s -(又は $L\Delta f$ -)帯域制限(Band-Limited, BL-FD空間 E_4 (又は E_2))を導入及び定義した。続いて、 N, N' 個のTD-, FD-CCFアレイに基づいて、これらの空間の上への直交射影演算子Projection operator: P_0 , T_s -(又は $L\Delta t$ -)時間制限演算子 P_3 (又は P_1)及び F_s -(又は $L\Delta f$ -)帯域制限演算子 P_4 (又は P_2)の4個の P_0 を式(62)-(64)で定義した。

[0026] 続いて、Alternative Projection Theorem:APT[非特許文献21]の交互射影演算子(APT0)

[数19]

$$P_3 \mathcal{F}^{-1,d} P_4 \mathcal{F}^d (\text{又は } P_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d}) (\mathcal{F}^d, \mathcal{F}^{-1,d} \text{ は DFT, IDFT})$$

を、本発明の観点から定義した。次に、推定値

[数20]

$$\hat{t}_d, \hat{f}_D$$

の関数である通信路の減衰定数 $Ae^{i\kappa}$ のMLEの更新式(59)と

[数21]

$$\hat{t}_d, \hat{f}_D$$

の更新式(60), (61)を用いて、APT0の収束領域(TD-CE templateのsupportとFD-CE templateのそれとの積集合、即ちチップaddress(ρ, ρ')の時間幅 $L\Delta t$, 帯域幅 $L\Delta f$ の矩形領域)内に t_d, f_D があることを最尤推定し、推定値

[数22]

$$\hat{t}_d, \hat{f}_D$$

が $L\Delta t \times L\Delta f$ の精度であり、且つ計算量は

[数23]

$$\mathcal{O}(NN')$$

に代わり

[数24]

$$\mathcal{O}(N + N')$$

となることを証明した。

[0027] 即ち、このAPT0は、時間周波数空間(time-frequency plane:TFP)のある領域を取り出し、他の部分をfilter-outする、局所選択演算子:localization operator:L0であり、DSPで多用される急峻なfilterの代替物である。

[0028] 従来の通信ではナイキスト条件を満たさないとの理由により、用いられることのないガウス関数が、他の優れた性質により本質的役割を果たすことが明らかになった。

[0029] PULは、時間 PT_0 と帯域 $P'F_0$ の必要資源とデータレベルのaddress

[数25]

$$\vec{p} = (p, p')$$

を用いれば、 t_d, f_d の存在範囲を限定しない探索法である。このため、TD-, FD-ガウス関数の2次元PC変調信号の送信器とTD-, FD-CCFアレイにPULを実装した受信器の組は、高精度かつ高速の信号復元が可能であり、高精度かつ高速のパラメタ推定が可能である通信システムを実現できることが示された。換言すれば、上記の構成を用いることにより、非可換性を利用した通信システムのパラダイムシフトが提示される。

[0030] 第五は、同期を行いながら、超高の

[数26]

M

-PSKの符号化・復号化するシステムを与えた。

[数27]

$$\mathcal{M}$$

-PSK通信は、測距とデータ通信が同時に可能な車載レーダへの応用となる。

高次の

[数28]

$$\mathcal{M}$$

-PSK信号

[数29]

$$\exp(\frac{i2\pi k}{\mathcal{M}}), 0 \leq k \leq \mathcal{M}-1$$

の伝送は、各種の位相雑音の影響で位相

[数30]

$$\exp(\frac{i2\pi}{\mathcal{M}})$$

の弁別が困難なので、周波数資源有効利用(

[数31]

$$\log_2 \mathcal{M}\text{-bit}$$

伝送)の点で重要であるがその実現は難しいとされている。

[0031] これを解決するため、図12の下段部分(Switch1-1, Switch1-2間のblock

)のように

1) “情報k”を

[数32]

$$k = j\mathcal{M}_0 + j', j = \lfloor \frac{k}{\mathcal{M}_0} \rfloor (= \frac{k}{\mathcal{M}_0} \text{の整数部}), \\ j' = \{\frac{k}{\mathcal{M}_0}\} (= \frac{k}{\mathcal{M}_0} \text{の小数部})$$

と分解する。そして

2)時間遅れ及びドップラシフトのパラメタ平面

(target spaeと呼ぶ) を

[数33]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

個に均等排反分割し各々に2次元PC (TD-PC, FD-PC) を割り当て (ここで

[数34]

$$(M \geq M_0)$$

である)、チップパルス

[数35]

$$i, 0 \leq i \leq \lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil$$

番目の2次元PCで変調し、これら

[数36]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

-code多重化する。そして、

3)得られたsignature信号をj番目のtarget spaceの部分平面の中心点对応の時間遅れ

[数37]

$$k_d^{(j)}$$

及びドップラシフト

[数38]

$$\ell_D^{(j)}$$

の量(

[数39]

$$\text{shift}(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)})$$

を人工的通信路:Artificial Channel (AC)のshiftと呼ぶ)をshiftし、

4)そのシフトされたsignatureで

[数40]

$$\mathcal{M}_0$$

-PSK信号

[数41]

$$\exp(\frac{i2\pi j'}{\mathcal{M}_0}), (0 \leq j' \leq \mathcal{M}_0 - 1)$$

を変調した信号を伝送する。その結果

[数42]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)})$$

-シフトされたsignatureは

[数43]

$$(k_d, \ell_D)$$

(Main Channel:MCのshiftと呼ぶ)の伝搬路で2重のシフトを受ける。受信CE信号との相関関数(CCF)に必要な推定受信CEを以下のステップで求める。図13の中段部分 (Switch2-1に接続しているblock) のように、

1')推定値

[数44]

$$\hat{k}$$

を

[数45]

$$\hat{k} = \hat{j}\mathcal{M}_0 + \hat{j}', \hat{j} = [\frac{\hat{k}}{\mathcal{M}_0}], \hat{j}' = \{\frac{\hat{k}}{\mathcal{M}_0}\}$$

と分解し、

2')チップパルスを

[数46]

$$\hat{j}(, 0 \leq \hat{j} \leq [\frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0}])$$

番目の2次元PCで変調し、

3')その信号を推定

[数47]

$$\hat{j}$$

番のACの

[数48]

$$\text{shift}(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)})$$

の量シフトし、

4')得られた信号で推定

[数49]

$$\hat{j}$$

番の

[数50]

$$\mathcal{M}_0$$

-PSK

信号

[数51]

$$\exp(\frac{i2\pi \hat{j}'}{\mathcal{M}_0})(, 0 \leq \hat{j}' \leq \mathcal{M}_0 - 1)$$

を変調した信号が推定受信CEとなる。

[0032] N, N' 個のアレイ型TD-, FD-CCFの実部最大化変数は、チップアドレス(p', p)、データアドレス

[数52]

$$\vec{p} = (p, p')$$

で定まるCCF番号及び推定符号

[数53]

$$\hat{j}, \hat{j}'$$

である。まず

[数54]

$$([\frac{M-1}{M_0}] + 1)$$

種の2次元PC番号

[数55]

$$\hat{j}$$

を定めデータアドレス

[数56]

$$\vec{p} = (p, p')$$

の、位相補償項

[数57]

$$\exp(\frac{-j2\pi\hat{j}'}{M_0})$$

付きの、2種のCCF実部最大化をPULに基づいて行い、図13の下段部分(Switch2-2に接続しているblock)のように

[数58]

$$(k_d, \ell_D)$$

及び変数

[数59]

$$(\hat{g}, \hat{p})$$

の最尤推定による

[数60]

$$k^* = j^* \mathcal{M}_0 + j^{*f}$$

でkを最尤復号する。これは、低次

[数61]

$$\mathcal{M}_0$$

-ary PSK-based符号・復号システムを

[数62]

$$(\lceil \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rceil + 1)$$

種の非可換AC-shift-多重化による、超高の

[数63]

$$\mathcal{M}$$

-ary PSKシステムである。即ち、

[数64]

$$(\lceil \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rceil + 1)$$

種の非可換shiftのACの中で、“情報k”で定まるACに縦続接続された、

[数65]

$$(k_d, \ell_D)$$

のMCの出力からパラメタ推定を行う同期器（測距器）及びkの復号器兼用システムである。従って非可換AC-shift-符号化・復号化に基づく多重化方式は通

信におけるPD活用のパラダイムシフトである。なお、

[数66]

$$M$$

-PSKの復号の計算複雑度は同期・測距の計算複雑度(N + N')の

[数67]

$$\left(\sqrt{\left[\frac{M-1}{M_0} \right] + 1} + \frac{M_0}{\sqrt{\left[\frac{M-1}{M_0} \right] + 1}} \right)$$

倍である。

[0033] <<理論的側面の詳細、及び通信システムの具体的構成例>>

以下では、本実施形態に係る通信システムの理論的側面の詳細、及び通信システムの具体的構成例について説明する。

[0034] <1. 背景>

通信の重要課題の一つは、周波数資源を有効活用した通信方式の設計である[非特許文献1]。時間領域(TD)及び周波数領域(FD)(図1参照)を分割して時間幅Tsと周波数帯域Fsのデータを多重化する通信方式(図1参照)であるOrthogonal Frequency Division Multiplex(OFDM)は、delay t_d やDoppler f_D により直交性が破れる欠点を有する。

[0035] なお、図1は、TFPにおける三種の分割法を示している。(a)は時間分割(Time Division(TD))を示しており、(b)は周波数分割(Frequency Division(FD))を示しており、(c)は、ガボール分割(Gabor Division(GD))[非特許文献1]を示している。(a)における実線は、情報データの時間幅Tの区切りを示しており、破線はTD-Phase code(PC)による細分割を示している。(b)における太い破線は、情報データの帯域幅Fの区切りを示しており、細い破線はFD-Phase code(PC)による細分割を示している。

[0036] 一方、 t_d , f_D を有する通信路を介して通信を行う前に最初に行う手続きが同期である。しかし、多重化に必要な二つのシフト演算である、時間、周波数shift演算(time-frequency shift operator:TFSO)に伴うPhase distorti

on:PD

[数68]

$$e^{i2\pi T_s F_s}$$

が、通信路のPD

[数69]

$$e^{i2\pi t_d f_D}$$

に続いて発生するので、同期は容易でない。エコーから t_d , f_D を推定するレーダ問題[非特許文献15]でさえ有効な解決策は見出されていない。

[0037] 本発明者らはまず、 t_d , f_D に関してTFSP(図2 参照)を満たす[非特許文献24, 26] TD信号とそのFourier Transform(FT)のFD信号をTDとFDの位相符号(phase code:PC)で変調した、TD-,FD-signature を生成した。

[0038] なお、図2は、time-frequency shift (時間周波数シフト)の非可換性を模式的に示した図である。非可換性は、シフト演算子の積に関する関係式 $T_{\tau,0} \cdot T_{0,\nu} = e^{-i2\pi\tau\nu} T_{0,\nu} T_{\tau,0}$ (左辺は図中の三角印、右辺は図中の方形印に対応)において、位相歪 (Phase Distortion(PD)) $e^{-i2\pi\tau\nu}$ として現れる。図中の○印は対称時間周波数演算子 (Symmetrical Time-Frequency Shift Operator: TFSO)

[数70]

$$T_{\tau,\nu} \stackrel{\text{def}}{=} e^{i\pi\tau\nu} T_{\tau,0} \cdot T_{0,\nu}$$

を示している[非特許文献26]。

[0039] 次に、signature にはPC によるPD がtemplate として埋め込まれるので、TD-,FD-template 検出のための、ambiguity function (AF) 型[非特許文献15]のTD-, FD-cross-correlation function:CCF アレイ(図3a 参照)を定義した。

[0040] そして、CCF 実部を最大とするパラメタ値と最大値の最大を達成するCCF

番号を検出した。その上で、パラメタ値を交互更新(図3b, 3c 参照)する t_d, f_d の無情報推定法が、レーダ問題の解決策であることを明らかにした([非特許文献27]-[非特許文献32] 及び特許文献1-6)。

なお、図3 (a) はTFP 上に配置したchip levelのGabor 関数、及びそれに関連する情報を示している。特に、(a-0)は、TFP 上に配置したchip levelのGabor 関数 $g_{mm'}(t)$ とそのフーリエ変換 (FT) である $G_{mm'}(f)$ を示しており、(a-1)は $g_{mm'}(t)$ を(FD-Phase code(FD-PC)) $X'_{mm'}$ で重み加算したTD-template の実部, 虚部を示しており、(a-2) は $G_{mm'}(f)$ を(TD-Phase Code(TD-PC)) X_m で重み加算したFD-template の実部, 虚部を示している。(b)は、TFP上の NN' 個の相互相関関数Cross Correlation Function(CCF) 及び N' 個の列和のTD-CCF 値と N 個の行和のFD-CCF 値を示している。(c)は Alternating Projection Theorem:APT に基づく時間制限空間TL-TD, 帯域制限空間BL-FD の上への直交射影による推定値

[数71]

$$\hat{t}_d, \hat{f}_d$$

の交互更新過程と収束値 t_d, f_d を示している。

[0041] エコー信号からdelay t_d とDoppler f_d を推定する測距問題は、時間、周波数shift 作用素の非可換性由来のPD に含まれる2個の未知パラメタ推定問題である。したがって、その範疇はWeyl-Heisenberg Group:WHG に基づく信号検出・パラメタ推定論である。しかし、一部の例外[非特許文献17]を除き、多くのレーダ研究者は非可換性を無視した推定論に依拠するので測距の高精度化に成功していない。一方、本明細書に記載の発明は、レーダ問題を含む無線通信にとって、この非可換性こそが効率を高めるために重要であるとの本発明者らの知見に基づいている。また、Wavelet 論[非特許文献8]では、関数 $f(t)$ に対する時間・周波数シフトしたGabor 関数[非特許文献1]

[数72]

$$g_{m,m'}(t) \stackrel{\text{def}}{=} g(t - mT_c) e^{i2\pi m F'_c(t - mT_c)}$$

による展開

[数73]

$$f(t) = \sum_{m,m'} a_{m,m'} e^{i2\pi m' \nu_0 t} g(t - m\tau_0)$$

の係数 $a_{m,m'}$ が中心課題である。また、5G, after 5G のOFDM/QAM やFBMC[非特許文献9, 10, 12] では、 $a_{m,m'}$ を伝送情報とする多重化信号 $f(t)$ のintersymbol interference (ISI) 及びinterchannel interference (ICI) が零となる関数 $g(t)$ の設計と $g_{m,m'}(t)$ の非直交性の解決が主題である。

[0042] 一方、無線通信では、time, frequency offsets 耐性の同期法が必要であるが、 t_d, f_d の推定の試みは殆ど見当たらない。また多くの通信研究者は信号多重化のための時間・周波数シフト $m\tau_0, m'\nu_0$ に伴うPD

[数74]

$$e^{i\pi m\tau_0 m'\nu_0}$$

は無視できると考えている。しかし、WHGの時間・周波数シフトの群論的性質より、通信路のPD

[数75]

$$e^{i\pi t_d f_d}$$

に続きシフトのPD

[数76]

$$e^{i\pi m\tau_0 m'\nu_0}$$

の他にmulti-carrier 化に伴うPD

[数77]

$$e^{i\pi m' \nu_0 t_d}$$

も同時発生するのでそのメカニズムは単純ではない。

[0043] レーダ問題に潜む以下の3つの課題に最初に取り組むべきであろう。なお、従来レーダの発射信号として、Chirp 信号のLFM-CW(Linear FM Continuous Wave)を用いるか、或いは短い時間のpulse で位相変調した圧縮レーダやそのmulti-carrier 版が最近提案されている[非特許文献19]。

[0044] (課題1)

第一の課題として、レーダは元来 t_d , f_D の2個の未知変数問題あるが、多くの受信器は、時間shift τ と周波数shift ν の2変数複素数値相関関数, Ambiguity Function(AF)の表示のため、AF の絶対値のピーク値探索か、或いはChirp 信号のAF 特性利用に基づいていることが挙げられる。2個の未知数問題には2個以上の関数を用いるべきである。

[0045] (課題2)

第二の課題として、レーダ問題には量子力学の位置, 運動量作用素と同様に非可換の時間, 周波数シフトによるPD

[数78]

$$e^{i2\pi t_d f_D}$$

や時間幅 T_p , 周波数遷移幅 F_p のchirp パルス列によるPD

[数79]

$$e^{i2\pi T_p F_p}$$

が発生することが挙げられる。また、 t_d や f_D を有する通信路を介して時間幅 T_p と周波数帯域 F_p のデータをTFP 上で無重畳多重化伝送方式(図1 参照)でも,

[数80]

$$e^{i2\pi t_d f_D}$$

に引き続きPD

[数81]

$$e^{i2\pi T_s F_s}$$

が存在する。殆どの研究者は、このPD を見過ごしているが、PDの存在は、情報データを担う実数値受信信号の共通問題である。

[0046] (課題3)

第三の課題は、第二課題と関連するが、PD 発生メカニズムが見え難いことにある。即ち、通信やレーダの分野では通常時間シフト演算子や周波数シフト演算子は各々

[数82]

$$S(a)f(t) = f(t+a), M(a)f(t) = e^{i2\pi at}f(t), t \in \mathbb{R}$$

で定義され、 $M(v)S(u) = e^{-i2\pi uv}S(u)M(v)$ から $M(v)$ と $S(u)$ の非可換性は $PD e^{-i2\pi uv}$ の指数の肩部に両シフト量の積として如実に表れている。高精度測距や同期法の解決の糸口はここに集約している。この $PD e^{-i2\pi uv}$ の取り扱い（後にTFSP(式4, 24, 図2 参照) と呼ぶ）が本明細書における重要な考察対象である。

[0047] <2. 時間・周波数対称な時間・周波数シフト演算子>

典型的なエコー信号は

[数83]

$$r_e(t; t_d, f_D) = A \Re \psi(t - t_d) e^{i\Omega(t - t_d) + i\varphi}, \quad (1)$$

で与えられる。ただし、 $\psi(t)$ は、パルスの complex envelope: CE と呼ばれる複素数値信号であり、

[数84]

$$A, t_d, \Omega, \varphi, \Omega - \Omega_r = 2\pi f_D$$

は、各々振幅、到来時間、キャリア周波数、キャリアの位相、キャリア周波

数の変位, 即ち参照周波数 $\Omega_r = 2\pi f_r$ からのシフト (ドップラシフト) である。簡単のためしばらくの間 $\Omega_r = 0$ と置く。

[数85]

$$\mathcal{F}[\cdot]$$

でフーリエ変換 Fourier Transform (FT) を表し、

[数86]

$$\Psi(f) = \mathcal{F}[\psi(t)]$$

を、 $\phi(t)$ の FT とすると、 $r_e(t; t_d, f_D)$ の FT は

[数87]

$$R_e(f; t_d, f_D) = A \Re \mathcal{F}[\psi(t - t_d) e^{i2\pi f_D(t - t_d)}] e^{i\varphi} = A \Re \Psi(f - f_D) e^{-i2\pi f t_d + i\varphi}. \quad (2)$$

となる。ここで、 $r_e(t; t_d, f_D)$ と $R_e(f; t_d, f_D)$ のペアは t_d, f_D に関して対称でない。未知数 t_d, f_D の積が TD 関数の PD にだけ現れている。

[0048] しかし、少し修正した式 [非特許文献24, 26]

[数88]

$$\mathcal{F}[\psi(t - t_d) e^{i2\pi f_D(t - \frac{t_d}{2})}] = \Psi(f - f_D) e^{-i2\pi t_d(f - \frac{f_D}{2})}. \quad (3)$$

は、TD関数 $x(t)$ とそのFD関数

[数89]

$$X(f) = \mathcal{F}[x(t)]$$

に対し、 t_d, f_D に関して、time-frequency symmetry property: TFSP を満たす対称な時間周波数シフト演算子 symmetrical time-frequency shift operators (symmetrical TFSO) の定義式 (図2 参照)

[数90]

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{T}_{t_d, f_D} x(t) &= x(t - t_d) e^{i2\pi f_D(t - \frac{t_d}{2})}, \\ \mathcal{T}_{f_D, -t_d}^f X(f) &= X(f - f_D) e^{-i2\pi t_d(f - \frac{f_D}{2})} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

及び、二つのシフト演算子間の恒等式

[symmetrical TFSO の性質 1]

[数91]

$$\mathcal{T}_{f_D, -t_d}^f = \mathcal{F} \mathcal{T}_{t_d, f_D} \mathcal{F}^{-1} \quad (5)$$

を与える。通常用いられる、時間シフト演算子 $S(-t_d)x(t) = x(t - t_d)$ や周波数シフト演算子

[数92]

$$M(f_D)x(t) = e^{i2\pi f_D t} x(t)$$

と異なり、式(4) のTD 信号 $x(t)$ のハーフシフト

[数93]

$$\frac{t_d}{2}$$

やFD 信号 $X(f)$ のハーフシフト

[数94]

$$\frac{f_D}{2}$$

は、信号の時間周波数表現論で用いられる

[数95]

$$S(-t_d)M(f_D)x(t) = x(t - t_d) e^{i2\pi f_D(t - t_d)}$$

又は

[数96]

$$M(f_D)S(-t_d)x(t) = x(t - t_d)e^{i2\pi f_D t}$$

と比べ僅かな修正のように見えるが、これは、式(39), (44) のようにレーダ信号や受信信号の位相情報が完全にTD, FDで追跡可能な表現法である。

[0049] 式(4) のTFS0 は量子力学のvon Neumann のCanonical Commutative Relations:CCR[非特許文献4, 6] と同じであるので、以後von Neumann のTFS0 と呼ぶ。有名なHeisenberg の不確定性原理と呼ばれる関係式[非特許文献4, 5]

[数97]

$$[Q, P] = QP - PQ = i\hbar, \quad (6)$$

を通信の時間周波数シフト演算子 $[T_{\tau, 0}, T_{0, \nu}]$ に対応させると

[数98]

$$[T_{\tau, 0}, T_{0, \nu}] = -2i \sin(\pi \begin{vmatrix} \tau & 0 \\ 0 & \nu \end{vmatrix}) T_{\tau, \nu}. \quad (7)$$

が得られるので、古典力学極限[非特許文献20]

[数99]

$$\hbar \rightarrow 0$$

は、通信の無歪条件

[数100]

$$[T_{\tau, 0}, T_{0, \nu}] = 0, \text{ PD-free, i.e., } \tau\nu \in \mathbb{N}. \quad (8)$$

と対応する。ただし、

[数101]

$$\hbar, [\cdot, \cdot]$$

は、それぞれ、プランク定数

[数102]

$$\frac{\hbar}{2\pi}$$

、及び量子力学における交換子を表す。

[0050] なお、TFSO の連鎖則:

[数103]

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{t_1, f_1} \mathcal{T}_{t_2, f_2} &= e^{i\pi(t_1 f_1 + t_2 f_2)} \mathcal{T}_{t_1, 0} \mathcal{T}_{0, f_1} \mathcal{T}_{t_2, 0} \mathcal{T}_{0, f_2} \\ &= e^{i\pi(t_1 f_1 + t_2 f_2 + 2t_2 f_1)} \mathcal{T}_{t_1, 0} \mathcal{T}_{t_2, 0} \mathcal{T}_{0, f_1} \mathcal{T}_{0, f_2} = e^{i\pi(t_1 f_1 + t_2 f_2 + 2t_2 f_1 - (t_1 + t_2)(f_1 + f_2))} \mathcal{T}_{t_1 + t_2, f_1 + f_2} \end{aligned}$$

から導かれる

[symmetrical TFSO の性質2]:

[数104]

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{T}_{t_1, f_1} \mathcal{T}_{t_2, f_2} &= e^{-i\pi \begin{vmatrix} t_1 & f_1 \\ t_2 & f_2 \end{vmatrix}} \mathcal{T}_{t_1 + t_2, f_1 + f_2}, \\ \mathcal{T}_{f_1, -t_1}^f \mathcal{T}_{f_2, -t_2}^f &= e^{-i\pi \begin{vmatrix} t_1 & f_1 \\ t_2 & f_2 \end{vmatrix}} \mathcal{T}_{f_1 + f_2, -t_1 - t_2}^f, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

において、式(7) は、式(9) の第一式の例題である。

[0051] symmetrical TFSO のより重要な性質は、TD, FD 信号の対称性から未知数の積 $t_d \cdot f_d$ がTD, FD 関数のPDに対称的に現れ、後述のように、多重化信号のアドレス情報がPDとして顕在化しパラメタ推定に重要な役割を果たす点にある。例えば、無線通信では[非特許文献9, 10]、OFDM 信号

[数105]

$$f(t) = \sum_{m,n} a_{m,n} e^{i2\pi m \nu_0 t} x(t - n\tau_0), \text{ with } \nu_0 \tau_0 = 1 \quad (10)$$

が中心課題である。ただし、係数 $a_{m,n}$ は伝送すべき複素データを表し、 $x(t)$ は時間波形関数である。OFDM 信号は

[数106]

$$f(t) = \sum_{m,n} a_{m,n} e^{i\pi n \tau_0 m \nu_0} T_{n \tau_0, m \nu_0} x(t) \quad (11)$$

と表現できる。

[0052] 故に、無歪条件 $\tau_0 \nu_0 = 1$ (式(8) 参照) が満たされていれば、 $PDe^{i\pi n \tau_0 m \nu_0}$ は $a_{m,n}$ の符号を別として影響を与えない。しかし、オフセット $\tau' = \tau_0 + \varepsilon_\tau$, $\nu' = \nu_0 + \varepsilon_\nu$ があると

[数107]

$$e^{-i\pi \begin{vmatrix} \tau_0 + \varepsilon_\tau & 0 \\ 0 & \nu_0 + \varepsilon_\nu \end{vmatrix}} = (-1)^{\tau_0 \nu_0} e^{-i\pi(\varepsilon_\tau \nu_0 + \varepsilon_\nu \tau_0 + \varepsilon_\tau \varepsilon_\nu)}$$

が t_d , f_D の通信路のPD

[数108]

$$e^{-i\pi t_d f_D}$$

に引き続き発生するので、我々は位相歪PDを含む信号

[数109]

$$T_{t_d, f_D} f(t) = \sum_{m,n} a_{m,n} e^{-i\pi(t_d f_D + 2t_d m \nu_0)} x(t - n \tau_0 - t_d) e^{i2\pi(m \nu_0 + f_D)t} \quad (12)$$

を処理しなければならない。式(10) のように慣用のTFP上の信号の無重畳重ね合わせ法では[非特許文献1, 2, 9, 10, 12]、式(12) のように、群論的性質より、PD

[数110]

$$e^{-i\pi 2t_d m \nu_0}$$

の集積をもたらすので、各種のPDが受信器出力を弱めてしまうことにより、デジタル通信[非特許文献3] で重要な同期の劣化につながる。それにもかか

わらず、シンボル間干渉inter-symbol interference:ISI やチャネル間干渉inter-channel interference:ICI を削減する時間関数 $x(t)$ の設計は、中心的課題である。この観察が本明細書の出発点である。

[0053] <3. 尤度関数とCCF>

レーダ理論は、レーダの最適システムの解析と設計の統計論を論じたWoodward[非特許文献15]や、信号検出及び推定論の包括的な研究を行ったHelstrom[非特許文献18] の教科書が基礎である。

[0054] Wilcox の研究[非特許文献16] に対するAuslander とTolimieri による注意[非特許文献17]のように、これらは非可換性を考慮していないことに留意する必要がある。

[0055] しかし、レーダ理論の基礎は以下の信号検出とパラメタ推定論にある。

[0056] <3.1 信号検出>

受信器にエコー信号が届くと、当該エコー信号は雑音に混ざっているので、当該エコー信号の決定は不確定にならざるを得ない。

[0057] ある定まった形式の信号 $s(t)$ がガウス雑音 $n(t)$ 中に定まった時間に届いたか否かを判定する問題である信号検出問題を考える。観測時間[数111]

$$0 \leq t \leq T$$

中に測定した受信器入力 $w(t)$ を基にして、受信器は二つの仮説検定：

H_0 , “信号は無い.” 即ち、 $w(t) = n(t)$ と、

H_1 , “信号は在る.” 即ち、 $w(t) = s(t) + n(t)$ 、

を行う。観測時間中の時間 $t = t_k$ に測定値 $w_k = w(t_k)$ が得られたとすると、 n 個の標本 w_k は、仮説 H_i , $i = 0, 1$ の下での結合密度関数joint probability density function(p.d.f.) $p_i(w)$ を有するランダム変数である。受信機において、尤度比

$$\Lambda(w) = p_1(w)/p_0(w), \quad w = (w_1, \dots, w_n).$$

に基づいて観測者の最適決定を行う。

[0058] まず、ある決定レベル Λ_0 に対して観測者は、 $\Lambda(w) < \Lambda_0$ のときには、 H_0 を、 $\Lambda(w) > \Lambda_0$ のときには、 H_1 を選択する。

[0059] レーダ信号は

[数112]

$$s(t) = \Re \psi(t) e^{i\Omega t}$$

と表現される[非特許文献15, 18]。ただし、 $\phi(t)$ はCE(complex envelope) と呼ばれる複素数値信号であり、 $\Omega = 2\pi f_c$ はキャリア周波数である。 $s(t)$ のスペクトル

[数113]

$$S(f) = \mathcal{F}[s(t)] = \frac{1}{2}[\Psi(f - f_c) + \Psi^*(-f - f_c)], \Psi(f) = \mathcal{F}[\psi(t)]$$

は、 f_c 近傍と $-f_c$ 近傍に狭いピークを有し、そのバンド幅が Ω に比べ小さいとき、信号はnarrowband(NB) 又はquasi-harmonic と呼ばれる。

[0060] 受信器入力

[数114]

$$w(t) = \Re \psi_w(t) e^{i\Omega t}$$

はNB と仮定し、そのCE

[数115]

$$\psi_w[k]$$

は変調器で測定可能と仮定する。

[0061] 共分散関数

[数116]

$$\phi(\tau) = \Re \tilde{\phi}(\tau) e^{i\Omega \tau}, \tilde{\phi}(\tau) = N_0 \delta(\tau)$$

を有する定常NB白色ガウス雑音下のNB 信号

[数117]

$$s(t) = \Re \psi(t) e^{i(\Omega t + \varphi)}$$

の最適検出器は、対数尤度関数 logarithm of likelihood functional (LF): LLF [非特許文献18, p. 106]

[数118]

$$\ln \Lambda[\psi_w(t)] = g - \frac{d^2}{2}, \quad g = \Re \frac{e^{-i\varphi}}{N_0} \int_0^T \psi^*(t) \psi_w(t) dt, \quad d^2 = \frac{1}{N_0} \int_0^T |\psi(t)|^2 dt, \quad (13)$$

を有する。ただし、 N_0 は白色雑音の片側スペクトル密度を表しており、 g 及び d^2 は尤度関数 $\Lambda[\psi_w(t)]$ の統計量 statistic 及び signal-to-noise ratio (SNR) を表している。

[0062] <3.2 パラメタ推定>

仮説検定の原理は多重仮説検定にも応用できる。送信器から M 個の信号の一つが送信されたとして、受信器は観測時間 $(0, T)$ 中に M 個の信号のいずれであるかを決定する。即ち、仮説 H_k , “信号 $s_k(t)$ が送信された。” の下で受信器入力

[数119]

$$w(t) = s_k(t) + n(t), \quad s_k(t) = \Re \psi_k(t) e^{i(2\pi f_k t + \varphi_k)}, \quad 1 \leq k \leq M. \quad (14)$$

である。ただし、 $\psi_k(t)$ は NB CE を表し、 f_k はキャリアを表し、

[数120]

$$\varphi_k$$

は $s_k(t)$ の位相を表し、 $n(t)$ はランダム雑音を表している。

[0063] 受信器では、入力 $w(t)$ の測定値に基づいて M 個の仮説の一つを選択する。

n 個の測定値 $w_1, \dots, w_n$ に対し $p_k(w)$ を仮説 H_k の下での p.d.f. ξ_k を、仮

説 H_k の事前確率とする。簡単のため、 $\zeta_k = M^{-1}$ とすると、信号 $s_k(t)$ の直交性

[数121]

$$\int_0^T s_i^*(t) s_j(t) dt = E_i \delta_{ij}$$

を前提 (E_i は i 番目信号エネルギー) としたうえで、全ての $k \neq j$ に対し $\Lambda_k(w) > \Lambda_j(w)$ のとき、受信器は H_k を選択する。

[0064] 信号の未知パラメタを $\theta_1, \dots, \theta_m$ とし、これらを m -次元パラメタ空間 Θ 中のベクトル $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$ で表す。レーダエコー信号は

[数122]

$$s_{\text{echo}}(t; A, \kappa, t_d, f_D) = A \Re e^{i\kappa} \psi(t - t_d) e^{i2\pi f_c(t - t_d)}, f_c = f_r + f_D, \quad (15)$$

と表される。ただし、 $Ae^{i\kappa}$ は減衰定数であり、 A, t_d, f_c, κ, f_D は振幅、到着時間、キャリア周波数、位相、ドップラシフトである。エコー信号の未知パラメタは $\theta = (A, \kappa, t_d, f_D)$ となる。

[数123]

$$w(t) = \Re \psi_w(t) e^{i2\pi f_r t}$$

であり、雑音がスペクトル密度 N_0 を有する白色であるとき、LLF[非特許文献18, p.251] は

[数124]

$$\ln \Lambda[w(t); \theta] = \Re \left[\frac{Ae^{-i\kappa}}{N_0} \int_0^T \psi^*(t - t_d) e^{-i2\pi f_D(t - t_d)} \psi_w(t) dt \right] - \frac{A^2}{2N_0} \int_0^T |\psi(t - t_d)|^2 dt.$$

である。変数変換

[0065]

[数125]

$$Ae^{i\kappa} = u + iv, u = \Re Ae^{i\kappa}, v = \Im Ae^{i\kappa}$$

(ここで、

[数126]

$$\Im$$

は虚部を示す) により、 $\theta' = (t_d, f_D)$ を有する A, κ の maximum likelihood estimate ML推定値 (MLE)

[数127]

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}(\theta') e^{i\hat{\kappa}(\theta')} &= \hat{u} + i\hat{v} = \frac{z(\theta')}{d^2(\theta')}, \hat{u} = \Re \hat{A}(\theta') e^{i\hat{\kappa}(\theta')}, \hat{v} = \Im \hat{A}(\theta') e^{i\hat{\kappa}(\theta')}, \\ z(\theta') &= \frac{1}{N_0} \int_0^T \psi^*(t - t_d) e^{-i2\pi f_D(t - t_d)} \psi_w(t) dt, d^2(\theta') = \frac{1}{N_0} \int_0^T |\psi(t - t_d)|^2 dt \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

が得られる。従って残りの未知パラメタ θ' の MLE は、

[数128]

$$\max_{u,v} \ln \Lambda[w(t)|u, v, \theta'] = \frac{|z(\theta')|^2}{2d^2(\theta')}$$

を最大化するパラメタ値を求めれば良い[非特許文献18, p. 251]。故に、受信器は、 θ' の推定に専念できる。MLE θ' は、ドップラシフト

[数129]

$$f_D \in \left(-\frac{W_D}{2}, \frac{W_D}{2}\right)$$

に近接する値の集合の一つに対する信号

[数130]

$$\Re \psi(t) e^{i2\pi(f_r + f_D)t}$$

にマッチしたフィルタバンクを構成することで得られるかもしれない。ただ

し、 W_D は最大の f_D である。しかしながら、並列のNB フィルタの構成で統計量を調べることは事実上不可能である。これが未知二変数問題を2個の未知一変数問題に分解した最大の理由である。

[0066] 式(15) とそのFT を書き直すと

[数131]

$$\begin{aligned} s_{\text{echo}}(t; A, \kappa, t_d, f_D) &= A \Re e^{i\kappa} \mathcal{T}_{t_d, f_D} \mathcal{T}_{0, f_r} \psi(t) e^{i\varphi_0}, \\ S_{\text{echo}}(f; A, \kappa, t_d, f_D) &= A \Re e^{i\kappa} \mathcal{T}_{f_D, -t_d}^T \mathcal{T}_{f_r, 0}^T \Psi(f) e^{i\varphi_0}, \Psi(f) = \mathcal{F}[\psi(t)], \end{aligned}$$

ただし、

[数132]

$$\mathcal{T}_{t_d, f_D}$$

は t_d, f_D を有する von Neumann's TFS0を表し、

[数133]

$$\psi(t), \varphi_0$$

は設計すべきCE、位相（詳細は省略）であり、

[数134]

$$\mathcal{T}_{0, f_r} \psi(t)$$

は、基底帯域複素数値信号CEを参照周波数 f_r で通過域信号にシフト（変調）した信号である。

[0067] (t_d, f_D) のTFP 上の正確な位置を把握するために、周期 N のTD-phase code (PC) と周期 N' のFD-PC を用いて、TFP 上の2次元格子

[数135]

$$T_c \mathbb{Z} \times F_c \mathbb{Z}$$

上の位置特定をしよう。ただし、 $T_c = T_s/N$, $F_c = F_s/N'$, T_s 及び F_s はチップ

パルス間隔, チップ (サブ) キャリア周波数間隔, データ信号時間幅, 及びデータ信号帯域幅である。(t_d, f_D) のパラメタ空間 Θ' をデータaddress
[数136]

$$\vec{q} = (q, q')$$

を有する NN' 個の矩形領域

[数137]

$$\Delta_{m,m'}^{\vec{q}}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{m,m'}^{\vec{q}} = \{ & (t_d, f_D) \in \mathbb{R}^2 | mT_c \leq t_d - qT_s < (m+1)T_c, \\ & m'F_c \leq f_D - q'F_s < (m'+1)F_c \}, \\ & 0 \leq m \leq N-1, 0 \leq m' \leq N'-1 \end{aligned} \quad (17)$$

に分割し, 仮説 “ θ' ” は領域

[数138]

$$\Delta_{m,m'}^{\vec{q}}$$

中にある” を $H_{m,m'}$ で表す。

[0068] しかし、 NN' 個の仮説は、後述のように、TD 信号 $s_{\text{echo}}(t; A, \kappa, t_d, f_D)$ の f_D を推定する N' 個の仮説、及びFD 信号 $S_{\text{echo}}(f; A, \kappa, t_d, f_D)$ の t_d を推定する N 個の仮説に分解できる。

[0069] 信号 $s_k(t; \theta')$ が互いに直交する前提で、式(14) の仮説 H_k 中のCE $\phi_k(t)$ と位相

[数139]

$$\varphi_k$$

を有する k 番目のNBエコー信号

[数140]

$$s_k(t; \theta') = A \Re e^{i\kappa} \psi_k(t-t_d) e^{i2\pi(f_k+f_D)(t-t_d)+i\varphi_k}$$

を考えよう。雑音がスペクトル密度 N_0 を持つ白色ガウスとすると、そのLLFは[非特許文献18, p. 129, p. 251]

[数141]

$$\ln \Lambda_k[w(t); A, \kappa, \theta'] = g_k(\theta') - \frac{d_k^2(\theta')}{2}, \quad d_k^2(\theta') = \frac{A^2}{N_0} \int_0^T |\psi_k(t - t_d)|^2 dt, \\ g_k(\theta') = \Re \frac{A e^{-i(\kappa + \varphi_k)}}{N_0} \int_0^T \psi_k^*(t - t_d) e^{-i2\pi(f_k + f_D - f_r)(t - t_d)} \psi_w(t) dt. \quad (18)$$

となる。

或る決定レベル r_0 に対し

[数142]

$$\max_{1 \leq k \leq M} \frac{|g_k(\theta')|}{d_k(\theta')} > r_0$$

を満たす整数を $k = k_0$ とすれば、受信器は、 k 番目の信号が届いたと判定し、全ての g_k が r_0 以下ならば、受信器は、信号は無いと判定する。これはML受信器である。故に、直交信号の設計が重要である。式(18) は $|g_k(\theta')|$ を最大化する方法（一つは被積分関数の最大化、他はキャリアの位相 $e^{i\kappa}$ 及び信号の位相

[数143]

$$e^{i\varphi_k}$$

を補償する)を示している。しかし、通常、位相因子は、

[数144]

$$\text{CE } \psi_k(t)$$

の再定義により吸収される。更に、通常は、 $g_k(\theta')$ ではなく $|g_k(\theta')|$ を単純に評価する。このような方法は、位相情報を消去することになる。Woodward[非特許文献15]は、Ville[非特許文献14]のambiguity function(AF)と呼ばれる2次元のCCF

[数145]

$$\theta_{xy}(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \frac{\tau}{2}) y^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i2\pi\nu t} dt,$$

$$\Theta_{XY}(\nu, -\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f + \frac{\nu}{2}) Y^*(f - \frac{\nu}{2}) e^{i2\pi f \tau} df, \quad X(f) = \mathcal{F}[x(t)], Y(f) = \mathcal{F}[y(t)].$$

をレーダ解析に用いた。時間・周波数シフトした関数のWHG-based の非可換的かつ群論的性質は式(9) の位相関数に現れている。更に、

[symmetrical TFS0の性質3]:

TD 信号 $z(t)$ とその

[数146]

$$\text{FT } Z(f) = \mathcal{F}[z(t)]$$

に対し、TD とFD の時間・周波数シフトした関数間の内積inner product IP は、

[数147]

$$\left. \begin{aligned} &< T_{t_1, f_1} z(t), T_{t_2, f_2} z(t) >_t = e^{-i\pi \begin{vmatrix} t_1 & f_1 \\ t_2 & f_2 \end{vmatrix}} \theta_{z, z}(t_2 - t_1, f_2 - f_1), \\ &< T_{f_1, -t_1}^f Z(f), T_{f_2, -t_2}^f Z(f) >_f = e^{-i\pi \begin{vmatrix} t_1 & f_1 \\ t_2 & f_2 \end{vmatrix}} \Theta_{Z, Z}(f_2 - f_1, -t_2 + t_1). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

である。ただし、

[数148]

$$< r(t), s(t) >_t = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) s^*(t) dt$$

は、 $r(t)$ と $s(t)$ 間のTD-IPを表しており、

[数149]

$$< R(f), S(f) >_f = \int_{-\infty}^{\infty} R(f) S^*(f) df = < r(t), s(t) >_t$$

は、

[数150]

$$R(f) = \mathcal{F}[r(t)]$$

と

[数151]

$$S(f) = \mathcal{F}[s(t)]$$

間のFD-IPを表している。

[0070] 式(19) は、 i)TD-,FD-IP の実部は $t_2 = t_1$ と $f_2 = f_1$ のときに最大になり、そのとき、AF の最大値も達成される。 ii)IP の左右の項を送信・受信信号と見なせば、送信信号の非可換性由来のPD は、良く設計された受信器のPD で補償できることを意味している。式(19) は、変調信号の位相が、電気工学の交流の電圧、電流の“phasor”[非特許文献18] のように重要であることと、二つの量 t_d , f_d が常にPD に現れることを示唆している。これはTDのmatched filter 依存の通常法とは異なり、WHGを基礎とするTDとFD での (t_d, f_d) -推定法を実現するための大きなステップであり、本明細書の重要な根幹部分である。TD,FDで追跡容易な位相項を有する信号を設計することにより、送信・受信器のいずれでも位相は有効利用可能となる。

[0071] Gabor[非特許文献1] は、TFP 上の信号解析と時間と周波数の不確定性関係下限を達成するガウス関数の重要性を指摘し、次の関数 f の時間・周波数表現を与えた。

[0072] [数152]

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= \sum_{n,m \in \mathbb{Z}} a_{m,n} g_{m,n}(t), a_{m,n} = \langle g_{m,n}, f \rangle_t, m, n \in \mathbb{Z}, \\ g_{m,n}(t) &= g(t - n\tau_0) e^{2\pi i m \nu_0 t}, \tau_0 \nu_0 = 1, m, n \in \mathbb{Z}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Gabor のガウス関数 $g_{m,n}(t)$ の集合は、TFP 上で信号を局在化する性質を有する。しかしながら、この基底は直交しないし、frame[非特許文献7] でもな

い。また、多くの通信研究者は、ナイキスト条件を満たさないガウス関数を用いない。しかし、本明細書の (t_d, f_d) -推定法では、ガウス関数の数々の良好な性質が重要な役割を果たす。

[0073] <4. TD-, FD-signature とtemplate>

TD-PC(phase cod), 即ちspreading spectrum: スペクトラム拡散[非特許文献3] は、code-division multiple access (CDMA) を実現する。CE

[数153]

$$\psi(t)$$

がTFSP を満たすように、そのFT $\Psi(f)$ も位相変調する。なお、送信信号 $s(t)$ は、独立なパルス符号 $c(t)$ で伝送信号 $m(t)$ を変調、 $s(t) = m(t)c(t)$ とする。各ユーザは信号が直交するような符号が割り当てられることで広い周波数帯域の同時使用を可能とする。

[0074] 以下では、

[数154]

$$\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$$

によって表される連続時間信号の代りに

[数155]

$$\ell_2(\mathbb{Z})$$

によって表される離散時間信号を考察する。TD信号 $s(t)$ を Δt の間隔で標本化し、離散FD 信号は、 L -点の離散フーリエ変換(DFT) で定義する。即ち、FD の隣接するbin の周波数間隔は、 $\Delta f = 1/(L\Delta t)$ である。

[0075] [数156]

$$k = \lfloor \frac{t}{\Delta t} \rfloor$$

(分数
[数157]

$$\frac{t}{\Delta t}$$

の切り上げ)
と

[0076] [数158]

$$\ell = \lfloor \frac{f}{\Delta f} \rfloor$$

(分数
[数159]

$$\frac{f}{\Delta f}$$

の切り上げ)
との離散変数、及び、チップパルスの直交性のため
[数160]

$$F_c = \frac{1}{T_c}$$

とし
[数161]

$$T_c = M\Delta t, F_c = M'\Delta f$$

と置くとL-点twiddle factor
[数162]

$$W = e^{-\frac{i2\pi}{L}}, L = MM'$$

が定まる。

[0077] 以下に、7種類の離散時間、離散周波数信号を定義する。

[数163]

$$\begin{aligned} & \text{TD, FD パルス: } g[k], G[\ell], \\ & \text{TD, FD templates: } u_m^{(3)}[k; \mathbf{X}], U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}'], \\ & \text{TD, FD signatures: } v[k; \mathcal{X}], V[\ell; \mathcal{X}], \\ & \text{TD, FD 送信信号: } s[k; \mathcal{X}], S[\ell; \mathcal{X}], \\ & \text{CE of } s[k; \mathcal{X}], \text{FT of } \psi[k; \mathcal{X}]: \psi[k; \mathcal{X}], \Psi[\ell; \mathcal{X}], \\ & \text{TD, FD 受信信号: } r[k; \mathcal{X}], R[\ell; \mathcal{X}], \\ & \text{CE of } r[k; \mathcal{X}], \text{FT of } \psi_r[k; \mathcal{X}]: \psi_r[k; \mathcal{X}], \Psi_R[\ell; \mathcal{X}], \end{aligned}$$

ただし、 $\mathbf{X} = (X_0, \dots, X_{N-1}) \in \{-1, 1\}^N$ は、周期 N のTD-PCであり、 $\mathbf{X}' = (X'_0, \dots, X'_{N'-1}) \in \{-1, 1\}^{N'}$ は、周期 N' のFD-PCであり、 $\mathcal{X} = (\mathbf{X}, \mathbf{X}')$ である。

[0078] $\text{support}[-L\Delta t/2, L\Delta t/2]$ (即ち、時間幅 $L\Delta t$) を有する連続時間チップパルス $g(t)$ に対して、遅延 $(D/2)\Delta t$, $D = L - 1$, $L = (\Delta t \Delta f)^{-1} = MM'$ を有する[非特許文献10]、因果的離散時間の $L\Delta t$ -時間制限(time-limited:TL)チップパルス $g[k]$

[数164]

$$g[k] = \sqrt{\Delta t} g((k - \frac{D}{2})\Delta t), |k| \leq L/2 \quad (21)$$

が得られる。

[0079] また、 $\text{support}[-L\Delta f/2, L\Delta f/2]$ 、即ち、帯域幅 $L\Delta f$ を有する、離散周波数の $L\Delta f$ -帯域制限(band-limited:BL)チップパルス $G[\ell]$ は、 $g[k]$ のDFT

[数165]

$$G[\ell] = \mathcal{F}^d[g[k]] = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{k=0}^{L-1} g[k] W^{k\ell}, 0 \leq \ell \leq L-1.$$

により得られる。なお、チップパルス $g[k]$ (又は $G[\ell]$) のパルス間隔 $T_c = M\Delta t$ (又は $F_c = M'\Delta f$) に対し、その support 時間幅 $L\Delta t$ (又は帯域幅 $L\Delta f$) 中

に左右両側から $M'/2$ (又は $M/2$) 個のチップパルスの干渉を受ける。guard interval を用いないので、これは、慣用法と最も異なる点である。

[0080] 次式で定義される離散時間TD-signature $v[k; \mathbf{x}]$ とそのFD-signature [数166]

$$\left. \begin{aligned} V[\ell; \mathbf{X}] \\ v[k; \mathbf{X}] = \frac{1}{\sqrt{N'}} \sum_{m'=0}^{N'-1} X_{m'} T_{0,m'M'}^d u_{m'}^{(3)}[k; \mathbf{X}], \\ V[\ell; \mathbf{X}] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m T_{0,-mM}^{f,d} U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}'] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

には、次式のtype-3の

TD-template

[数167]

$$u_{m'}^{(3)}[k; \mathbf{X}]$$

とtype-4のFD-template

[数168]

$$\left. \begin{aligned} U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}'] \\ u_{m'}^{(3)}[k; \mathbf{X}] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{-i\pi m m' M M' \Delta t \Delta f} T_{mM,0}^d g[k], 0 \leq m' \leq N'-1, \\ U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}'] = \frac{1}{\sqrt{N'}} \sum_{m'=0}^{N'-1} X_{m'} e^{i\pi m m' M M' \Delta t \Delta f} T_{m'M',0}^{f,d} G[\ell], 0 \leq m \leq N-1, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

が埋め込まれている。ただし、

[数169]

$$T_{a,b}^d g[k]$$

と

[数170]

$$T_{b,-a}^{f,d} G[\ell], a, b, k, \ell \in \mathbb{Z}$$

は、式(4) のvon Neumann のTD とFD のTFS0 の離散版であり、

[数171]

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{T}_{a,b}^d z[k] &= z[k-a]W^{-b(k-\frac{a}{2})}, a, b, k \in \mathbb{Z}, \\ \mathcal{T}_{b,-a}^{f,d} Z[\ell] &= Z[\ell-b]W^{a(\ell-\frac{b}{2})}, a, b, \ell \in \mathbb{Z}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

である。

[0081] TD-signature $v[k; \chi]$ は、 N' 個のTD-templates

[数172]

$$u_{m'}^{(3)}[k; \mathbf{X}]$$

を含み、一方、FD-signature

[数173]

$$V[\ell; \mathcal{X}]$$

は、 N 個のFD-templates

[数174]

$$U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}']$$

を含むので、PC の利用により、signatureと埋め込まれたtemplateとの間のC

CF は大きな値を持つ。TD-template

[数175]

$$u_{m'}^{(3)}[k; \mathbf{X}]$$

はTFP 上で $T_s \times L\Delta f$ の矩形support を有し、FD-template

[数176]

$$U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}']$$

は、 $L\Delta t \times F_s$ の矩形support を有する。TFS0 の連鎖

[数177]

$$\mathcal{T}_{0,m'M'}^d \mathcal{T}_{mM,0}^d g[k]$$

(又は

[数178]

$$\mathcal{T}_{0,-mM}^{f,d} \mathcal{T}_{m'M',0}^{f,d} G[\ell]$$

) を式(22) に適用すると、TD-signature とFD-signature

[数179]

$$\left. \begin{aligned} v[k; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{NN'}} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{m'=0}^{N'-1} X_m X_{m'} \mathcal{T}_{mM,m'M'}^d g[k], \\ V[\ell; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{NN'}} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{m'=0}^{N'-1} X_m X_{m'} \mathcal{T}_{m'M',-mM}^{f,d} G[\ell] \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

が完全対称であることが判る。

[数180]

$$\text{CE } \psi[k; \chi]$$

とキャリア周波数

[数181]

$$\ell_c = \lfloor \frac{\Omega}{2\pi\Delta f} \rfloor$$

を有するレーダTD-信号 $s[k; \chi]$ とそのFT のFD-信号 $S[l; \chi]$ は、

[数182]

$$\left. \begin{aligned} s[k; \mathcal{X}] &= \Re \psi[k; \mathcal{X}] W^{-\ell_c k}, \ell_c = \lfloor \frac{\Omega}{2\pi \Delta f} \rfloor, \\ S[\ell; \mathcal{X}] &= \frac{1}{2} (\Psi[\ell - \ell_c; \mathcal{X}] + \Psi^*[-\ell - \ell_c; \mathcal{X}]), \Psi[\ell; \mathcal{X}] = \mathcal{F}^d[\psi[k; \mathcal{X}]]. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

と求まる。

[0082] レーダTD-信号のCE とそのDFT

[数183]

$$\left. \begin{aligned} \psi[k; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{PP'}} \sum_{q,q'=0}^{P-1,P'-1} d_{\vec{q}} \cdot \mathcal{T}_{qNM,q'N'M'}^d v[k; \mathcal{X}], \\ \Psi[\ell; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{PP'}} \sum_{q,q'=0}^{P-1,P'-1} d_{\vec{q}} \cdot \mathcal{T}_{q'N'M',-qNM}^{f,d} V[\ell; \mathcal{X}] \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

により、TD-, FD-信号

[数184]

$$s[k; \mathcal{X}], S[\ell; \mathcal{X}]$$

が設計できる。これは、時間幅 $T_s = NM \Delta t$, キャリア間隔 $F_s = N' M' \Delta f$ の signatures

[0083] [数185]

$$v[k; \mathcal{X}]$$

(又は、

[数186]

$$V[\ell; \mathcal{X}]$$

) を無重畳に、 PP' 個重ね合わせた2次元系列である。ただし、

[数187]

$$d_{\vec{q}} \in \mathbb{C}$$

は、TFP上の格子

[数188]

$$T_s \mathbb{Z} \times F_s \mathbb{Z}$$

上のデータaddress

[数189]

$$\vec{q} = (q, q')$$

を有するデータシンボルである。即ち、レーダシステムでは、事前にはその範囲が判らない遅延 $t_d \in (0, PT_s)$ とDoppler

[数190]

$$f_D \in \left(-\frac{P'F_s}{2}, \frac{P'F_s}{2}\right)$$

を探索するために、 $PT_s \times P' F_s$ の時間幅・帯域幅を用意する。一方で、データ通信では $P \cdot P'$ 個の

[数191]

$\mathcal{M}$ -値データ

、即ち、

[数192]

$$d_{\vec{q}} \in \{e^{i\frac{2\pi}{M}k}\}_{k=0}^{M-1}, 1 \leq q \leq P, 1 \leq q' \leq P')$$

を送信する。

ここで、

[数193]

$$\theta'^d = (k_d, \ell_D), k_d = \lfloor \frac{t_d}{\Delta t} \rfloor, \ell_D = \lfloor \frac{f_D}{\Delta f} \rfloor$$

を有する通信路を介して信号 $s[k; \chi]$ を送信したと仮定する。このとき、

[数194]

$$\text{変調 } (T_{0, \ell_c}^d) \cdot \text{復調 } (T_{0, -\ell_c}^d)$$

で得られる受信TD-信号は

[数195]

$$\left. \begin{aligned} r[k; \mathcal{X}, A, \kappa, \theta'^d] &= A \Re e^{i\kappa} \psi_r[k] + \eta[k] + \xi[k], \\ \psi_r[k] &= T_{0, -\ell_c}^d T_{k_d, \ell_D}^d T_{0, \ell_c}^d \psi[k; \mathcal{X}] = W^{k_d \ell_c} T_{k_d, \ell_D}^d \psi[k; \mathcal{X}], \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

と表現される。ただし、

[数196]

$$\psi_r[k]$$

は受信信号の信号成分のCEであり、 $\eta[k]$ 、及び $\xi[k]$ は干渉成分、及びGauss
雑音である。FD-信号及びDFT

[数197]

$$R[\ell; \mathcal{X}, A, \kappa, \theta'^d] = \mathcal{F}^d[r[k; \mathcal{X}, A, \kappa, \theta'^d]]$$

の詳細は省略した。非可換の変・復調に伴うPD

[数198]

$$W^{k_d \ell_c}$$

は、 $e^{i\kappa}$ の再定義により吸収させることもできるが、後述のように、相関受信

器で補償されるべきである。このようなTD, FD 受信信号は、受信器での観測値 w とそのDFT W を与える。

[0084] 独立同分布(i.i.d.) のTD-, FD-PC は、M-種検定法で必要な独立な N' 個のTD-templates

[数199]

$$u_m^{(3)}[k; \mathbf{X}]$$

及び N 個のFD-templates

[数200]

$$U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}']$$

を生成する。PCには二つの機能（信号の乱雑化及びTFS0由来のPD発生）がある。幸いに、PD自身は送信信号に追跡容易性を付与するという意味で、パラメタ推定のための良い目印となる。これはPC導入の功罪を示している。実際、位相変調システムの帯域幅は古典的レーダシステムのそれより N 倍大きくなり、またmulti-carrier化、即ちFD-PC は、sub-carriers 数 N' 倍の帯域幅を更に必要とする。

[0085] <5. M 種仮説検定によるTD-, FD-信号検出と推定>

漸く、式(27) のCE

[0086] [数201]

$$\psi[k; \mathcal{X}]$$

(又は、

[数202]

$$\Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

) を有する式(26) のレーダ信号

[0087] [数203]

$$s[k; \mathcal{X}]$$

(又は、

[数204]

$$S[\ell; \mathcal{X}]$$

) を検出する、M-種仮説検定を適用する準備が整った。受信器が式(17) に関連付けられたNN' 個の仮説 $H_{mm'}$ を選択する戦略を考えよう。それは、TD (又はFD) のLLF(又はその関連のCCF) を最大化するパラメタ $\theta^{(d)}$ を見つければ十分である。最初に、TFP の格子

[数205]

$$T_c \mathbb{Z} \times F_c \mathbb{Z}$$

上のaddress

[数206]

$$(\rho', \vec{p}), \vec{p} = (p, p')$$

を有する、受信TD-template CE

[数207]

$$Ae^{i\kappa}W^{\hat{k}_d\ell_0}\mathcal{T}_{\hat{k}_d,\ell_\mu}^d\psi_{\rho',\vec{p}}^{(3)}[k]$$

の検出問題から考える。ただし、

[数208]

$$\psi_{\rho',\vec{p}}^{(3)}[k]=d_{\vec{p}}\mathcal{T}_{pNM,\vec{p}'N'M'}^d\mathcal{T}_{0,\vec{p}'M'}^dX'_{\rho'}u_{\rho'}^{(3)}[k;\mathbf{X}],0\leq\rho'\leq N'-1, \quad (29)$$

であり、

[数209]

$$X'_{\rho'} u_{\rho'}^{(3)}[k; \mathbf{X}]$$

は、chip address ρ' のFD-PC TD-template((22) 参照)であり、

[数210]

$$\hat{k}_d$$

は、 k_d の推定整数値であり、

[数211]

$$\ell_\mu$$

は

[数212]

$$\ell_D$$

を推定する制御用整数値である。このCEは式(27) (式(28)の

[数213]

$$\psi_r[k]$$

参照) の推定受信CE

[数214]

$$Ae^{i\kappa} W^{\hat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi[k; \mathcal{X}]$$

中に埋め込まれている(図3a-1 参照)。ただし、関係式

[数215]

$$\mathcal{T}_{0,-\ell_c}^d \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \mathcal{T}_{0, \ell_c}^d = W^{\hat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d$$

を用いた。式(29)は、次章で示すようにCE が種々のPD 由来の意味のある位相を含むことを示す。

[数216]

$$\psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k]$$

と相補的CE

[数217]

$$\psi_{\eta, \rho', \bar{p}}^{(3)}[k], 0 \leq \rho' \leq N' - 1$$

を、

[数218]

$$\begin{aligned} \psi_{\eta, \rho', \bar{p}}^{(3)}[k] &= \sum_{m'=0, m' \neq \rho'}^{N'-1} \psi_{m', \bar{p}}^{(3)}[k], \\ \psi_{m', \bar{p}}^{(3)}[k] &= d_{\bar{p}} \mathcal{T}_{pNM, \bar{p}'N'M'}^d \mathcal{T}_{0, m'M'}^d X_{m'}' u_{m'}^{(3)}[k; \mathbf{X}], 0 \leq m' \leq N' - 1. \end{aligned}$$

と表す。式(22)と式(27) から、 N' 個のTD-template

[数219]

$$u_{\rho'}^{(3)}[k; \mathbf{X}]$$

が利用可能なので、受信器は、 N' 個のCE

[数220]

$$\psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k], 0 \leq \rho' \leq N' - 1$$

を用いて N' 個のLLF 中でいずれが最大であるかを決定する(図3b 参照)。

[0088] i) TD の離散時間信号検出及びDoppler-shift-ML 推定問題:

N_T 個の確率変数 $w = (w[0], \dots, w[N_T - 1])$ に基づいて受信器は二つの

仮説

[数221]

$$\left. \begin{aligned} H_0 : & \quad \psi_w[k] = \psi_n[k], \\ H_1 : & \quad \psi_w[k] = A e^{i\kappa} W^{\widehat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\widehat{k}_d, \ell_\mu}^d \frac{1}{\sqrt{P P'}} \sum_{p=0, p'=0}^{P-1, P'-1} (\psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] + \psi_{\eta, \rho', \bar{p}}^{(3)}[k]) + \psi_n[k], \\ & \quad 0 \leq k \leq N_T - 1, 0 \leq \rho' \leq N' - 1 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

を選択する。ただし、

[数222]

$$\psi_w[k]$$

は時刻k の観測値

[数223]

$$w[k] = \Re \psi_w[k] W^{-\ell_r k}, \ell_r = \lfloor \frac{\Omega_r}{2\pi \Delta f} \rfloor$$

のNB CEであり、

[数224]

$$\psi_n[k]$$

はガウス雑音

[数225]

$$n[k] = \Re \psi_n[k] W^{-\ell_r k}$$

のNB CEであり、

[数226]

$$N_T = \lfloor T/\Delta t \rfloor \gg 1$$

は、観測時間(0, T) のサンプル数である。仮説 H_1 の信号成分は

[数227]

$$(N')^{\frac{1}{2}} A e^{i\kappa} W^{\hat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi[k; \mathcal{X}]$$

と等しい。 N' 個のCE

[数228]

$$\psi_{m', \bar{p}}^{(3)}[k], 0 \leq m' \leq N' - 1$$

は等エネルギーであり、

[数229]

$$\sum_{k=0}^{N_T-1} \psi_{m'_1, \bar{p}}^{(3)}[k] \psi_{m'_2, \bar{p}}^{(3)}[k] \ll 1, m'_1 \neq m'_2$$

の意味で擬似的直交であることを前提として次の結果を得る。

[0089] 命題4:

スペクトル密度 N_0 のガウス雑音下の観測値 $\mathbf{w} = (w[0], \dots, w[N_T-1])$ に基づく

[数230]

$$A e^{i\kappa} W^{\hat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k]$$

の検出・推定の

[数231]

$$(\rho', \bar{p})$$

番目の対数尤度は[非特許文献18]

[数232]

$$\left. \begin{aligned} \ln \Lambda_{\rho', \bar{p}}[w[k]; A, \kappa, \hat{k}_d; \ell_\mu] &= g_{\rho', \bar{p}}(A, \kappa, \hat{k}_d; \ell_\mu) - \frac{d_{\rho', \bar{p}}^2}{2}, \\ g_{\rho', \bar{p}}(A, \kappa, \hat{k}_d; \ell_\mu) &= \Re \frac{A e^{-i\kappa} W^{-\hat{k}_d \ell_c}}{N_0 \sqrt{P P'}} \sum_{p, p'=0}^{P-1, P'-1} \sum_{k=0}^{N_T-1} \left(\mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] \right)^* W^{\alpha(k; \hat{k}_d, \ell_\mu)} \psi_w[k], \\ d_{\rho', \bar{p}}^2 &= \frac{A^2}{N_0 \sqrt{P P'}} \left| \sum_{p, p'=0}^{P-1, P'-1} \sum_{k=0}^{N_T-1} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] \right|^2. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

である。ただし、

[数233]

$$\alpha(k; \hat{k}_d, \ell_\mu) = -\ell_\mu(k - \frac{\hat{k}_d}{2}) + \ell_D(k - \hat{k}_d)$$

である。

[0090] 或る決定レベル r_0 に対し、次式を満たす整数値を

[数234]

$$\rho' = \rho'_0 \text{ と } \ell_\mu = \ell_\mu^*$$

とする。

[数235]

$$\begin{aligned} \max_{\rho', \ell_\mu} \frac{|g'_{\rho', \bar{p}}(\hat{A}, \hat{\kappa}, \hat{k}_d; \ell_\mu)|}{d_{\rho', \bar{p}}} &> r_0, 1 \leq \rho' \leq N', \\ g'_{\rho', \bar{p}}(\hat{A}, \hat{\kappa}, \hat{k}_d; \ell_\mu) &= \Re \frac{Ae^{-i\kappa} W^{-\hat{k}_d \ell_\mu} P^{-1, P'-1} N_T^{-1}}{\hat{A}e^{-i\hat{\kappa}} N_0 \sqrt{P P'}} \sum_{p, p'=0} \Delta t \sum_{k=0}^{N_T-1} \left(T_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] \right)^* W^{\alpha(k; \hat{k}_d, \ell_\mu)} \psi_w[k]. \end{aligned} \quad (32)$$

ただし、

[数236]

$$g'_{\rho', \bar{p}}(\hat{A}, \hat{\kappa}, \hat{k}_d; \ell_\mu)$$

は、式(31)における

[数237]

$$g_{\rho', \bar{p}}(A, \kappa, \hat{k}_d; \ell_\mu)$$

の、式(16)における $Ae^{-i\kappa}$ のMLE

[数238]

$$\hat{A}e^{-i\hat{\kappa}}$$

による補償版である。このとき、受信器はTFP 上の格子

[数239]

$$T_c\mathbb{Z} \times F_c\mathbb{Z}$$

上のaddress

[数240]

$$(\rho', \vec{p})$$

のCEが届いたと判定し、もし、全ての

[数241]

$$|g'_{\rho', \vec{p}}(\hat{k}_d, \hat{A}, \hat{\kappa}, \ell_\mu)|/d_{\rho', \vec{p}}$$

が r_0 以下のとき、受信器は、信号は無いと判定する。故に

[数242]

$$\ell_\mu^*$$

は与えられた

[数243]

$$\hat{k}_d$$

の下での

[数244]

$$\ell_\mu$$

のMLE である。なお、

[数245]

$$W^{\alpha(k; \hat{k}_d, \ell_\mu)}$$

は、TFS0

[数246]

$$\mathcal{T}_{\hat{k}_d,\ell_\mu}^d$$

に伴う位相関数である。

[0091] 次に、観測値 w の DFT

[数247]

$$W[\ell] = \mathcal{F}^d[w[k]] = \frac{1}{\sqrt{N_T}} \sum_{k=0}^{N_T-1} w[k] W^{kl}, 0 \leq \ell \leq N_T-1$$

に基づいて、FDにおける信号検出・遅延推定問題に移る。格子

[数248]

$$T_c\mathbb{Z} \times F_c\mathbb{Z}$$

上のaddress

[数249]

$$(\rho, \vec{p})$$

を有する受信FD-template CE

[数250]

$$Ae^{i\kappa}W^{k_\sigma\ell_c}\mathcal{T}_{\hat{\ell}_D,-k_\sigma}^{f,d}\Psi_{\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell]$$

の検出問題を考える。但し

[数251]

$$\Psi_{\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell] = d_{\vec{p}}\mathcal{T}_{p'N'M',-pNM}^{f,d}\mathcal{T}_{0,-\rho M}^{f,d}X_\rho U_\rho^{(4)}[\ell;\mathbf{X}'] \tag{33}$$

であり

[数252]

$$X_{\rho} U_{\rho}^{(4)}[\ell; \mathbf{X}]$$

は、chip address ρ のTD phase-coded FD-template((22)参照)である。このCEは式(27)のDFT

[数253]

$$\Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

の受信FD-CE

[数254]

$$A e^{i\kappa} W^{k_{\sigma} \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_{\sigma}}^{f,d} \Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

中に埋め込まれている(図3a-2 参照)。但し

[数255]

$$\hat{\ell}_D$$

は

[数256]

$$\ell_D$$

の推定整数値であり、 k_{σ} は k_d の推定制御用整数値であり、関係式

[数257]

$$\mathcal{T}_{-\ell_c, 0}^{f,d} \mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_{\sigma}}^{f,d} \mathcal{T}_{\ell_c, 0}^{f,d} = W^{k_{\sigma} \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_{\sigma}}^{f,d}$$

を用いた。

[数258]

$$\Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell]$$

と相補的集合

[数259]

$$\Psi_{\eta,\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell], 0 \leq \rho \leq N-1$$

を、

[数260]

$$\begin{aligned} \Psi_{\eta,\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell] &= \sum_{m=0, m \neq \rho}^{N-1} \Psi_{m,\vec{p}}^{(4)}[\ell], \\ \Psi_{m,\vec{p}}^{(4)}[\ell] &= d_{\vec{p}} \mathcal{T}_{p'N'M', -pNM}^{\ell, d} \mathcal{T}_{0, -mM}^{\ell, d} X_m U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}'], 0 \leq m \leq N-1. \end{aligned} \quad (34)$$

と表す。

[0092] 式(22)と式(27) からN 個のFD-templates

[数261]

$$U_{\rho}^{(4)}[\ell; \mathbf{X}']$$

が利用可能なので、受信器はN 個のFD-CE

[数262]

$$\Psi_{\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell], 0 \leq \rho \leq N-1$$

を用いて、N 個のLLF の何れが最大であるかを決定すれば良い(図3b 参照)。

[0093] ii) FDでの信号検出及び遅延-ML推定問題:

観測値 $\mathbf{W} = (W[0], \dots, W[N_T - 1])$ に基づいて、受信器はFD で以下の二つの仮説

[数263]

$$\left. \begin{aligned} H_0' : & \quad W[\ell] = N[\ell], \\ H_1' : & \quad W[\ell] = \frac{A e^{i\kappa} W^{k_{\sigma} \ell_c}}{\sqrt{P P'}} \mathcal{T}_{\ell_D, -k_{\sigma}}^{\ell, d} \sum_{p=0, p'=0}^{P-1, P'-1} (S_{\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell] + E_{\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell]) + N[\ell], \\ & \quad 0 \leq \ell \leq N_B - 1, 0 \leq \rho \leq N-1, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

を選択する。但し

[数264]

$$W[\ell] = \mathcal{F}^d[\Re\psi_w[k]W^{-\ell_r k}]$$

は、NB CE

[数265]

$$\psi_w[k]$$

を持つ観測値 $w[k]$ のDFTであり、

[数266]

$$N[\ell] = \mathcal{F}^d[\Re\psi_n[k]W^{-\ell_r k}]$$

は、NB CE

[数267]

$$\psi_n[k]$$

を持つ雑音 $n[k]$ のDFTであり、

[数268]

$$N_B = \lfloor B/\Delta f \rfloor$$

は帯域幅 B 中のサンプル数であり、簡単のため $N_B = N_T$ とする。

[数269]

$$S_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell] = \mathcal{F}^d[\Re \mathcal{F}^{-1, d}[\Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell] W^{-\ell_c k}]]$$

は。(33) のCE

[数270]

$$\Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell]$$

を有する

[数271]

$$(\rho, \vec{p})$$

番目のtemplateの信号スペクトルであり、

[数272]

$$E_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell] = \mathcal{F}^d[\Re \mathcal{F}^{-1, d}[\Psi_{\eta, \rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell] W^{-\ell c k}]]$$

は、式(34) のCE

[数273]

$$\Psi_{\eta, \rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell]$$

を有する相補信号スペクトルである。仮説 H'_1 の信号成分は、

[数274]

$$(N)^{\frac{1}{2}} A e^{i k c} W^{k c \ell c} \mathcal{T}_{\ell_D, -k c}^{\ell, d} \Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

と等しい。N 個のCE

[数275]

$$\Psi_{m, \vec{p}}^{(4)}[\ell], 0 \leq m \leq N-1$$

が等エネルギーであり、

[数276]

$$\sum_{\ell=0}^{N_B-1} \Psi_{m_1, \vec{p}}^{(4)}[\ell] \Psi_{m_2, \vec{p}}^{(4)}[\ell] \ll 1, m_1 \neq m_2$$

の意味で擬似的直交であることを前提として、次の結果を得る。

[0094] 命題5:

スペクトル密度 N_0 の白色ガウス雑音中の観測値

[数277]

$$\mathbf{W} = (W[0], \dots, W[N_T-1]), W[\ell] = \mathcal{F}^d[w[k]]$$

に基づいて、

[数278]

$$S_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell]$$

を検出及び推定する

[数279]

$$(\rho, \vec{p})$$

番目の対数尤度関数LLF は

[数280]

$$\begin{aligned} \ln \Lambda'_{\rho, \vec{p}}[W[\ell]; A, \kappa, \hat{\ell}_D; k_\sigma] &= G_{\rho, \vec{p}}(A, \kappa, \hat{\ell}_D; k_\sigma) - \frac{D_{\rho, \vec{p}}^2}{2}, \\ D_{\rho, \vec{p}}^2 &= \frac{A^2}{N_0 \sqrt{P P'}} \left| \sum_{p, p'=0}^{P-1, P'-1} \Delta f \sum_{\ell=0}^{N_B-1} \mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_\sigma}^{\ell, d} S_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell] \right|^2, \\ G_{\rho, \vec{p}}(A, \kappa, \hat{\ell}_D; k_\sigma) &= \Re \frac{A e^{-i\kappa W - k_\sigma \ell_c}}{N_0 \sqrt{P P'}} \sum_{p, p'=0}^{P-1, P'-1} \\ &\times \Delta f \sum_{\ell=0}^{N_B-1} \left(\mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_\sigma}^{\ell, d} S_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell] \right)^* W^{\beta(\ell; \hat{\ell}_D, k_\sigma)} W[\ell]. \end{aligned} \quad (36)$$

と表される。

但し、

[数281]

$$\beta(\ell; \hat{\ell}_D, k_\sigma) = k_\sigma(\ell - \frac{\hat{\ell}_D}{2}) - k_d(\ell - \hat{\ell}_D)$$

であり、或る決定レベル r'_0 に対し、 $\rho = \rho_0$ と

[数282]

$$k_\sigma = k_\sigma^*$$

を、次式を満たす整数とする。

[数283]

$$\begin{aligned} \max_{\rho, k_{\sigma}} \frac{|G'_{\rho, \vec{p}}(A, \kappa, \hat{\ell}_D; k_{\sigma})|}{D_{\rho, \vec{p}}} &> r'_0, \quad 1 \leq \rho \leq N, \\ G'_{\rho, \vec{p}}(A, \hat{\kappa}, \hat{\ell}_D; k_{\sigma}) &= \Re \frac{A e^{-i k_{\sigma} \ell_c}}{\hat{A} e^{-i \hat{\kappa}} N_0 \sqrt{P P'}} \Delta f \sum_{\ell=0}^{N_B-1} \left(T_{\hat{\ell}_D, -k_{\sigma}}^{\ell, d} S_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell] \right)^* W^{\beta(\ell, \hat{\ell}_D, k_{\sigma})} W[\ell] \end{aligned} \tag{37}$$

このとき、受信器は、TFPの格子

[数284]

$$T_c \mathbb{Z} \times F_c \mathbb{Z}$$

上のaddress

[数285]

$$(\rho, \vec{p})$$

の信号が到着したと判定し、全ての

[数286]

$$|G'_{\rho, \vec{p}}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D, \hat{A}, \hat{\kappa})|/D_{\rho, \vec{p}}$$

が r'_0 以下ならば、受信器は、信号は無いと判定する。

[数287]

$$k_{\sigma}^*$$

は、与えられた

[数288]

$$\hat{\ell}_D$$

の下での k_d のMLEである。なお、

[数289]

$$W^{\beta}(\ell; \hat{\ell}_D, k_{\sigma})$$

は、TFS0

[数290]

$$\mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_{\sigma}}^{f, d}$$

による,

[数291]

$$W^{\alpha}(k; \hat{k}_d, \ell_{\mu})$$

のFD 版の位相関数である。

[0095] <6. パラメタ推定用TD-, FD-CCF>

<6.1 TD-, FD-CCF>

観測値

[数292]

$$w(t) = \Re \psi_w(t) e^{i\Omega t}$$

はNBであり、そのCE

[数293]

$$\psi_w[k]$$

の実部及び虚部は別々に測定できると仮定する[非特許文献18, 3]。信号

[0096] [数294]

$$A e^{i\kappa} W^{\hat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_{\mu}}^d \psi_{\rho', \hat{x}}^{(3)}[k]$$

(又は、

[数295]

$$Ae^{i\kappa}W^{k_\sigma\ell_c}T_{\ell_D,-k_\sigma}^{t,d}\Psi_{\rho,\vec{p}}^{(4)}[\ell]$$

)を検出するため、及び、式(31)の

[数296]

$$W^\alpha(k;\hat{k}_d,\ell_\mu)$$

を有する

[0097] [数297]

$$g_{\rho',\vec{q}}(\hat{k}_d,\ell_\mu)$$

(又は、式(36)の

[数298]

$$W^{\beta(\ell;k_\sigma,\hat{\ell}_D)}$$

を持つ

[数299]

$$G_{\rho,\vec{p}}(k_\sigma,\hat{\ell}_D)$$

)の代りに時間・周波数対称な統計量を得るために、以下で定義される、各々関連付けられたCCFを用いる(図3b 参照)。

[0098] Lemma 1: 式(30)の二つの仮説 H_0, H_1 のCE

[数300]

$$\psi_n[k]$$

はガウス雑音である仮定すると、CCF

[数301]

$$\langle \psi_n, \psi_{\rho',\vec{p}}^{(3)} \rangle_{d,k} \ll 1$$

が成立する。但しく $\cdot, \cdot \rangle_{d,k}$ は、離散時間関数の空間

[数302]

$$\ell_2(\mathbb{Z})$$

における inner product (IP) である。故に、(受信器入力CE

[数303]

$$\psi_w[k; \chi]$$

の代わりに) 減衰定数

[数304]

$$Ae^{i\kappa} W^{k_d \ell_c}$$

を持つ受信CE

[数305]

$$\mathcal{T}_{k_d, \ell_D}^d \psi[k; \chi]$$

(即ち式(28) の受信CE

[数306]

$$\psi_r[k; \chi]$$

の信号成分) と、式(29)のaddress

[数307]

$$(\rho', \vec{p})$$

における推定TD-template CE

[数308]

$$W^{k_d \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)}[k] \big|_{d_{\vec{p}}=1}$$

の複素インパルス応答のNB matched filter との間のCCF (type-3 の相関器

と呼ぶ) を、

[数309]

$$c_{\rho', \bar{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d) = Ae^{i\kappa} W^{k_d \ell_c} \times \sum_{k \in \mathbb{Z}} T_{k_d, \ell_D}^d \psi[k; \mathcal{X}] \left(W^{\hat{k}_d \ell_c} T_{k_d, \ell_\mu}^d T_{pNM, p'N'M'}^d T_{0, \rho'M'}^d Y_{\rho'}' u_{\rho'}^{(3)}[k; \mathbf{Y}] \right)^* \quad (38)$$

で定義する。ここで、式(29) の符号 $X'_{\rho'}$, X の代りに、 $Y'_{\rho'}$, Y を有する

[数310]

$$\psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k; \mathbf{Y}]$$

を用いた。

[0099] 少し計算すると、このCCF は

[数311]

$$\begin{aligned} c_{\rho', \bar{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d) &= \frac{Ae^{i\kappa} W^{(k_d - \hat{k}_d) \ell_c}}{\sqrt{PP'}} \sum_{\bar{q}} d_{\bar{q}} \frac{Y_{\rho'}'^*}{N\sqrt{N'}} \sum_{m=0, m'=0, n=0}^{N-1, N'-1, N-1} X_m X_{m'}^* Y_n^* \\ &\times \theta_{gg}[(\hat{k}_d - k_d) + (p - q)MN + (n - m)M, \\ &\quad (\ell_\mu - \ell_D) + (p' - q')M'N' + (\rho' - m')M'] \\ &\times W^{\frac{1}{2}} \left(k_d \ell_\mu - \hat{k}_d \ell_D + 2MNq\nu_0[\ell_\mu] - 2M'N'q'\tau_0[\hat{k}_d] \right) \\ &\times W^{\frac{1}{2}} \left((m\rho' - m'n)MM' - (m' + \rho')M'\tau_0[\hat{k}_d] + (m + n)M\nu_0[\ell_\mu] \right). \quad (39) \end{aligned}$$

と表されることが分かる。

[0100] 残念ながら、AF $\theta_{gg}(\tau, \nu)$, $\Theta_{gg}(\nu, -\tau)$ は、一般的に多数のサイドローブsidelobeを有する。しかし、ガウスチップパルス $g(t)$ は、そのAFの τ , ν に関する変数分離性と指数関数的減衰特性

[数312]

$$\theta_{gg}(\tau, \nu) = \Theta_{GG}(\nu, -\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{2s_t^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\nu^2}{2s_f^2}\right), \quad s_t s_f = \frac{1}{2\pi},$$

により、推定問題の革新的な解答を与える。ここで、

[数313]

$$s_t^2 = \sum_k k^2 g[k], s_f^2 = \sum_\ell \ell^2 G[\ell].$$

である。

[数314]

$$\Re c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d)$$

が大きな値を持つためには、 $N, N' \gg 1$ の場合、 $\theta_{\text{gg}}[\cdot, \cdot]$ の第一及び第二変数はいずれも小さくならない。即ち、式(39) の

[数315]

$$\vec{q} \neq \vec{p}$$

の項は全て無視可能である。ガウス関数のこの性質が、

[数316]

$$\Re c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d)$$

を最大化する l_μ の決定に中心的役割を果たす。

[0101] twiddle factor W のべき数のPDと関連するPCの三重和を評価するために、IDFT-型和

[数317]

$$\mathcal{F}_{m', N'}^{-1, d}[X[m']]_{m'}(a)_{m'} = \frac{1}{\sqrt{N'}} \sum_{m'=0}^{N'-1} X[m'] e^{i2\pi \frac{am'}{L}}$$

を角括弧

[数318]

$$\mathcal{F}_{m', N'}^{-1, d}[\cdot]_{m'}$$

と丸括弧 $(a)_{m'}$ (便利な記法 $(a)_{m'} = W^{-am'}$ で定義する) の対で記号的に表示し、DFT-型和

[数319]

$$\mathcal{F}_{m,N}^d[x[m]]_m(b')_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} x[m] e^{-i2\pi \frac{mb'}{L}}$$

も

[数320]

$$\mathcal{F}_{m,N}^d[\cdot]_m(b')_m = W^{mb'}$$

の対で記号的に表示し、記号

[数321]

$$\nu_0[\ell_\mu] = \ell_\mu - \ell_D, \tau_0[\widehat{k}_d] = \widehat{k}_d - k_d \quad (40)$$

を用いると、

Lemma 2: type-3 の受信器のaddressが、

[数322]

$$\vec{p} = \vec{q}$$

であり、 $Y = X, Y' = X'$ であるならば、CCFは、

[数323]

$$\begin{aligned} & c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \widehat{k}_d) \\ & \simeq \frac{A e^{i\kappa} W^{-\tau_0[\widehat{k}_d] \ell_c}}{\sqrt{P P'}} d_{\vec{p}} X_{\rho'}'^* W \left(M N p \nu_0[\ell_\mu] - (N' p' + \frac{\rho'}{2}) M' \tau_0[\widehat{k}_d] + \frac{k_d \ell_\mu - \widehat{k}_d \ell_D}{2} \right) \\ & \times \mathcal{F}_{m', N'}^{1, d} \left[X_{m'}' \exp \left(-\frac{(\nu_0[\ell_\mu] + (\rho' - m') M')^2}{2 s_t^2} \right) \right] \mathcal{F}_{m, N}^d [X_m \mathcal{F}_{n, N}^d [X_n^* \\ & \times \exp \left(-\frac{(\tau_0[\widehat{k}_d] + (n - m) M)^2}{2 s_t^2} \right)]]_n \\ & \times (x_3(-m'))_n]_m (x_3(\rho'))_m]_{m'} \left(\frac{M' \tau_0[\widehat{k}_d]}{2} \right)_{m'}, x_3(\rho') = \frac{M(\nu_0[\ell_\mu] + \rho' M')}{2}. \quad (41) \end{aligned}$$

と表される。

[0102] 故に、

[数324]

$$\Re c_{\rho',\bar{p}}^{(3)}(\ell_\mu;\widehat{k}_d)$$

が大きな値を持つためには

[数325]

$$|\nu_0[\ell_\mu]|<3s_f\text{ and }|\tau_0[\widehat{k}_d]|<3s_t$$

が成立する必要がある。但し式(39)の2番目のtwiddle factor の6個の項中の5個を並べ替え、

[数326]

$$\left. \begin{aligned} W^{\frac{1}{2}nM\nu_0[\ell_\mu]}\cdot W^{-\frac{1}{2}m'MM'} &= W^{\frac{1}{2}nM(\nu_0[\ell_\mu]-m'M')}=(x_3(-m'))_n \\ W^{\frac{1}{2}mM\nu_0[\ell_\mu]}\cdot W^{\frac{1}{2}m\rho'MM'} &= W^{\frac{1}{2}mM(\nu_0[\ell_\mu]+\rho'M')}=(x_3(\rho'))_m \\ W^{-\frac{1}{2}m'M'\tau_0[\widehat{k}_d]} &= \left(\frac{M'\tau_0[\widehat{k}_d]}{2}\right)_{m'} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

残りの一つを1番目のtwiddle factor に移動した。一方、FD では、

Lemma 3: 式(35) の二つの仮説 H'_0, H'_1 の

[数327]

$$N[\ell]$$

はガウス雑音であるとする、CCF

[数328]

$$<N,S_{\rho,\bar{p}}^{(4)}>_{d,\ell}\ll 1$$

が成立する。但し、 $\langle \cdot, \cdot \rangle_{d,\ell}$ は離散周波数のFD-関数の空間

[数329]

$$\ell_2(\mathbb{Z})$$

のIP である。

[0103] (FD-CE

[数330]

$$\Psi_{\mathbf{w}}[\ell; \mathcal{X}]$$

の代わりに) 減衰定数

[数331]

$$Ae^{i\kappa}W^{k_d\ell_c}$$

を有する受信FD-CE

[数332]

$$Ae^{i\kappa}W^{k_d\ell_c}\mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_d}^{f,d}\Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

、即ち受信CE

[数333]

$$\psi_r[k]$$

の信号成分のFT と、式(33)のaddress

[数334]

$$(\rho, \vec{p})$$

における推定FD-template CE

[数335]

$$W^{k_\sigma\ell_c}\mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_\sigma}^{f,d}\Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell]|_{d_{\vec{p}}=1; \mathbf{X}' \rightarrow \mathbf{Y}', X_\rho \rightarrow Y_\rho}$$

のNB matched filter の複素インパルス応答とのCCF (type-4 の相関器と呼称) を、

[数336]

$$C_{\rho,\vec{p}}^{(4)}(k_{\sigma};\hat{\ell}_D)=Ae^{i\kappa W^{k_d\ell_c}} \\ \times \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} T_{\ell_D,-k_d}^{\ell,d} \Psi[\ell;\mathcal{X}] \left(W^{k_{\sigma}\ell_c} T_{\ell_D,-k_{\sigma}}^{\ell,d} T_{p'N'M',-pNM}^{\ell,d} T_{0,-\rho M}^{\ell,d} Y_{\rho} U_{\rho}^{(4)}[\ell:Y'] \right)^* \quad (43)$$

で定義する。このCCF は、

[数337]

$$C_{\rho,\vec{p}}^{(4)}(k_{\sigma};\hat{\ell}_D) \\ = \frac{Ae^{i\kappa W^{-\tau_0[k_{\sigma}]\ell_c}}}{\sqrt{PP'}} \sum_{\vec{q}} d_{\vec{q}} \frac{Y_{\rho}^*}{N'\sqrt{N}} \sum_{m=0, m'=0, n'=0}^{N-1, N'-1, N'-1} X_m X_{m'} Y_{n'}^* \\ \times \Theta_{GG}[(\hat{\ell}_D - \ell_D) + (p' - q')MN + (n' - m')M' \\ , -(k_{\sigma} - k_d) - (p - q)MN - (\rho - m)M] \\ \times W^{\frac{1}{2}} \left(k_d \hat{\ell}_D - k_{\sigma} \ell_D + 2MNq\nu_0[\hat{\ell}_D] - 2M'N'q'\tau_0[k_{\sigma}] \right) \\ \times W^{\frac{1}{2}} \left((mn' - m'\rho)MM' - (m' + n')M'\tau_0[k_{\sigma}] + (m + \rho)M\nu_0[\hat{\ell}_D] \right) \quad (44)$$

と表される。同様に、

[数338]

$$\Re C_{\rho,\vec{p}}^{(4)}(k_{\sigma};\hat{\ell}_D)$$

が大きな値を持つために

[数339]

$$\vec{q} = \vec{p}$$

と仮定できるので、 $N, N' \gg 1$ のとき、式(44) の

[数340]

$$\vec{q} \neq \vec{p}$$

の全ての項は無視できる。twiddle factor の三つの項は纏められ、PC の3重和を評価すると、

Lemma 4: type-4 の相関受信器がaddress

[数341]

$$\vec{p} = \vec{q}$$

を有し、 $Y = X, Y' = X'$ であれば、CCFは、

[数342]

$$\begin{aligned} C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_\sigma; \widehat{\ell}_D) & \simeq \frac{A e^{i k_\sigma W - \tau_0(k_\sigma) \ell_c}}{\sqrt{P P'}} d_{\vec{p}} X_\rho^* W \left((N p + \frac{\rho}{2}) M \nu_0[\widehat{\ell}_D] - M' N' p' \tau_0[k_\sigma] + \frac{k_d \widehat{\ell}_D - k_\sigma \ell_D}{2} \right) \\ & \times \mathcal{F}_{m, N}^d \left[X_m \exp \left(-\frac{(\tau_0[k_\sigma] + (\rho - m) M)^2}{2 s_t^2} \right) \right] \mathcal{F}_{m', N'}^{-1, d} \left[X_{m'}' \mathcal{F}_{n', N'}^{-1, d} [X_{n'}'^* \right. \\ & \times \exp \left(-\frac{(\nu_0[\widehat{\ell}_D] + (n' - m') M')^2}{2 s_f^2} \right) \Big]_{n'} \\ & \times (x_4(-m))_{n'} (x_4(\rho))_{m'} \Big]_m \left(\frac{M \nu_0[\widehat{\ell}_D]}{2} \right)_m, x_4(\rho) = \frac{M'(\tau_0[k_\sigma] + \rho M)}{2}. \quad (45) \end{aligned}$$

と表される。故に

[数343]

$$\Re C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_\sigma; \widehat{\ell}_D)$$

が大きな値を持つためには、

[数344]

$$|\nu_0[\widehat{\ell}_D]| < 3s_f \text{ and } |\tau_0[k_\sigma]| < 3s_t$$

でなければならない。但し、式(44) の2番目のtwiddle factor の6個の項目中の5個を並べ替え、

[数345]

$$\left. \begin{aligned} W^{-\frac{1}{2} n' M' \tau_0[k_\sigma]} \cdot W^{\frac{1}{2} n' m M M'} &= W^{-\frac{1}{2} n' M' (\tau_0[k_\sigma] - m M)} = (x_4(-m))_{n'} \\ W^{-\frac{1}{2} m' M' \tau_0[k_\sigma]} \cdot W^{-\frac{1}{2} m' \rho M M'} &= W^{-\frac{1}{2} m' M' (\tau_0[k_\sigma] + \rho M)} = (x_4(\rho))_{m'} \\ W^{\frac{1}{2} m M \nu_0[\widehat{\ell}_D]} &= \left(\frac{M \nu_0[\widehat{\ell}_D]}{2} \right)_m \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

残りの一つを式(44)の1番目のtwiddle factor に移して、ガウス関数の変数分離性を利用すると(45) が得られる。式(41)及び(45)は、

[数346]

$$c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d)$$

と

[数347]

$$C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D)$$

が

[数348]

$$k_d, \ell_D$$

に関して完全対称であることを示している。

[数349]

$$c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d)$$

及び、

[数350]

$$C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D)$$

の組 (complementary pair(CP)[非特許文献27] と呼ぶ) のTD-PC とFD-PCの役割を入れ替えると

[数351]

$$c_{\rho, \vec{p}}^{(1)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d)$$

と

[数352]

$$C_{\rho', \hat{\rho}}^{(2)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D)$$

の組 (original pair(OP)[非特許文献24, 30] と呼ぶ) が以下の通りに得られる。

[0104] [OP のTD-, FD-CCF:]

$v[k; \mathcal{X}]$ 及び

[数353]

$$V[\ell; \mathcal{X}]$$

は別の分解

[数354]

$$\left. \begin{aligned} v[k; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m \mathcal{T}_{mM,0}^d u_m^{(1)}[k; \mathbf{X}], \\ V[\ell; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{N'}} \sum_{m'=0}^{N'-1} X_{m'} \mathcal{T}_{m'M',0}^{f,d} U_{m'}^{(2)}[\ell; \mathbf{X}], \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

が可能である。但しTD-template

[数355]

$$u_m^{(1)}[k; \mathbf{X}']$$

及びFD-template

[数356]

$$U_{m'}^{(2)}[\ell; \mathbf{X}]$$

は、

[数357]

$$\left. \begin{aligned} u_m^{(1)}[k; \mathbf{X}'] &= \frac{1}{\sqrt{N'}} \sum_{m'=0}^{N'-1} X_{m'}' e^{i\pi m m' M M' \Delta t \Delta f} \mathcal{T}_{0,m'M'}^d g[k], 0 \leq m \leq N-1, \\ U_{m'}^{(2)}[\ell; \mathbf{X}] &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{-i\pi m m' M M' \Delta t \Delta f} \mathcal{T}_{0,-mM}^{f,d} G[\ell], 0 \leq m' \leq N'-1. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

である。

[数358]

$$\psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)}[k]$$

を次式で定義される、格子

[数359]

$$T_c \mathbb{Z} \times F_c \mathbb{Z}$$

上のaddress

[数360]

$$(\rho, \vec{p})$$

を有するTD-template

[数361]

$$X_{\rho} u_{\rho}^{(1)}[k, \mathbf{X}']$$

を有する推定受信TD-CE

[数362]

$$\psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)}[k] = d_{\vec{p}} T_{pNM, p'N'M'}^d T_{\rho M, 0}^d X_{\rho} u_{\rho}^{(1)}[k, \mathbf{X}'] \quad (49)$$

とすると、type-1 相関器と呼ばれるCCF

[数363]

$$\begin{aligned} c_{\rho, \vec{p}}^{(1)}(\ell_{\mu} : \hat{k}_d) = & \langle A e^{i\kappa} W^{k_d \ell_c} T_{k_d, \ell_D}^d \psi[k; \mathcal{X}], W^{\hat{k}_d \ell_c} \\ & \times T_{k_d, \ell_{\mu}}^d \psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)}[k : \hat{k}_d, \ell_{\mu}] |_{d_{\vec{p}}=1, X' \rightarrow Y', X_{\rho} \rightarrow Y_{\rho}} \rangle_{d, k} \end{aligned} \quad (50)$$

が得られ、

[数364]

$$\begin{aligned}
& c_{\rho, \hat{p}}^{(1)}(\ell_\mu : \hat{k}_d) \\
&= A e^{i\kappa} W^{k_d \ell_c} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathcal{T}_{k_d, \ell_D}^d \psi[k; \mathcal{X}] Y_\rho^* (W^{\hat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d \mathcal{T}_{\rho N M, p' N' M'}^d \mathcal{T}_{\rho M, 0}^d u_\rho^{(1)}[k : Y'])^* \\
&= A e^{j\kappa} W^{(k_d - \hat{k}_d) \ell_c} \sum_{\vec{q}} d_{\vec{q}} \frac{Y_\rho^{N-1, N'-1, N'-1}}{N' \sqrt{N}} \sum_{m, m', n'} X_m X_{m'}' Y_{n'}'^* \\
&\quad \times W^{\frac{1}{2}} \left(k_d \ell_\mu - \hat{k}_d \ell_D + 2MNp\nu_0[\ell_\mu] - 2M'N'p'\tau_0[\hat{k}_d] \right) \\
&\quad \times W^{\frac{1}{2}} \left((mn' - m'\rho)MM' - (m' + n')M'\tau_0[\hat{k}_d] + (m + \rho)M\nu_0[\ell_\mu] \right) \\
&\quad \times \theta_{zs}[(p - q)MN + \hat{k}_d - k_d + (\rho - m)M \\
&\quad, (p' - q')M'N' + \ell_\mu - \ell_D + (n' - m')M'].
\end{aligned} \tag{51}$$

と表される。 $Y = X, Y' = X'$ と置いて、

[数365]

$$\vec{q} = \vec{p}$$

の項を除く全ての

[数366]

$$d_{\vec{q}}$$

の項は無視できるので

[数367]

$$\begin{aligned}
& c_{\rho, \hat{p}}^{(1)}(\ell_\mu : \hat{k}_d) \\
&\simeq \frac{A e^{i\kappa} W^{-\tau_0[\hat{k}_d] \ell_c} d_{\vec{p}}}{\sqrt{P P'}} X_\rho^* W \left((Np + \frac{\rho}{2})M\nu_0[\ell_\mu] - M'N'p'\tau_0[\hat{k}_d] + \frac{k_d \ell_\mu - \hat{k}_d \ell_D}{2} \right) \\
&\quad \times \mathcal{F}_{m, N}^d [X_m \exp \left(-\frac{(\tau_0[\hat{k}_d] + (\rho - m)M)^2}{2s_t^2} \right) \mathcal{F}_{m', N'}^{-1, d} [X_{m'}'] \mathcal{F}_{n', N'}^{-1, d} [X_{n'}']^* \\
&\quad \times \exp \left(-\frac{(\nu_0[\ell_\mu] + (n' - m')M')^2}{2s_t^2} \right)]_{n'} (x_1(-m))_{n'}]_{m'} \\
&\quad \times (x_1(\rho))_{m'}]_m \left(\frac{M\nu_0[\ell_\mu]}{2} \right)_m, x_1(\rho) = \frac{M'(\tau_0[\hat{k}_d] + \rho M)}{2}.
\end{aligned} \tag{52}$$

が得られる。

[0105] 但し、式(51)の第二のtwiddle factorの6個の項目中の5個の項目を並べ替えて

[数368]

$$\left. \begin{aligned} W^{-\frac{1}{2}n'M'\tau_0[\hat{k}_d]} \cdot W^{\frac{1}{2}n'mMM'} &= W^{-\frac{1}{2}n'M'(\tau_0[\hat{k}_d]-mM)} = (x_1(-m))_{n'} \\ W^{-\frac{1}{2}m'M'\tau_0[\hat{k}_d]} \cdot W^{-\frac{1}{2}m'M'\rho M} &= W^{-\frac{1}{2}m'M'(\tau_0[\hat{k}_d]+\rho M)} = (x_1(\rho))_{m'} \\ W^{\frac{1}{2}mM\tau_0[\hat{k}_d]} &= \left(\frac{M\tau_0[\hat{k}_d]}{2}\right)_m \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

とし、残りの一つを第一のtwiddle factorに移して、ガウス関数のAFの変数分離性を用いると式(52)が得られる。

[0106] 次に、

[数369]

$$\Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)}[\ell]$$

を次式で定義される、格子

[数370]

$$T_c\mathbb{Z} \times F_c\mathbb{Z}$$

上のaddress

[数371]

$$(\rho', \vec{p})$$

のFD-template

[数372]

$$X'_{\rho'} U_{\rho'}^{(2)}[\ell, \mathbf{X}]$$

を有する推定受信FD-CEを、

[数373]

$$\Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)}[\ell] = d_{\vec{p}} \mathcal{T}_{p'N'M', -pNM}^{f,d} \mathcal{T}_{0, -\rho M}^{f,d} X_{\rho'}^t U_{\rho'}^{(2)}[\ell, \mathbf{X}] \quad (54)$$

とすると、type-2 相関器と呼ぶ関連のFD 相関器

[数374]

$$\begin{aligned} C_{\rho', \vec{p}}^{(2)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D) = & \langle A e^{i k_{\sigma} \ell_c} W^{k_d \ell_c} \mathcal{T}_{\ell_D, -k_d}^{f,d} \Psi[\ell; \mathcal{X}], W^{k_{\sigma} \ell_c} \\ & \times \mathcal{T}_{\ell_D, -k_{\sigma}}^{f,d} \Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)}[\ell] |_{d_{\vec{p}}=1, \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}, X_{\rho'}^t \rightarrow Y_{\rho'}^t} \rangle_{\ell, d} \end{aligned} \quad (55)$$

が得られ、

[数375]

$$\begin{aligned} C_{\rho', \vec{p}}^{(2)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D) &= A e^{i k_{\sigma} W^{(k_d - k_{\sigma}) \ell_c}} \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} \mathcal{T}_{\ell_D, -k_d}^{f,d} \Psi[\ell; \mathcal{X}] Y_{\rho'}^{t*} (\mathcal{T}_{\ell_D, -k_{\sigma}}^{f,d} \mathcal{T}_{p'N'M', -pNM}^{f,d} \mathcal{T}_{-\rho'M', 0}^{f,d} U_{\rho'}^{(2)}[\ell; \mathbf{Y}])^* \\ &= A e^{i k_{\sigma} W^{(k_d - k_{\sigma}) \ell_c}} \sum_{\vec{q}} d_{\vec{q}} \frac{Y_{\rho'}^{t*}}{N \sqrt{N^i}} \sum_{m, m', n=0}^{N-1, N'-1, N-1} X_m X_{m'}^t Y_n^* \\ &\quad \times \Theta_{ZZ}[(p' - q')MN + \hat{\ell}_D - \ell_D + (n' - m')M' \\ &\quad ; -(p - q)MN - (k_{\sigma} - k_d) - (n - m)M] \\ &\quad \times W \frac{1}{2} (k_d \hat{\ell}_D - k_{\sigma} \ell_D + 2MNq\nu_0[\hat{\ell}_D] - 2M'N'q'\tau_0[k_{\sigma}]) \\ &\quad \times W \frac{1}{2} ((m\rho' - m'n)MM' - (m' + \rho')M'\tau_0[k_{\sigma}] + (m + n)M\nu_0[\hat{\ell}_D]) \end{aligned} \quad (56)$$

が得られる。 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}, Y' = X'$ として、

[数376]

$$\vec{q} = \vec{p}$$

を満たす

[数377]

$$d_{\vec{q}}$$

を除いて全ての項を無視すると、

[数378]

$$\begin{aligned}
& C_{\rho', \hat{\ell}_D}^{(2)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D) \\
& \simeq \frac{A e^{i k_\sigma W - \tau_0[k_\sigma] \ell_c}}{\sqrt{P P'}} d_{\bar{p}} X_{\rho'}^{t*} W \left(M N p \nu_0[\hat{\ell}_D] - (N' p' + \frac{\rho'}{2}) M' \tau_0[k_\sigma] + \frac{k_d \hat{\ell}_D - k_\sigma \ell_D}{2} \right) \\
& \times \mathcal{F}_{m', N'}^{-1, d} \left[X_{m'}' \exp \left(- \frac{(\nu_0[\hat{\ell}_D] + (\rho' - m') M')^2}{2 s_f^2} \right) \right] \mathcal{F}_{m, N}^d [X_m \mathcal{F}_{n, N}^d [X_n^* \\
& \times \exp \left(- \frac{(\tau_0[k_\sigma] + (n - m) M)^2}{2 s_t^2} \right)]_n (x_2(-m'))_n]_m \\
& \times (x_2(\rho'))_m]_{m'} \left(\frac{M' \tau_0[k_\sigma]}{2} \right)_{m'}, x_2(\rho') = \frac{M(\nu_0[\hat{\ell}_D] + \rho' M')}{2}. \quad (57)
\end{aligned}$$

が得られる。ただし、式(56)の第二のtwiddle factor の6個の項目中の5個を並べ替えて

[数379]

$$\left. \begin{aligned}
W^{\frac{1}{2} n M \nu_0[\hat{\ell}_D]} \cdot W^{-\frac{1}{2} n m' M M'} &= W^{\frac{1}{2} n M (\nu_0[\hat{\ell}_D] - m' M')} = (x_2(-m'))_n \\
W^{\frac{1}{2} m M \nu_0[\hat{\ell}_D]} \cdot W^{\frac{1}{2} m M \rho' M'} &= W^{\frac{1}{2} m M (\nu_0[\hat{\ell}_D] + \rho' M')} = (x_2(\rho'))_m \\
W^{-\frac{1}{2} m' M' \tau_0[k_\sigma]} &= \left(\frac{M' \tau_0[k_\sigma]}{2} \right)_{m'}
\end{aligned} \right\} \quad (58)$$

残りの一つを第一のtwiddle factor に移すと式(57) が得られる。

[0107] <6.2 PULと von NeumannのAPT>

もし、Lemma 2 の

[数380]

$$|\nu_0[\ell_\mu]|, |\tau_0[\hat{k}_d]|$$

やLemma 4 の

[数381]

$$|\nu_0[\hat{\ell}_D]|, |\tau_0[k_\sigma]|$$

に関し、chip pulseの時間幅 $L \Delta t$ や帯域幅 $L \Delta f$ の精度で二つの正確な推定値

[数382]

$$\hat{k}_d, \hat{\ell}_D$$

が得られるならば、二つのCCF

[数383]

$$c_{\rho', \bar{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d), C_{\rho, \bar{p}}^{(4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D)$$

は、

[数384]

$$c_{\rho', \bar{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d), C_{\rho, \bar{p}}^{(4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D)$$

に各々含まれている干渉成分

[数385]

$$\langle \psi_{\eta, \rho', \bar{p}}^{(3)}[k], \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] \rangle_{d, k}, \langle \Psi_{\eta, \rho, \bar{p}}^{(4)}[\ell], \Psi_{\rho, \bar{p}}^{(4)}[\ell] \rangle_{d, \ell}$$

をfilter 除去し、慣用の尖鋭なfilter を用いる事なく

[数386]

$$d_{\bar{p}}$$

を復元することができる。これは従来の通信で用いられているデジタル信号処理とは根本的に異なる。二組の相関器の推定値

[数387]

$$\hat{k}_d, \hat{\ell}_D$$

を更新する簡単な方法がPhase-Updating Loop(PUL) と呼ぶ以下の手続きであり、従来の通信の同期の慣用の“Phase-Locked Loop”とは全く異なる。

[0108] [減衰定数のMLE の更新付きPUL のアルゴリズム]:

[数388]

$$\{c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu, \widehat{k}_{d,s})\}_{\rho'=0}^{N'-1}$$

及び

[数389]

$$\{C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_\sigma, \widehat{\ell}_{D,s})\}_{\rho=0}^{N-1}$$

を各々type-3 及びtype-4 の相関器アレイのComplementary Pair(CP) とし

、

[数390]

$$\{c_{\rho, \vec{p}}^{(1)}(\ell_\mu, \widehat{k}_{d,s})\}_{\rho=0}^{N-1}$$

及び

[数391]

$$\{C_{\rho', \vec{p}}^{(2)}(k_\sigma, \widehat{\ell}_{D,s})\}_{\rho'=0}^{N'-1}$$

を、各々type-1 及びtype-2 の相関器アレイのOriginal Pair(OP) とする。

簡単のためPUL のアルゴリズムが収束するまで、

[数392]

$$d_{\vec{p}} = 1$$

と置く。パラメタ $\theta' = (t_d, f_d)$ のs-step の離散化推定値

[数393]

$$\widehat{\theta}_s^{'d} = (\widehat{k}_{d,s}, \widehat{\ell}_{D,s+1}) \text{ OR } (\widehat{k}_{d,s+1}, \widehat{\ell}_{D,s})$$

及び式(16) の

[数394]

$$\psi^*(t-t_d)e^{-i2\pi f_d t}, \psi_w(t)$$

の代わりに、各々

[数395]

$$\left(\mathcal{T}_{\hat{k}_{d,s}, \hat{\ell}_{D,s}}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] \right)^*, \mathcal{T}_{\hat{k}_{d,s}, \hat{\ell}_{D,s}}^d \psi[k]$$

を用いた減衰定数

[数396]

$$A(\theta_s', d) e^{i\kappa(\theta_s', d)}$$

のs-step のMLE

[数397]

$$A(\hat{\theta}_s', d) e^{i\kappa(\hat{\theta}_s', d)}$$

を

[数398]

$$\hat{A}(\theta_s', d) e^{i\hat{\kappa}(\theta_s', d)} = \frac{\sum_{k=0}^{N_T-1} \left(\mathcal{T}_{\hat{k}_{d,s}, \hat{\ell}_{D,s}}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] \right)^* \mathcal{T}_{\hat{k}_{d,s}, \hat{\ell}_{D,s}}^d \psi[k]}{\sum_{k=0}^{N_T-1} |\mathcal{T}_{\hat{k}_{d,s}, \hat{\ell}_{D,s}}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k]|^2} \quad (59)$$

と定義する。整数値のペア

[数399]

$$(\hat{k}_{d,s}, \hat{\ell}_{D,s+1}) \text{ (又は } (\hat{k}_{d,s+1}, \hat{\ell}_{D,s}))$$

の更新は、

[数400]

$$\left. \begin{aligned} (\rho'^*, \ell_\mu^*) &= \operatorname{argmax}_{\rho', \ell_\mu} \Re \frac{\sqrt{PP'} c_{\rho', \bar{p}}^{(3)}(\ell_\mu, \hat{k}_{d,s})}{X'_{\rho'} \hat{A}(\theta_s'^d) e^{i\hat{\kappa}(\theta_s'^d)}}, \\ (\rho^*, k_\sigma^*) &= \operatorname{argmax}_{\rho, k_\sigma} \Re \frac{\sqrt{PP'} C_{\rho, \bar{p}}^{(4)}(k_\sigma, \hat{\ell}_{D,s})}{X_\rho \hat{A}(\theta_s'^d) e^{i\hat{\kappa}(\theta_s'^d)}}, \end{aligned} \right\} \text{for the CP,} \quad (60)$$

$$\left. \begin{aligned} (\rho^*, \ell_\mu^*) &= \operatorname{argmax}_{\rho, \ell_\mu} \Re \frac{\sqrt{PP'} c_{\rho, \bar{p}}^{(1)}(\ell_\mu, \hat{k}_{d,s})}{X_\rho \hat{A}(\theta_s'^d) e^{i\hat{\kappa}(\theta_s'^d)}}, \\ (\rho'^*, k_\sigma^*) &= \operatorname{argmax}_{\rho', k_\sigma} \Re \frac{\sqrt{PP'} C_{\rho', \bar{p}}^{(2)}(k_\sigma, \hat{\ell}_{D,s})}{X'_{\rho'} \hat{A}(\theta_s'^d) e^{i\hat{\kappa}(\theta_s'^d)}}, \end{aligned} \right\} \text{for the OP,} \quad (61)$$

で定まる。

[数401]

$$\ell_\mu^*, k_\sigma^*$$

を各々

[数402]

$$\hat{\ell}_{D,s+1}, \hat{k}_{d,s+1}$$

とする。但し、初期値

[数403]

$$\theta_0'^d = (\hat{k}_{d,0}, \hat{\ell}_{D,1}) \text{ or } (\hat{k}_{d,1}, \hat{\ell}_{D,0})$$

は、自由に選択可能である。例えば、

[数404]

$$\theta_0'^d = (0, 0)$$

に設定することができる。chip pulse $g[k]$, 及び $G[l]$ の時間幅 $L\Delta t$, 及び帯域幅 $L\Delta f$ に対し、もし

[数405]

$$|\hat{k}_{d,s+2} - \hat{k}_{d,s}| \leq \frac{L}{2}, |\hat{\ell}_{D,s+2} - \hat{\ell}_{D,s}| \leq \frac{L}{2}$$

が成立したとき、 $(s + 1)$ -ステップは終了する。得られる推定値は、MLEとなり、両相関器は、ML 受信器となる。

[0109] 歪のある信号の復元問題は、信号処理の重要な一分野である。Youla[非特許文献22] は、復元問題の解答を与えた。Youla の方法や記法を用いることで、PUL アルゴリズムの収束が如何にvon Neumann のAPT[非特許文献21] に依存しているかが判る。

[0110] 内積(inner product IP)

[数406]

$$\langle f, g \rangle_{d,k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f[k]g^*[k]$$

(又は

[数407]

$$\langle F, G \rangle_{d,\ell} = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} F[\ell]G^*[\ell], F[\ell] = \mathcal{F}[f[k]], G[\ell] = \mathcal{F}[g[k]]$$

)、及びノルム

[数408]

$$\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle_{d,k}}$$

(又は

[数409]

$$\|F\| = \sqrt{\langle F, F \rangle_{d,\ell}}$$

)を有する、2乗可加算の連続な離散時間関数（又は離散周波数関数）からなるヒルベルト空間

[数410]

$$\mathcal{H}$$

を考えよう。 ε を

[数411]

$$\mathcal{H}$$

における任意の閉多様体closed linear manifold(CLM) とする。射影定理[非特許文献22] により、 ε' 及び ε'' を互いに直交する

[数412]

$$\mathcal{H}$$

の部分空間とすると、任意の $f \in \varepsilon$ は、一意的な分解 $f = g + h$, $g \in \varepsilon'$, $h \in \varepsilon''$ を有する。但し、 g, h は、 f の ε' , ε'' の上への射影のことを指し、 $g = Pf$, $h = Qf$ と表記する。 P は ε' の上への射影演算子projection operator(P0)であり、 $Q = I - P$ は、 ε'' の上へのP0であり、 I は恒等演算子である。

[0111] ε_1 (又は ε_3) を $L\Delta t$ - (又は T_s -) 時間制限Time limited(TL) の信号である

[数413]

$$f \in \ell_2(\mathbb{Z})$$

の全てからなる集合とする。一方、 $L\Delta f$ - (又は F_s -) 帯域制限band limited(BL) の信号である

[数414]

$$f \in \ell_2(\mathbb{Z})$$

の全てからなる集合を、 ε_2 (又は ε_4) とする。

[数415]

$$\mathcal{E}_i, 1 \leq i \leq 4$$

はCLM[非特許文献22] となる。

[0112] P_i を

[数416]

$$\mathcal{E}_i, 1 \leq i \leq 4$$

の上へ射影する射影演算子とし、 $Q_i = I - P_i$ を、 ε_i の直交補空間

[数417]

$$\perp \mathcal{E}_i, 1 \leq i \leq 4$$

の上へ射影する射影演算子とする。CCF は、以下の意味でP0 の役割を果たす。
即ち、任意の信号r 及びs に対し信号 $r \in \varepsilon$ は、一意的分解

[数418]

$$r = \frac{\langle r, s \rangle_t}{\|s\|^2} s + s^\perp, s \in \mathcal{E}'$$

を有する。但し、

[数419]

$$s^\perp$$

は、s の直交空間である。相関係数

[数420]

$$\frac{\langle r, s \rangle_t}{\|s\|^2}$$

は、r を ε' の上へ射影する射影演算子と見なせる。

[0113] type-3, type-4 の相関器のペアCP(Complementary pair) と、type-1, type-2 の相関器のペアOP(Original Pair) は、次式のように直交射影演算子P0 となる。

[数421]

$$\left. \begin{aligned} \psi &= P_{\psi^{(3)}} \psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)} + \psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)\perp}, \psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)} \in \mathcal{E}_3, P_{\psi^{(3)}} \psi = \frac{\langle \psi, \psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)} \rangle_{d,k}}{\|\psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)}\|^2}, \\ \Psi &= P_{\Psi^{(4)}} \Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)} + \Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)\perp}, \Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)} \in \mathcal{E}_d, P_{\Psi^{(4)}} \Psi = \frac{\langle \Psi, \Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)} \rangle_{d,\ell}}{\|\Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)}\|^2}, \end{aligned} \right\} \text{for the CP, (62)}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi &= P_{\psi^{(1)}} \psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)} + \psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)\perp}, \psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)} \in \mathcal{E}_1, P_{\psi^{(1)}} \psi = \frac{\langle \psi, \psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)} \rangle_{d,k}}{\|\psi_{\rho, \vec{p}}^{(1)}\|^2}, \\ \Psi &= P_{\Psi^{(2)}} \Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)} + \Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)\perp}, \Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)} \in \mathcal{E}_2, P_{\Psi^{(2)}} \Psi = \frac{\langle \Psi, \Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)} \rangle_{d,\ell}}{\|\Psi_{\rho', \vec{p}}^{(2)}\|^2}, \end{aligned} \right\} \text{for the OP(63)}$$

但し、

[数422]

$$\psi_{\rho,\vec{p}}^{(1)\perp}, \Psi_{\rho',\vec{p}}^{(2)\perp}, \psi_{\rho',\vec{p}}^{(3)\perp}, \Psi_{\rho,\vec{p}}^{(4)\perp}$$

は、各々

[数423]

$$\psi_{\rho,\vec{p}}^{(1)}, \Psi_{\rho',\vec{p}}^{(2)}, \psi_{\rho',\vec{p}}^{(3)}, \Psi_{\rho,\vec{p}}^{(4)}$$

の直交補空間である。

[0114] Alternative Projection Theorem(APT) (図 1 1 参照) を用いると以下の結果を得る。なお、APTによれば[非特許文献21, p. 55, theorem 13.7]、E,Fを各々ヒルベルト空間のCLM ε ,

[数424]

$$F$$

の上への射影演算子とすると、演算子の系列E, FE, EFE, FEFE, . . . は極限G を持つ。また、系列F, EF, FEF, . . . も同じ極限G を持つ。更にG は

[数425]

$$\varepsilon F$$

の上への射影演算子となる。(対称条件EF = FE は不要。)

[Theorem:PUL アルゴリズムの収束定理](図3c 参照):

式(60) のs-ステップの推定値

[数426]

$$\hat{k}_{ds}$$

(又は(61)) を有する

[数427]

$$(\rho'^*, \ell_{\mu}^*) \text{ (又は } (\rho^*, \ell_{\mu}^*))$$

及び、同じく式(60)のs-ステップの推定値

[数428]

$$\widehat{\ell}_{Ds}$$

(又は(61)) を有する (ρ, k_σ) (又は (ρ', k_σ)) について行う argmax-演算を考える。当該 argmax-演算で定まる $(s+1)$ -ステップの最尤推定値を含む TD 及び FD の 4 個の P0 を、簡略化した記号で

[数429]

$$\left. \begin{aligned} P_3 &= P_{\psi_{\rho', \bar{P}}^{(3)}}(\rho', \ell_\mu; \widehat{k}_{ds}), P_4 = P_{\Psi_{\rho, \bar{P}}^{(4)}}(\rho, k_\sigma; \widehat{\ell}_{Ds}) \text{ for the CP,} \\ P_1 &= P_{\psi_{\rho, \bar{P}}^{(1)}}(\rho, \ell_\mu; \widehat{k}_{ds}), P_2 = P_{\Psi_{\rho', \bar{P}}^{(2)}}(\rho', k_\sigma; \widehat{\ell}_{Ds}) \text{ for the OP} \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

及び

[数430]

$$Q_k = I - P_k, 1 \leq k \leq 4$$

と表記する。PUL アルゴリズムは収束する。

[0115] [証明]:

CPのP0対(T_s-TL-P0 P₃, F_s-BL-P0 P₄) (OPのP0対(L_Δt-TL-P0 P₁, L_Δf-BL-P0 P₂)) の適用順で二つの異なる再帰式が得られる。なお、TD-PC X とFD-PC X'、即ち添え字(3, 4) と(1, 2) を入れ替えればOP はCP と同じなのでCP の証明だけを与える。

[0116] 先ず、

[数431]

$$\psi$$

の復元アルゴリズムを与える。

[数432]

$$\psi \in \mathcal{E}_4$$

とすると、

[数433]

$$\psi = \mathcal{F}^{-1,d} P_4 \mathcal{F}^d \psi$$

なので、

[数434]

$$g_1 = P_3\psi = P_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d\psi = \psi - Q_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d\psi$$

が得られ、

[数435]

$$\psi$$

は演算子方程式

[数436]

$$A_1\psi = g_1, A_1 = I - Q_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d$$

を満たすので、方程式

[数437]

$$\psi = g_1 + Q_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d\psi$$

は、以下のTD の再帰式[非特許文献22, 23]

[数438]

$$\begin{aligned} \psi_i &= (I - Q_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d)\psi + Q_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d\psi_{i-1}, \\ \text{or } \psi_i - \psi &= (Q_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d)^i(\psi_0 - \psi), \text{ if } (\psi_0 - \psi) \in \mathcal{E}_4. \end{aligned} \quad (65)$$

を与える。APT により

[数439]

$$\lim_{i \rightarrow \infty} (Q_3\mathcal{F}^{-1,d}P_4\mathcal{F}^d)^i(\psi_0 - \psi)$$

は、

[数440]

$$(\psi_0 - \psi)$$

のCLM $\varepsilon_0 = \perp \varepsilon_3 \cap \varepsilon_4$ の上へのP0となる。 ε_0 は恒等的に零である関数しか含まないので[非特許文献22, p. 699][非特許文献23, p. 637]、

[数441]

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \psi_i = \psi$$

となる。これは、Youla[非特許文献22]の主要な結果の一つである。従って
結合P0

[数442]

$$P_3 \mathcal{F}^{-1, d} P_4 \mathcal{F}^d$$

は、格子空間

[数443]

$$T_c \mathbb{Z} \times F_c \mathbb{Z}$$

上のchip とデータaddress

[数444]

$$((\rho, \rho'), \vec{p})$$

の $L \Delta t \times L \Delta f$ の矩形領域 (CE

[数445]

$$\psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)}$$

のsupportと

[数446]

$$\Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)}$$

のsupport の積集合：

[数447]

$$[(p-1)N+\rho-\Delta a')T_c, (p-1)N+\rho+\Delta b')T_c] \times \\ [(p'-1)N'+\rho'-\Delta a)F_c, (p'-1)N'+\rho'+\Delta b)F_c]$$

)を抜き出し、TFP の残りをフィルタ除去する。但し、 $\Delta a, \Delta b, \Delta a', \Delta b'$
は、 $\Delta a + \Delta b = M, \Delta a' + \Delta b' = M'$ を満たす整数である。このようなP0対は
, 位相空間 (又は時間・周波数空間TFP) の局所選択演算子 localization ope

rator[非特許文献7]と呼ばれる。CE $\phi[k]$ が信号復元できるので、パラメタ k_d 及び

[数448]

$$\ell_D$$

は、 $L\Delta t$ 、及び $L\Delta f$ の精度で推定可能となる。通常の厳密なTL(又はBL) 演算子[非特許文献23]と異なり、TL-P0 P_3 (又はBL-P0 P_4)は、N 個の位相変調したTD-ガウスチップパルス $g[k]$ (又は N' 個の位相変調したFD-ガウスチップパルス

[数449]

$$G[\ell]$$

)を時間周波数シフトし、guard interval を設けなくて無重畳に重ね合わせた信号をtemplate として定義している。

[0117] 逆に、FD では、 $\Psi \in \varepsilon_3$ であれば、

[数450]

$$\Psi = \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d} \Psi$$

及び

[数451]

$$g_2 = P_4 \Psi = P_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d} \Psi = \Psi - Q_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d} \Psi$$

が成立する。即ち、 Ψ は演算子方程式[非特許文献23]

[数452]

$$A_2 \Psi = g_2, A_2 = I - Q_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d}$$

を満たすので、FD の再帰式

[数453]

$$\begin{aligned} \Psi_i &= (I - Q_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d}) \Psi + Q_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d} \Psi_{i-1}, \\ \text{or } \Psi_i - \Psi &= (Q_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d})^i (\Psi_0 - \Psi), \text{ if } (\Psi_0 - \Psi) \in \varepsilon_3 \end{aligned} \quad (66)$$

が得られる。APT により、

[数454]

$$\lim_{i \rightarrow \infty} (Q_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1, d})^i (\Psi_0 - \Psi)$$

は, $(\Psi_0 - \Psi)$ のCLM

[数455]

$$\mathcal{E}'_c = \perp \mathcal{E}_4 \cap \mathcal{E}_3$$

の上へのP0 となる。このCLMは零関数だけなので、 $\lim_{i \rightarrow \infty} \Psi_i = \Psi$ である。

[0118] FD CE

[数456]

$$\Psi[\ell]$$

が復元されるので、パラメタ

[数457]

$$k_d, \ell_D$$

は $L \Delta t, L \Delta f$ の精度で推定可能となる。

[数458]

$$P_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1, d}$$

は、もう一つのlocalization operatorであり、格子空間

[数459]

$$T_c \mathbb{Z} \times F_c \mathbb{Z}$$

上のchip とdata addresses

[数460]

$$((\rho, \rho'), \vec{p})$$

の $L \Delta t \times L \Delta f$ の矩形領域 (TD-CE

[数461]

$$\psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)}$$

の矩形support とFD-CE

[数462]

$$\Psi_{\rho, \bar{\rho}}^{(4)}$$

のそれとの積集合：

[数463]

$$[((p-1)N+\rho-\Delta a')T_c, ((p-1)N+\rho+\Delta b')T_c] \times [((p'-1)N'+\rho'-\Delta a)F_c, ((p'-1)N'+\rho'+\Delta b)F_c]$$

を取り出し、残りをフィルタ除去する。(証明了)。

[0119] <7. Twinned FBMC>

<7.1 SFB:signture 送信器とレーダ信号送信器>

式(25) のTD-signture $v[k; \chi]$ 及びFD-signture

[数464]

$$V[\ell; \chi]$$

を生成するmulticarrier filter bank(FBMC) を与える。周期N のTD-PC X_m を繰り返し用いることで、時間t の標本点 $-\infty, \dots, -T_c, 0, T_c, \dots, \infty$ で無限系列を生成し、一方周期N' のFD-PC $X'_{m'}$ を繰り返し用いることで、周波数f の標本点 $-\infty, \dots, -F_c, 0, F_c, \dots, \infty$ で無限系列を生成すると、

命題6:

式(25) の $v[k; \chi]$ 及び

[数465]

$$V[\ell; \chi]$$

は各々次式に書き直せる。

[数466]

$$\left. \begin{aligned} v[k; \chi] &= \frac{1}{\sqrt{NN'}} \sum_{m'=0}^{N'-1} X'_{m'} \sum_{m \in \mathbb{Z}} X_m f_{m,m'}^{\text{TD}}[k - mM], \\ V[\ell; \chi] &= \frac{1}{\sqrt{NN'}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m \sum_{m' \in \mathbb{Z}} X'_{m'} f_{m,m'}^{\text{FD}}[\ell - m'M'], \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

但し、

[数467]

$$f_{m,m'}^{\text{TD}}[k], f_{m,m'}^{\text{FD}}[\ell]$$

は、次式で定義される変調フィルタ

[数468]

$$\left. \begin{aligned} f_{m,m'}^{\text{TD}}[k] &= g[k] W^{-m' M' (k + \frac{m M}{2})} = g[k] W^{-m' M' k} (-1)^{m m'}, \\ f_{m,m'}^{\text{FD}}[\ell] &= G[\ell] W^{m M (\ell + \frac{m' M'}{2})} = G[\ell] W^{m M \ell} (-1)^{m m'}. \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

なお、Vaidyanathan[非特許文献13] は、入力 $x[k]$ 及び出力 $y[n]$ に対しfilter 係数 $h[\cdot]$ を有する3種類のmulti-rate filter: 縮小率 M_f の間引きdecimation filter:

[数469]

$$y[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] h[n M_f - k]$$

、拡大率 L_f の補間interpolation filter:

[数470]

$$y[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] h[n - k L_f]$$

、及び、縮小率 M_f/L_f のdecimation filter:

[数471]

$$y[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] h[n M_f - k L_f]$$

を定義した。

[0120] [証明] 式(25) のTD-signature $v[k; \chi]$ (又はFD

[数472]

$$V[\ell; \mathcal{X}]$$

) は、 N' (又は N) 個のsub-bands 及び拡大率 M (又は M') を有し、各 m' th sub-band(又は m th sub-band)が、FD-PC $X'_{m'}$ (又はTD-PC X_m) で位相変調されたsynthesis filter bank (SFB)[10, 12] の出力で得られる信号と見なせる

。 実際,

[数473]

$$X_{m,m'} \in \mathbb{Z} \text{ (又は } X'_{m'}, m' \in \mathbb{Z})$$

が入力信号,

[数474]

$$f_{m,m'}^{\text{TD}}[k] \text{ (又は } f_{m,m'}^{\text{FD}}[\ell])$$

が該当SFB の (m, m') th sub-band filter ならば、出力

[数475]

$$v[k; \mathcal{X}] \text{ (又は } V[\ell; \mathcal{X}])$$

は式(67) になる。(証明)。

[0121] なお、記号 $\text{lcm}[M, N'] = M_0 N' = MN'_0$, $\text{lcm}[M', N] = M'_0 N = M' N_0$ を用いると (非特許文献[13], [10], [11])、 $M_0 N'$, $M'_0 N$ 個の polyphase component

[数476]

$$E_e^g(z) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g[e + k M_0 N'] z^{-k}, \quad E_e^G(z) = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} G[e + \ell M'_0 N] z^{-\ell} \quad (69)$$

の導入により、各々 polyphase filter (Vaidyanathan [13] の Type 1 polyphase)

[数477]

$$\left. \begin{aligned} F_{mm'}^{\text{TD}}(z) &= \sum_{k=0}^{M_0 N' - 1} f_{mm'}^{\text{TD}}[k] z^{-k} = (-1)^{mm'} \sum_{e=0}^{M_0 N' - 1} E_e^g(z W^{m' M'}), \\ F_{mm'}^{\text{FD}}(z) &= \sum_{\ell=0}^{M'_0 N - 1} f_{mm'}^{\text{FD}}[\ell] z^{-\ell} = (-1)^{mm'} \sum_{e=0}^{M'_0 N - 1} E_e^G(z W^{-m M}), \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

が定義される。なお、 $\text{lcm} = \text{lcm}[M, N']$, $g_d = \text{gcd}[M, N']$ に対して、 $\text{lcm} = MN'_0 = N' M_0$ を満たす各々 N'_0, M_0 が存在し、一方、恒等式 $\text{lcm} \cdot g_d = M \cdot N'$ から $M = g_d \cdot M_0, N' = g_d N'_0$ が成立する。

[0122] 従って、2次元のTD-, FD-PC で位相変調された図4及び図5に示したsignature $v[k]$, $V[l]$ のSFB が得られる。

[0123] なお、図4は、TD-, FD-PCs $X_m, X'_{m'}$ 及び m' -番目のTD template
[数478]

$$u_{m'}^{TD}[k], 0 \leq m' \leq N' - 1$$

を有する式(25), (67) のTD signature $v[k]$ を生成するSynthesis Filter Bank(SFB)を示している。

[0124] また、図5は、TD-, FD-PCs $X_m, X'_{m'}$ 及び m' -番目のTD template
[数479]

$$U_m^{FD}[\ell], 0 \leq m \leq N - 1$$

を有する式(25), (67) のFD signature

[数480]

$$V[\ell]$$

を生成するSFBを示している。

[0125] 一方、式(27)は、

[数481]

$$\psi[k; \chi]$$

及び

[数482]

$$\Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

を生成するSFBを与える。

[0126] 命題7:

CE $\phi[k; \chi]$ 及び

[数483]

$$\Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

は次式のように記述できる。

[数484]

$$\left. \begin{aligned} \psi[k; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{PP'}} \sum_{q,q'=0}^{P-1, P'-1} d_{\bar{q}} \cdot k_{q,q'}^{\text{TD}}[k - qNM], \\ \Psi[\ell; \mathcal{X}] &= \frac{1}{\sqrt{PP'}} \sum_{q,q'=0}^{P-1, P'-1} d_{\bar{q}} \cdot k_{q,q'}^{\text{FD}}[\ell - q'N'M'], \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

但し、

[数485]

$$k_{q,q'}^{\text{TD}}[k], k_{q,q'}^{\text{FD}}[\ell]$$

は次式で定義される変調フィルタである。

[0127] [数486]

$$\left. \begin{aligned} k_{q,q'}^{\text{TD}}[k] &= v[k; \mathcal{X}] W^{-q'N'M'(\ell + \frac{qNM}{2})} = v[k; \mathcal{X}] W^{-q'N'M'k} (-1)^{qq'NN'}, \\ k_{q,q'}^{\text{FD}}[\ell] &= V[\ell; \mathcal{X}] W^{qNM(\ell + \frac{q'N'M'}{2})} = V[\ell; \mathcal{X}] W^{qNM\ell} (-1)^{qq'NN'}. \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

[証明] 式(71) は以下を意味する。

[0128] [数487]

$$\{d_{q,q'}\}_{q=0}^{P-1}$$

(又は、

[数488]

$$\{d_{q,q'}\}_{q'=0}^{P'-1}$$

) が入力信号であり、

[0129] [数489]

$$k_{q,q'}^{\text{TD}}[k]$$

(又は、

[数490]

$$k_{q,q'}^{\text{FD}}[\ell]$$

) が、該当SFB の (q, q') th sub-band のフィルタであれば、

[数491]

$$\text{TD-CE } \psi[k; \chi]$$

(又はFD-CE

[数492]

$$\Psi[\ell; \mathcal{X}]$$

) は、 PP' 個のsub-bands を有し、且つ、各sub-band で拡大率 NM (又は $N' M'$) のSFB の出力である。

[0130] 従って、図6, 7 の情報データが埋め込まれた送信信号のSFB が得られる。通常のSFBでは図4, 5 のsignature 生成過程がない。図6, 7 で $N = N' = 1$ の場合が、通常のSFB に対応する。なお、データ伝送のmodulated filter(MF) 特性

[数493]

$$E_e^u(z) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} v[e + kM_0N']z^{-k}, \quad E_e^V(z) = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} V[e + \ell M'_0N]z^{-\ell} \quad (73)$$

を用いると、各々polyphase filter(Vaidyanathan[非特許文献13]のType 1 polyphase)

[数494]

$$\left. \begin{aligned} K_{qq'}^{\text{TD}}(z) &= \sum_{k=0}^{P'_0MN-1} k_{qq'}^{\text{TD}}[k]z^{-k} = (-1)^{qq'NN'} \sum_{e=0}^{P'_0MN-1} E_e^u(zW^{q'N'M'}), \\ K_{qq'}^{\text{FD}}(z) &= \sum_{\ell=0}^{P_0MN-1} k_{qq'}^{\text{FD}}[\ell]z^{-\ell} = (-1)^{qq'NN'} \sum_{e=0}^{P_0M'N'-1} E_e^V(zW^{-qNM}), \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

が定義される。ただし、 P'_0, P_0 は、 $P'_0MN = \text{lcm}[P', MN]$, $P_0MN = \text{lcm}[P, MN]$ を満たす整数である。(証明了)。

[0131] なお、図6 は、複素数値データ

[数495]

$$\{d_{p,p'}\}_{p,p'=1}^{P,P'}$$

を入力信号とする式(27) のTD-Complex Envelope(TD-CE)

[数496]

$$\psi[k]$$

を生成するSFBを示している。

[0132] また、図7は、複素数値データ

[数497]

$$\{d_{p,p'}\}_{p,p'=1}^{P,P'}$$

を入力信号とする式(27) のFD-Complex Envelope(FD-CE)

[数498]

$$\Psi[\ell]$$

を生成するSFBを示している。

[0133] <7.2 AFB:受信器と復号器>

減衰定数 $Ae^{i\kappa}$ の他に非可換な変復調のPD

[数499]

$$W^{k_d \ell_c}$$

を含む、式(28)の受信信号

[0134] [数500]

$$r[k; \mathcal{X}, A, \kappa, \theta', d]$$

(又は、そのFT

[数501]

$$R[\ell; \mathcal{X}, A, \kappa, \theta', d].$$

) (

[数502]

$$r[k], R[\ell]$$

と略記する) と式(29) の推定template TD-CE

[数503]

$$W^{\widehat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\widehat{k}_d, \ell_\mu}^d \psi_{\rho', \bar{p}}^{(3)}[k] \Big|_{d\bar{p}=1}$$

(又は式(33) の推定template FD-CE

[数504]

$$W^{k_\sigma \ell_c} \mathcal{T}_{\widehat{\ell}_D, -k_\sigma}^{f,d} \Psi_{\rho, \bar{p}}^{(4)}[\ell] \Big|_{d\bar{p}=1}$$

)との間のtype-3 (又はtype-4) CCF を各々

[数505]

$$c_{\rho', \bar{p}}^{(3),r}(\ell_\mu; \widehat{k}_d) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} r[k] \left(W^{\widehat{k}_d \ell_c} \mathcal{T}_{\widehat{k}_d, \ell_\mu}^d \mathcal{T}_{pNM, p'N'M'}^d \mathcal{T}_{0, \rho'M'}^d X_{\rho'}' u_{\rho'}^{(3)}[k; \mathbf{X}] \right)^*,$$

$$C_{\rho, \bar{p}}^{(4),R}(k_\sigma; \widehat{\ell}_D) = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} R[\ell] \left(W^{k_\sigma \ell_c} \mathcal{T}_{\widehat{\ell}_D, -k_\sigma}^{f,d} \mathcal{T}_{p'N'M', -pNM}^{f,d} \mathcal{T}_{0, -\rho M}^{f,d} X_\rho U_\rho^{(4)}[\ell; \mathbf{X}] \right)^*.$$

とする。但し、PD

[0135] [数506]

$$W^{\widehat{k}_d \ell_c}$$

(又は、

[数507]

$$W^{k_\sigma \ell_c}$$

) は、 $r[k]$ (式(28), 式(38)の

[数508]

$$c_{\rho', \bar{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \widehat{k}_d)$$

参照)(又は、

[数509]

$$R[\ell]$$

(式(28), 式(43)の

[数510]

$$C_{\rho, \hat{p}}^{(4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D)$$

参照)) の信号成分の変復調PD

[数511]

$$W^{k_d \ell_c}$$

の補償項である。

[0136] TD- (又はFD-) analysis filter bank (AFB) [非特許文献10, 12] が次のように得られる。

[0137] 命題8:

type-3 と type-4 のCCF は各々

[数512]

$$c_{\rho', \hat{p}}^{(3)r}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} r[k + \hat{k}_d] W^{-\hat{k}_d \ell_c} W^{\ell_{\mu} [k - \frac{pNM - \hat{k}_d}{2}]} h_{\rho', \hat{p}}^{(3)}[pNM - k + D], \quad (75)$$

$$C_{\rho, \hat{p}}^{(4), R}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D) = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} R[\ell + \hat{\ell}_D] W^{-k_{\sigma} \ell_c} W^{-k_{\sigma} [\ell - \frac{p'N'M' - \hat{\ell}_D}{2}]} h_{\rho, \hat{p}}^{(4)}[p'N'M' - \ell], \quad (76)$$

である。但し $D = L - 1$ であり,

[数513]

$$h_{\rho', \hat{p}}^{(3)}[k], h_{\rho, \hat{p}}^{(4)}[\ell]$$

は各々TD-, FD-AFB の変調フィルタ

[数514]

$$\left. \begin{aligned} h_{\rho', \hat{p}}^{(3)}[k] &= X_{\rho'}^{t,*} u_{\rho'}^{(3),*}[k; \mathbf{X}] W^{(p'N' + \rho')M'(k - D - \frac{pNM - \hat{k}_d}{2})}, \\ h_{\rho, \hat{p}}^{(4)}[\ell] &= X_{\rho}^{*} U_{\rho}^{(4),*}[\ell; \mathbf{X}'] W^{-(pN + \rho)M - D) \ell} W^{(pN + \rho)M \frac{p'N'M' + \hat{\ell}_D}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

である。なお、 $N = N' = 1$ の場合、通常のAFB [非特許文献10, 11] に相当し、 $P \times P'$ 個の

[数515]

 M -値シンボル

が伝送されると、

[数516]

$$\{d_{\vec{p}}\}_{\vec{p}, p'=1}^{P, P'}$$

を推定するため相関器アレイのaddress

[0138] [数517]

$$\vec{p} = (p, p')$$

(p-番目の帯域, p' -番目の時間) の出力値を評価する。

[0139] [証明]: 該当AFB が各sub-band で縮小率NM (又はN' M') のP 個のsub-b
and(又はP' 個のsub-band) を有し、

[数518]

$$(\rho', \vec{p})$$

番目 (又は、

[数519]

$$(\rho, \vec{p})$$

番目) のsub-band の入力信号が、式(75) (又は式(76))の位相変調受信TD-信
号

[数520]

$$W^{-\hat{k}_d \ell_c} W^{\ell_\mu [k - \frac{pNM - \hat{k}_d}{2}]} r[k + \hat{k}_d]$$

(又はFD-信号

[数521]

$$W^{-k_\sigma \ell_c} W^{-k_\sigma [\ell - \frac{p'N'M' - \hat{\ell}_D}{2}]} R[\ell + \hat{\ell}_D]$$

) であるとすれば、次の二つの事実:

(i) TD信号の対称性[非特許文献10]:

[数522]

$$g(-t) = g(t), \text{ i.e., } g[k] = g[D-k], u_{\rho'}^{(3)}[k; \mathbf{X}] = u_{\rho'}^{(3)}[D-k; \mathbf{X}]$$

(式(21) 参照) ;

(ii)TD 信号の対称性から受け継がれたFD 信号の性質

[数523]

$$G[-\ell] = W^{-D\ell} G[\ell], U_{\rho}^{(4)}[-\ell; \mathbf{X}'] = W^{-D\ell} U_{\rho}^{(4)}[\ell; \mathbf{X}']$$

から、フィルタ係数

[0140] [数524]

$$h_{\rho', \vec{p}}^{(3)}[k]$$

(又は、

[数525]

$$h_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell].$$

) は、式(77) であることが言える。(証明)。

[0141] また、式(77) のAFB のfilter 特性と $P' M N$, $P_0 M' N'$ 個のpolyphase components

[数526]

$$\left. \begin{aligned} R_e^{u_{s'}}(z) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} u_{s'}^{\text{TD}}[e + k P_0' M N] z^{-k}, 1 \leq e \leq P_0' M N, \\ R_{e'}^{U_s}(z) &= \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} U_s^{\text{FD}}[e' + \ell P_0 M' N'] z^{-\ell}, 1 \leq e' \leq P_0 M' N', \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

を用いると、各々 N' , N 個のpolyphase filter (Vaidyanathan[非特許文献13]) のType 2 polyphase)

[数527]

$$\left. \begin{aligned} H_{\vec{p}, s'}^{\text{TD}}(z; \hat{k}_d) &= \sum_{k=0}^{P_0' M N - 1} h_{\vec{p}, s'}^{\text{TD}}[k] z^{-k} = (-1)^{p p' N N'} W^{(p' N' + s') M'} \sum_{s=0}^{P_0' M N - 1} R_{e'}^{u_{s'}}(z W^{(p' N' + s') M'}) \\ H_{\vec{p}, s}^{\text{FD}}(z; \hat{\ell}_d) &= \sum_{\ell=0}^{P_0 M' N' - 1} h_{\vec{p}, s}^{\text{FD}}[\ell] z^{-\ell} = (-1)^{p p' N N'} W^{-(p N + s) M} \sum_{e=0}^{P_0 M' N' - 1} R_e^{U_s}(z W^{-(p N + s) M}) \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

が定義され、図8、9のAFBが得られる。 $N = N' = 1, N_0 = N'_0 = 1$ の場合が通常のAFBに対応する。

[0142] TD-AFB(又はFD-AFB)の2値シンボルは、

[0143] [数528]

$$\Re \frac{X_{\rho'}^{(3),r} c_{\rho', \hat{\rho}}^{(3),r}(\ell_\mu; \hat{k}_d)}{\hat{A} e^{i\hat{k}}}$$

(又は、

[数529]

$$\Re \frac{X_{\rho}^{(4),R} C_{\rho, \hat{\rho}}^{(4),R}(k_\sigma; \hat{\ell}_D)}{\hat{A} e^{i\hat{k}}}.$$

)の符号で定まる。但し

[数530]

$$\hat{A} e^{i\hat{k}}$$

は、MLE値

[数531]

$$\hat{\theta}^{(d)} = (\hat{k}_d, \hat{\ell}_D)$$

(式(59)参照)を有する減衰定数 $\hat{A} e^{i\hat{k}}$ のMLEである。TD及びFDに関して対称な図4～図7のSFB、及び、図8,9のTD-AFB, FD-AFBのペアを“twinned-FBMC”と呼ぶ。

[0144] なお、図8は、複素数値データ

[数532]

$$\{d_{p,p'}\}_{p=1}^P, 1 \leq p' \leq P'$$

復号のためのTD相関器アレイを装備したAnalysis Filter Bank(AFB)を示している。

[0145] また、図9は、複素数値データ

[数533]

$$\{d_{p,p'}\}_{p'=1}^{P'}, 1 \leq p \leq P$$

復号のためのFD 相関器アレイを装備したAFBを示している。

[0146] なお、図8、図9における

[数534]

$$c_{\vec{p},s'}^{\text{TD}}(\ell_\mu; \hat{k}_d)$$

及び

[数535]

$$c_{\vec{p},s}^{\text{FD}}(k_\sigma; \ell_D)$$

は、それぞれ、上述した

[数536]

$$c_{\rho',\vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d)$$

及び

[数537]

$$C_{\rho,\vec{p}}^{(4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D)$$

に対応している。

[0147] PUL アルゴリズムを、図10 のようにTD-AFB 及びFD-AFB 間のインターフェースとして実装すると、得られた時変・適応型AFBは、レーダに対してはパラメタ推定器になり、他の通信システムに対しては、PULアルゴリズムの収束後同期器になる。更にこれは、データ通信システムに対しては複素CCF値

[数538]

$$\frac{X'_{\rho'} c_{\rho',\vec{p}}^{(3),r}(\ell_\mu; \hat{k}_d)}{A e^{i\hat{R}}}$$

及び

[数539]

$$\frac{X_{\rho} C_{\rho, \hat{\rho}}^{(4), R}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D)}{\hat{A} e^{i \hat{R}}}$$

に基づく

[数540]

 $\mathcal{M}$ -値シンボル $d_{\hat{p}} \in \mathbb{C}$

の復号器になる。なお、このFBMC の式(68)、式(72) 及び式(77) で定義されるフィルタは、全て多相フィルタ (Vaidyanathan のtype1-又はtype2-多相形 [非特許文献13] と呼ばれる)で実現できるが、詳細は省略する。

[0148] なお、図10の(a)はTD 相関器アレイを示しており、(c)は、FD 相関器アレイのAnalysis Filter Bank (AFB) を示しており、(b)は、von Neumann のAPT による両アレイの最尤推定値の交互更新を模式的に示している。

[0149] <8. 時間、周波数シフトの非可換性を利用した通信の他の例>

非可換性を利用した通信の典型例のレーダ問題では、通信路のdelay t_d , Doppler

shift f_D をパラメタとするTFS0

[数541]

$$\mathcal{T}_{t_d, f_D}$$

及び、受信器で必要なdelay, Doppler shift の推定値

[数542]

$$\hat{t}_d, \hat{f}_D$$

を有するTFS0

[数543]

$$\mathcal{T}_{\hat{t}_d, \hat{f}_D}$$

の対に関し、各々の送信・受信TD, FD信号への事前のハーフシフトが t_d, f_D の

パラメタ推定に有用である事を明らかにした。本節では非可換性を利用した通信の具体例を二、三取り上げる。

[0150] これまで簡単化のため単一ターゲットを議論した。複数個ターゲットへの拡張は容易である。例えば式(32), 式(37) の決定レベル r_0, r'_0 を利用することでターゲット探索空間中の複数個ターゲットが検出可能となる。この他にも、

<8.1 CDMTによる複数個ターゲット検出>

例えば、ターゲット探索空間 $\Theta' = [0, T) \times [0, F)$ を4分割：

[数544]

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_1 &= [0, T/2) \times [0, F/2), \\ \mathcal{R}_2 &= [0, T/2) \times [F/2, F), \\ \mathcal{R}_3 &= [T/2, T) \times [0, F/2), \\ \mathcal{R}_4 &= [T/2, T) \times [F/2, F)\end{aligned}$$

し、各々の空間に、TD-, FD-PC:

[数545]

$$\mathcal{X} = \{X, X'\}, \mathcal{Y} = \{Y, Y'\}, \mathcal{Z} = \{Z, Z'\}, \mathcal{W} = \{W, W'\}$$

を割り当てて、2次元PC

[数546]

$$\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z}, \mathcal{W}$$

のチップaddress を

[数547]

$$\left. \begin{aligned}\mathcal{M}_1 &= \{(m, m') | 0 \leq m \leq \frac{N}{2} - 1, 0 \leq m' \leq \frac{N'}{2} - 1\}, \\ \mathcal{M}_2 &= \{(m, m') | 0 \leq m \leq \frac{N}{2} - 1, \frac{N'}{2} \leq m' \leq N' - 1\}, \\ \mathcal{M}_3 &= \{(m, m') | \frac{N}{2} \leq m \leq N - 1, 0 \leq m' \leq \frac{N'}{2} - 1\}, \\ \mathcal{M}_4 &= \{(m, m') | \frac{N}{2} \leq m \leq N - 1, \frac{N'}{2} \leq m' \leq N' - 1\}.\end{aligned}\right\} \quad (80)$$

と表す。また、signature を

[数548]

$$\left. \begin{aligned} v^{(i)}[k; \mathcal{X}^{(i)}] &= \sum_{(m,m') \in \mathcal{M}_i} X_m^{(i)} X_{m'}^{(i)} T_{mM,m'M'}^d z[k]. \\ \mathcal{X}^{(i)} &= (\{X_m^{(i)}\}, \{X_{m'}^{(i)}\}), X_m^{(i)}, X_{m'}^{(i)} \in \{-1, 1\}, (m, m') \in \mathcal{M}_i. \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

とする。但し $\chi^{(1)}, \chi^{(2)}, \chi^{(3)}, \chi^{(4)}$ は

[数549]

$$\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z}, \mathcal{W}$$

に対応する。レーダ送信信号のCEは

[数550]

$$\psi[k] = \sum_{i=1}^4 \sum_{\vec{q}} d_{\vec{q}} \cdot T_{qNM,qN''M'}^d v^{(i)}[k; \mathcal{X}^{(i)}]. \quad (82)$$

であり、多重target 検出用である。

[0151] N_{path} 個のdoubly dispersive channel のdelay, Doppler, 減衰定数

[数551]

$$\{t_{d,i}, f_{D,i}, A_i e^{i\kappa_i}\}_{i=1}^{N_{\text{path}}}$$

の通信路を経た受信信号の信号成分は、

[数552]

$$r[k] = \sum_{i=1}^{N_{\text{path}}} A_i e^{i\kappa_i} T_{t_{d,i}, f_{D,i}}^d \psi[k]. \quad (83)$$

となる。一方、受信器では、式(29), 式(33) のTD-, FD-CE

[数553]

$$\psi_{\rho', \vec{p}}^{(3)}[k], \Psi_{\rho, \vec{p}}^{(4)}[\ell]$$

に、2次元PC χ (又は

[数554]

$$\mathcal{Y}$$

) を代入し、式(38), 式(43) のtype-3, type-4 のCCF

[数555]

$$c_{\rho', \hat{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d), C_{\rho, \hat{p}}^{(4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D)$$

の

[数556]

$$\ell_\mu, k_\sigma$$

の可動範囲を、各々

[0152] [数557]

$$0 \leq \ell_\mu \leq \lfloor \frac{M'N'}{2} \rfloor - 1, 0 \leq k_\sigma \leq \lfloor \frac{MN}{2} \rfloor - 1$$

(又は

[数558]

$$\lfloor \frac{M'N'}{2} \rfloor \leq \ell_\mu \leq M'N', 0 \leq k_\sigma \leq \lfloor \frac{MN}{2} \rfloor - 1$$

)とする最尤推定でtarget 検索を行う。他の部分領域でのtarget 検索も同様である。これは、code division multiple access の考えに見習い2次元P C で多重target 検索を行うので、Code Division Multiple Target(CDMT) と呼ぶ。

[0153] $N = N' = 64, N_{\text{path}} = 4$ の数値シミュレーション結果では、PUL アルゴリズムを適用するとSNR 5dB以上で80% の確率で3, 4 個のtarget 検出に成功している。

[0154] <8.2 人工的な非可換シフトを埋め込むdelay-Doppler space Division multiplexing に基づく超高MPSK>

PUL の収束証明で重要な役割を果たした、Hilbert 空間の部分空間、 T_s -TL TD空間、及び F_s -BL FD 空間の各々の上への直交射影演算子 P_3, P_4 で用いる式(38), 式(43)のTD-, FD-CCF

[数559]

$$c_{\rho', \hat{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d), C_{\rho, \hat{p}}^{(4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D)$$

は、非可換通信由来の各種TFS0の中で送・受信信号生成のTFS0 対

[0155] [数560]

$$(\mathcal{T}_{k_d, \ell_D}^d, \mathcal{T}_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d)$$

(又は、

[数561]

$$(\mathcal{T}_{\ell_D, -k_d}^{f,d}, \mathcal{T}_{\hat{\ell}_D, -k_\sigma}^{f,d})$$

) が本質であることを示している。何故なら、これらには未知数

[数562]

$$(\ell_D, k_d)$$

と、最尤値

[数563]

$$(\hat{\ell}_D, \hat{k}_d)$$

の探索用制御パラメタ

[数564]

$$(\ell_\mu, k_\sigma)$$

とのいずれかが含まれているからである。変・復調のTFS0

[数565]

$$\mathcal{T}_{0, \ell_c}^d, \mathcal{T}_{0, -\ell_c}^d$$

やデータ、チップaddress

[数566]

$$((\rho, \rho'), \vec{p})$$

をパラメタとするTFS0

[数567]

$$\mathcal{T}_{pNM, p'N'M'}^d, \mathcal{T}_{\rho M, 0}^d, \mathcal{T}_{\rho'M', 0}^{f,d}$$

は、これらのいずれとも無関係である。

[0156] 一方、

[数568]

$$((\rho, \rho'), \vec{p})$$

で指定される、TD-, FD-CCF 対

[数569]

$$c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d), C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D)$$

の出力（式(41), (45)）には、各種PDを含む形で情報データ

[数570]

$$d_{\vec{p}}$$

が陽に現れる。このことは、

[数571]

$$d_{\vec{p}}$$

の位相項の人工的なパラメータとしてパラメタ値

[0157] [数572]

$$\{k_{d,i}, \ell_{D,i}\}_{i=1}^{N_{\text{path}}}$$

（簡単のため減衰定数は

[数573]

$$A_i e^{i\kappa_i} = 1$$

とする）が、上記の複数個target 検出法を用いれば利用可能であることを示している。上記を鑑み、本実施形態に係る送受信システムは、具体的には、

送・受信信号の N_{path} 個のTFS0対及びTD-, FD-CCF 対

[数574]

$$\left. \begin{array}{l} \text{pair of TFSOs : } (\mathcal{T}_{k_{d,i}, \ell_{D,i}}^d, \mathcal{T}_{k_{d,i}, \ell_{D,i}}^d), \text{CCF : } c_{\rho, \hat{p}}^{(3)}(\ell_{\mu,i}; \hat{k}_{d,i}) \text{ for TD, } 1 \leq i \leq N_{\text{path}}, \\ \text{pair of TFSOs : } (\mathcal{T}_{\ell_{D,i}, -k_{d,i}}^{\ell, d}, \mathcal{T}_{\ell_{D,i}, -k_{d,i}}^{\ell, d}), \text{CCF : } C_{\rho, \hat{p}}^{(4)}(k_{\sigma,i}; \hat{\ell}_{D,i}) \text{ for FD, } 1 \leq i \leq N_{\text{path}} \end{array} \right\} \quad (84)$$

を用いる非可換通信であり、パラメタ値

[数575]

$$\{(k_{d,i}, \ell_{D,i})\}_{i=1}^{N_{\text{path}}}$$

を埋め込んだ送信信号の N_{path} 対のTD-, FD-template を利用する。この場合のPUL を送信信号に人工的に埋め込んだ非可換shift 量

[数576]

$$(k_{d,i}, \ell_{D,i})$$

を受信器で復元するという意味で、通常のPULと少し異なる。なお非特許文献[25, 30] では、transmitter, receiver間のパラメタ更新を“active PUL”と呼んだが、PUL は、収束証明の都合上transmitter での更新には適用できないので、本明細書では、transmitter に、既知の非可換shift量

[数577]

$$\{(k_{d,i}, \ell_{D,i})\}_{i=1}^{N_{\text{path}}}$$

を埋め込み、受信器 (reciever) でそのshift 量を用いて最尤推定を行う。

これは、通常のPUL の応用例である。

[0158] 複数個の互いに独立な2次元PC を利用するCDMT は、

[数578]

$$\mathcal{M}\text{-ary}$$

phase shift keying (PSK) データ

[数579]

$$d_{\vec{q}} = W_{\mathcal{M}}^{-k_{\vec{q}}}, W_{\mathcal{M}} = e^{-i\frac{2\pi}{\mathcal{M}}}, 0 \leq k_{\vec{q}} \leq \mathcal{M} - 1$$

のデータ通信に有効である。 N' , N 個のアレイ型TD-, FD-CCF の入力部分に各々位相補償項

[数580]

$$W_{\mathcal{M}}^{\ell}, W_{\mathcal{M}}^{\ell'}, 0 \leq \ell, \ell' \leq \mathcal{M} - 1$$

を前置した、phase tuned layer (PTL) は、TD-, FD-CCF 対

[数581]

$$c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d), C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D)$$

の出力 (式(41), (45)) の

[数582]

$$d_{\vec{p}}$$

を各々

[数583]

$$d_{\vec{p}} \cdot W_{\mathcal{M}}^{\ell-1}, d_{\vec{p}} \cdot W_{\mathcal{M}}^{\ell'-1}$$

に置き換える位相補償と、式(60)のPUL の最尤推定の演算

[数584]

$$\arg \max_{\rho', \ell_{\mu}}, \arg \max_{\rho, k_{\sigma}}$$

の二変数に代わり、PTL 用の変数

[数585]

$$\ell, \ell'$$

を追加した三変数の

[数586]

$$\arg \max_{\rho', \ell_{\mu}, \ell}, \arg \max_{\rho, k_{\sigma}, \ell'}$$

に修正することとに相当する。これにより最尤推定の複素出力の位相揺らぎは平均零のガウス分布に似た分布に変わる。

[0159] 本実施形態に係る送受信システムは、 $N = N' = 16$,

[数587]

$$\mathcal{M} = 8, 16,$$

SNR 30dB で良好な数値シミュレーション結果を得ている。しかしながら、

[数588]

$$\mathcal{M} = 16$$

の場合、分布のmain lobe の左右両側にside lobe が生じるので復号errorの原因となる。このため、単純な位相補償を用いる限り、復号誤りの観点からは、

[数589]

$$\mathcal{M} = 8$$

までとすることが好ましい。

[0160] 続いて、本実施形態に係る送受信システムとして、

[数590]

$$\mathcal{M} \geq 32$$

のデータ通信を行うためにdelay-Doppler のパラメタ空間 Θ' を

[数591]

$$\frac{\mathcal{M}}{8}$$

個に均等分割して、各々の部分空間に2次元PC

[数592]

$$\{\mathcal{X}^{(i)} = (\{X_m^{(i)}\}, \{X_m'^{(i)}\}), X_m^{(i)}, X_m'^{(i)} \in \{-1, 1\}\}_{i=1}^{\frac{M}{8}}$$

を割り当て、更に人工的なshift量

[数593]

$$(k_{d,i}, \ell_{D,i})$$

が、そのi番目の部分空間の中心点近傍にあると見なすことで、8-PSKを基本単位とするTD-, FD-CCFのPTLの位相補償項を各々

[数594]

$$\left. \begin{array}{l} W_8^{\lambda_{\vec{p}}} \cdot W_{\mathcal{M}}^j, \text{ for TD-CCF, } \lambda_{\vec{p}} \in \{0, 1, \dots, 7\}, j \in \{0, 1, \dots, \frac{M}{8}\} \\ W_8^{\lambda_{\vec{p}}} \cdot W_{\mathcal{M}}^{j'}, \text{ for FD-CCF, } \lambda_{\vec{p}} \in \{0, 1, \dots, 7\}, j' \in \{0, 1, \dots, \frac{M}{8}\} \end{array} \right\} \quad (85)$$

とする、delay-Doppler space division multiplex(dDSDM)を実現する非可換通信を例示する。この場合、

[数595]

$$d_{\vec{p}}$$

に対するPTL及びその最尤推定の四変数演算は各々

[数596]

$$\left. \begin{array}{l} d_{\vec{p}} \Rightarrow d_{\vec{p}} \cdot W_8^{\lambda_{\vec{p}}} \cdot W_{\mathcal{M}}^j, \arg \max_{\rho', \ell_{\mu}, \lambda_{\vec{p}}, j}, \text{ for TD-CCF,} \\ d_{\vec{p}} \Rightarrow d_{\vec{p}} \cdot W_8^{\lambda_{\vec{p}}} \cdot W_{\mathcal{M}}^{j'}, \arg \max_{\rho, k_{\sigma}, \lambda_{\vec{p}}, j'}, \text{ for FD-CCF.} \end{array} \right\} \quad (86)$$

となる。従って、本実施形態に係る送受信システムは、合計

[数597]

$$\frac{M}{8} \cdot 8 \cdot (N + N')$$

個のCCFを備えている。16, 32個の2次元PCを用いた128PSK, 256PSKの復号結果が得られている。しかしながら、これは本質的に位相 W_u の弁別精度を強い

るもので、超高の

[数598]

M

-PSKの符号化・復号化の改善につながらない。

[0161] 以下では、同期を行いながら、超高の

[数599]

M

-PSK

の符号化・復号化するシステム、及び、同期・測距兼用の

[数600]

M

-ary PSK-符号化・復号化器について、図12～17を参照して説明する。

[0162] まず、図12は、

[数601]

M

-PSK通信可能/高速・高精度測距可能な送信器（符号化器）の構成を示すブロック図である。

[0163] 同期・測距の場合（図12のSwitch1-1,1-2が上に接続されている状態）と

[数602]

M

-PSKのデータ通信を行う場合（図12のSwitch1-1,1-2が下に接続されている状態）とで、送信器及び受信部において、それぞれ切り替えを行う。入力
データ

[数603]

$d_{\bar{q}}$

が

[数604]

$\mathcal{M}$

-PSKの場合（換言すればデータ通信有りの場合）、各図に示すswitchが下側の経路に切り替わる。

[0164] 以下ではまず図12の送信器のブロック図における各ブロックについて説明する。図12において、左端の入力は、

[数605]

$d_{\vec{q}}$

であり、図12に示すswitch1-1及びswitch1-2が上側に接続された状態の同期・測距のモードでは、送信器は、

[数606]

χ による $\begin{pmatrix} (m', \vec{q}) - TD \text{ template} \\ (m, \vec{q}) - FD \text{ template} \end{pmatrix}$ 生成
 $\& (N'/N) - \text{template 多重化}$
 $\& (P/P') - \text{signature, } d_{\vec{q}} \text{ 多重化}$

を行う。一方、図12に示すswitch1-1及びswitch1-2が下側に接続された状態（換言すればデータ通信有りの状態）では、送信器は、chip波形を入力として

[数607]

$\chi^{(i)}$ による $\begin{pmatrix} (m', \vec{q}) - TD \text{ template} \\ (m, \vec{q}) - FD \text{ template} \end{pmatrix}$ 生成
 $\& (N'_1/N_1) - \text{template 多重化}$
 $\& \left(\left\lceil \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \right\rceil + 1 \right) - \chi^{(i)} \text{ 多重化}$
 $\& \left(\left\lceil \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \right\rceil + 1 \right) - \text{signature 多重化}$
 $\& (P/P') - d_{\vec{q}} \text{ 多重化}$

を行う。次に「kの符号化器」のブロックでは0th-ACから、

[数608]

$\left\lceil \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \right\rceil$

th-ACが並列に配置され、その中間には複数の黒丸が

[数609]

⋮

のように縦に配置されている。ここで、各黒丸は、各ACを省略的に表現しているに過ぎない。

[0165] 本実施形態に係る符号化器は、「kの符号化器」のブロックにおいて、jの値に応じて、「kの符号化器」のブロックにおける左右両側のswitch1-3及びswitch1-4を切り替え、その後、「kの符号化器」のブロックにおける下流側で

[数610]

$$W_{\mathcal{M}_0}^{-j'}$$

の変調を行い、

[数611]

$$k = j\mathcal{M}_0 + j', j = \left\lfloor \frac{k}{\mathcal{M}_0} \right\rfloor, j' = \{ \frac{k}{\mathcal{M}_0} \}$$

と符号化する。

[0166] その後、送信器が備えるswitch1-2の上下には各々送信

[数612]

$$\text{TD-CE}\psi[k]/\text{FD-CE}\Psi[\ell]$$

、各々送信

[数613]

$$\text{TD-CE}\psi^{\text{AC}}[k]/\text{FD-CE}\Psi^{\text{AC}}[\ell]$$

が得られる。本実施形態に係る符号化器では、更に

[数614]

$$\ell_c$$

変調の後、

[数615]

$$(k_d, \ell_D)$$

-MCを経て、noiseが加わり、

[数616]

$$\ell_c$$

復調を経て、受信CEが得られる。

[0167] 以上が図 1 2 に示した各ブロックの説明である。

[0168] 高次の

[数617]

$$\mathcal{M}$$

-PSKデータ

[数618]

$$\exp\left(\frac{i2\pi k}{\mathcal{M}}\right)$$

伝送は位相雑音の影響で位相

[数619]

$$\exp\left(\frac{i2\pi}{\mathcal{M}}\right)$$

の弁別が困難なので、まずkの符号化器（図 1 2 における下段右の実線で囲んだ部分）の中間のblockで

[数620]

$$k = j\mathcal{M}_0 + j', j = \left\lfloor \frac{k}{\mathcal{M}_0} \right\rfloor, j' = \left\{ \frac{k}{\mathcal{M}_0} \right\}$$

と符号化し、低次の

[数621]

$$\mathcal{M}_0$$

-PSKデータ

[数622]

$$\exp\left(\frac{i2\pi j'}{\mathcal{M}_0}\right)$$

伝送を行う事を考える。一方

[数623]

$$j = \left\lfloor \frac{k}{\mathcal{M}_0} \right\rfloor$$

の伝送は、時間シフト、周波数シフトが正確に復元可能な本特許提案の同期・測距法を援用する。そのために時間遅れ・ドップラシフトのパラメタ平面 Θ を

[数624]

$$\left(\left\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \right\rfloor + 1\right)$$

個に均等排反分割した部分平面 $\Theta^{(i)}$ に 2 次元 PC $\chi^{(i)}$ を割り当てる（図 17 参照）。chip 波形を

[数625]

$$\{\chi^{(i)}\}_{i=0}^{\left\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \right\rfloor}$$

による 2 次元 BPSK 変調とそれらを

[数626]

$$\left(\left\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \right\rfloor + 1\right) \cdot \chi^{(i)}$$

多重化し、更に、この信号が $\Theta^{(i)}$ の中心点に相当する時間シフト、周波数シフトの人工的通信路(Artificial Channel:AC)を通過したと想定する。このため、0th ACから

[数627]

$$\left\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \right\rfloor$$

th ACの中からjに応じたACを選択し、その出力信号で

[数628]

$$W_{\mathcal{M}_0}^{-j'} (= \exp(\frac{i2\pi j'}{\mathcal{M}_0}))$$

を

[数629]

$$\mathcal{M}_0$$

-PSK変調する。これが送信CEとなり、

[数630]

$$\ell_c$$

変調を経て伝搬路(Main Channel:MC)の

[数631]

$$(k_d, \ell_D)$$

-MCに送出される。

[数632]

$$\ell_c$$

復調を経てnoiseが印加され受信CEとなる。

[0169] 続いて、図13に示す各ブロックを説明する。

[0170] 図13は、

[数633]

$$\mathcal{M}$$

-PSK通信可能であり、高速・高精度測距可能な受信同期器（復号化器）の構成を示すブロック図である。

[0171] 図13に示したswitch2-1が上側に接続された状態では、受信器は、

[数634]

$$\chi \text{ による } \begin{pmatrix} (\rho', \vec{p}) - TD \text{ template} \\ (\rho, \vec{p}) - FD \text{ template} \end{pmatrix} \text{ 生成}$$

を行う。一方、switch2-1が下側に接続された状態（換言すればデータ通信有

りの状態)では、まず、「kの復号化器」のブロックで

[数635]

$$\hat{k} = \hat{j}M_0 + \hat{j}', \hat{j} = [\frac{\hat{k}}{M_0}], \hat{j}' = \{\frac{\hat{k}}{M_0}\}$$

と復号化し、

[数636]

$$\chi^{(j)} \text{ による } \begin{pmatrix} (\rho', \vec{p}) - TD \text{ template} \\ (\rho, \vec{p}) - FD \text{ template} \end{pmatrix} \text{ 生成}$$

された信号を左側のblockに入力する。そのblockは、0th-AC、

[数637]

$$\left[\frac{M-1}{M_0} \right]$$

th-AC AC

が並列に配置され、その中間には複数の黒丸が

[数638]

⋮

のように縦に配置されている。ここで、各黒丸は、各ACを省略的に表現しているに過ぎない。

[0172] 本実施形態に係る符号化器は、「kの復号化器」のブロックにおいて、

[数639]

$$\hat{j}$$

の値に応じて左右両側のswitch2-3及びswitch2-4を切り替え、その後、左側で

[数640]

$$W_{M_0}^{-\hat{j}'}$$

復調を行い、下段のblock CORに左端の受信CEと共に入力される。

[0173] 但し、図13における「COR」は、correlatorのことを指す。

図13における「COR」の右側の大きなblockは、 (ρ', ρ) 選択による

[数641]

$$(k_d, \ell_D)$$

, $Ae^{i\kappa}$ -最尤推定及び

[数642]

$$d_{\vec{q}}$$

復元&kの復号を行うブロックである。switch2-2が上側に接続された状態では、受信器は、

[数643]

$$\begin{aligned} & \arg\max_{\rho', \ell_\mu} \mathcal{R}[c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d) / (X_{\rho'}' A e^{i\kappa})] \\ & \Downarrow \text{PUL} \quad k_\sigma^* \rightarrow \hat{k}_d \times \ell_\mu^* \rightarrow \hat{\ell}_D \quad \rightarrow \begin{pmatrix} \text{MLE} : (k_\sigma^*, \ell_\mu^*) \\ \text{MLE} : \hat{A} e^{i\kappa} \end{pmatrix} \rightarrow d_{\vec{q}} \text{復元} \\ & \arg\max_{\rho, k_\sigma} \mathcal{R}[C_{\rho', \vec{p}}^{(4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D) / (X_\rho A e^{i\kappa})] \end{aligned}$$

という処理を行い、switch2-2が下側に接続された状態（換言すればデータ通信有りの状態）では、受信器は、

[数644]

$$\begin{aligned} & \arg\max_{\rho', \ell_\mu, \hat{j}, \hat{j}'} \mathcal{R}[c_{\rho', \vec{p}, \hat{j}, \hat{j}'}^{\text{AC}, (3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d, j, j') / (X_{\rho'}' A e^{i\kappa})] \\ & \Downarrow \text{PUL} \quad k_\sigma^* \rightarrow \hat{k}_d \times \ell_\mu^* \rightarrow \hat{\ell}_D \quad \rightarrow \begin{pmatrix} \text{MLE} : (k_\sigma^*, \ell_\mu^*) \\ \text{MLE} : \hat{A} e^{i\kappa} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} k \text{ 復号} \\ \hat{k} = j^* \mathcal{M}_0 + j'^* \end{matrix} \\ & \arg\max_{\rho, k_\sigma, \hat{j}, \hat{j}'} \mathcal{R}[C_{\rho', \vec{p}, \hat{j}, \hat{j}'}^{\text{AC}, (4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D, j, j') / (X_\rho A e^{i\kappa})] \end{aligned}$$

という処理を行う。

[0174] 以上が図13に示した各ブロックの説明である。

[0175] 受信CEを、chip波形の2次元PC χ による2次元BPSK復調を行う場合を考える。受信器においてswitch2-1が下側に接続された状態のデータ通信有のモー

ドでは、chip波形をjの推定値

[数645]

$$\hat{j}$$

の2次元PC

[数646]

$$x^{(j)}$$

による2次元BPSK復調して得られる信号を、0th-ACから

[数647]

$$\left[\frac{M-1}{M_0} \right]$$

th-ACの中から選択した

[数648]

$$\hat{j}$$

th-ACに入力し、その出力信号で

[数649]

$$W_{M_0}^{-\hat{j}}$$

を

[数650]

$$M_0$$

-PSK復調する。最終段のパラメタ推定のblock（即ち「COR」の出力が入力されるブロック）では

[数651]

$$\Re[c_{\rho', \hat{\mu}, \hat{j}, \hat{j}'}^{AC, (3)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d, j, j')/(X_{\rho'} A e^{i\kappa})], \Re[C_{\rho, \hat{\mu}, \hat{j}, \hat{j}'}^{AC, (4)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d, \hat{j}, \hat{j}')/(X_{\rho} A e^{i\kappa})]$$

に対して各々四変数

[数652]

$$(\rho', \ell_{\mu}, \hat{j}, \hat{j}'), (\rho, k_{\sigma}, \hat{j}, \hat{j}')$$

に関して演算argmaxを行い、PULによる

[数653]

$$(k_d, \ell_D)$$

-最尤推定（PULの収束値は

[数654]

$$k_d^*, \ell_D^*$$

）を行う。

ここで、最尤推定はswitch2-2が上側に接続された場合と下側に接続された場合とで共通であるが、switch2-2が上側に接続された状態では、復号器は、

[数655]

$$d_{\bar{q}}$$

の復元を行い、switch2-2が下側に接続された状態であるデータ通信有りのモードでは

[数656]

$$(\hat{j}, \hat{j}')$$

-最尤推定値によるkの復号

[数657]

$$k^* = j^* \mathcal{M}_0 + j'^{*}$$

を行う。なお、通常の同期・測距のモード（上のswitch状態）でもデータ

[数658]

$$d_{\vec{q}}$$

は低次の

[数659]

$$\mathcal{M}_0$$

-PSK変・復調は可能（例えば

[数660]

$$\mathcal{M}_0 = 8$$

）である。

[0176] 続いて、図14は、Main channel(MC)のdelay τ -Doppler shift ν 空間上のCCF実部の大きさの分布例を模式的に示す図である。

[0177] 同期・測距のモードでmain lobeは

[数661]

$$(k_d, \ell_D)$$

に位置し、他のside lobeと区別化できる。なお、波線はbackground noiseを示す。

[0178] 図15は、ACがMain channel(MC)に重畳された場合の τ - ν 空間上のCCF実部の大きさの分布例を模式的に示す図である。

[0179] MCの前に

[数662]

$$\mathcal{M}$$

-PSK信号の情報 k の符号化で導入された三種のArtificial channel(AC)が縦続接続された場合のCCF実部の大きさの分布を示している。MCは

[数663]

$$(k_d, \ell_D)$$

に位置したままであるが、ACが重畳された場合MC+AC0、MC+AC1、MC+AC2は各々

[数664]

$$(k_d + k_d^{(0)}, \ell_D + \ell_D^{(0)}), (k_d + k_d^{(1)}, \ell_D + \ell_D^{(1)}), (k_d + k_d^{(2)}, \ell_D + \ell_D^{(2)})$$

に位置する。時間シフト、周波数シフトの量は加法的になるがPDは群論的性質を伴って伝搬する。図15のような分布図を得るためには、本明細書で明らかにしたようにPDの厳密評価と共にCCF実部の極大化を行う最尤推定でCCF実部の極大値を与える変数の数を増加させて正確に見積もる必要がある。なお、追加した変数 j, j' の種類数は各々

[数665]

$$\left\lceil \frac{M-1}{M_0} \right\rceil + 1, M_0$$

である。

[0180] 図16は、余次元2の、非可換性を有するACのシフトのパラメタ空間を利用した信号のTFP分割を示す図である（パラメタ空間であるので「余次元」という表現を用いている）。

[0181] 図16では、信号（時間幅 T_s , 帯域幅 F_s ）の時間・周波数平面TFP Sの分割（Gabor分割）（ $S^{(0)}, S^{(1)}, S^{(2)}, S^{(3)}$ ）平面と直交する軸にACの非可換シフトの量

[数666]

$$(k_d^{(0)}, \ell_D^{(0)}), (k_d^{(1)}, \ell_D^{(1)}), (k_d^{(2)}, \ell_D^{(2)}), (k_d^{(3)}, \ell_D^{(3)})$$

を示す目盛りを示している。

[0182] 図17も、余次元2の、非可換性を有するACのシフトのパラメタ空間を利用した信号のTFP分割を示す図である。

[0183] 図 1 7 のように、ACの非可換シフトの量に応じてTFPは各々AC0のTFP、AC1のTFP、AC2のTFP、AC3のTFPのようにshiftされる。なお、信号のSは

[数667]

$$(k_d, \ell_D)$$

のMCのtarget spaceの単位平面

[数668]

$$[0, T_s) \times [0, F_s)$$

と同一視できる。即ち、targetがデータaddress

[数669]

$$\vec{p} = (p, p')$$

近傍のtarget spaceの部分平面 $[(p-1)T_s, pT_s) \times [(p'-1)F_s, p'F_s)$ に存在する場合、adress

[数670]

$$\vec{p} = (p, p'), 1 \leq p \leq P, 1 \leq p' \leq P'$$

の特定が必要となるので、図 1 3 の 2 種のCCF実部の最大化変数としていずれの場合も

(データ通信有り無しにかかわらず)

[数671]

$$\vec{p}$$

を取り上げている。

[0184] 上述のように、図 1 2 及び図 1 3 の送受信器で上側及び下側のシステムが切り替えられる。

[0185] 図 1 2 及び図 1 3 でswitch1-1、1-2、2-1、2-2が上側に接続されたシステムが特許文献 6 に開示されているシステムであり、これらのswitchが下側に接続されたシステムが、非可換AC-shift-符号化・復号化に基づく多重化方式

である。

[0186] このように、図 1 2 及び図 1 3 では、従来のシステムとの差分、新規性が明らかな図である。

[0187] 本実施形態に係る送受信システムでは、多値位相変調（
[数672]

$$\mathcal{M}$$

-ary PSK)

[数673]

$$\exp\left(\frac{j2\pi k}{\mathcal{M}}\right), 0 \leq k \leq \mathcal{M} - 1$$

のデータ信号伝送では、上記送信信号に“情報k”を高効率に埋め込むために、整数

[数674]

$$\mathcal{M}_0, 1 \leq \mathcal{M}_0 < \mathcal{M}$$

に対し、2次元位相偏移変調(BPSK)用の、周期NのTD位相変調符号(TD-PC)

[数675]

$$\mathbf{X}^{(j)} = \{X_m^{(j)}\}$$

と周期N'のFD位相変調符号(FD-PC)

[数676]

$$\mathbf{X}^{(j)'} = \{X_{m'}^{(j)'}\}$$

の組を

[数677]

$$(\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rfloor (\stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \text{の整数部}) + 1)$$

組用意する。時間遅れ、ドップラシフトのパラメタ平面

[数678]

$$\Theta = [0, T_{\max}) \times [-F_{\max}/2, F_{\max}/2)$$

及び、信号のTFP $S = [0, T_s) \times [0, F_s)$ を

[数679]

$$(\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor + 1)$$

個均等分割した部分平面を各々

[数680]

$$\Theta^{(i)}, S^{(i)}, 0 \leq i \leq \lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor$$

とする。($T_s = NM \Delta t$, $F_s = N' M' \Delta f$ はデータシンボル

[数681]

$$d_{\vec{q}}, \vec{q} = (q, q')$$

の時間、帯域幅、 $T_{\max}$, $F_{\max}$ は検出すべき時間遅れ、ドップラシフトの最大値、 T_s , F_s の整数倍 P, P' とする。 $\Delta t, \Delta f$ は量子化幅。) 次に情報 k を

[数682]

$$k = \lfloor \frac{k}{M_0} \rfloor M_0 + \{ \frac{k}{M_0} \} = j M_0 + j'$$

と分解して

[数683]

$$j = \lfloor \frac{k}{M_0} \rfloor (\stackrel{\text{def}}{=} \frac{k}{M_0} \text{ の整数部}), 0 \leq j \leq \lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor$$

とその余り

[数684]

$$j' = \{ \frac{k}{M_0} \} (\stackrel{\text{def}}{=} k - \lfloor \frac{k}{M_0} \rfloor M_0), 0 \leq j' \leq M_0 - 1 \text{ で } k = (j, j')$$

と符号化する。符号 (j, j') 伝送のために、第一に時間 $T_c = M \Delta t$, 帯域幅 $F_c = M'$

Δf のチップパルスを2次元PC $X^{(i)}$ で変調したTD-signature, FD-signatureを(T_s, F_s)レベルのシフトを施して

[数685]

$$(\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor + 1)$$

-signature-多重化する。第二にその多重化信号が部分パラメタ平面 $\Theta^{(i)}$ の中心:

[数686]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)})$$

のシフトを有する人工的伝搬路(Artificial Channel:AC)を通過したと想定する。これを模擬するため、TD-, FD-signature信号に第四のシフト演算子

[数687]

$$\mathcal{T}_{k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}}^d, \mathcal{T}_{\ell_D^{(j)}, -k_d^{(j)}}^{f,d}$$

を作用させる。第三に、得られた信号で

[数688]

$$\mathcal{M}_0$$

-aryデータ信号

[数689]

$$W_{\mathcal{M}_0}^{-j'}$$

を変調する

[数690]

$$(W_{\mathcal{M}_0} = \exp\left(\frac{-i2\pi}{\mathcal{M}_0}\right))$$

。この信号をTFP上でシンボル

[数691]

$$d_q$$

の(P/P')の無重量重ね合わせた信号を送信TD-, FD-CEとする(図12参照)。

[数692]

$$\mathcal{M}_0$$

-aryデータ通信のTD-信号のCEとそのDFTは、式(27)の代りに

[数693]

$$\left. \begin{aligned} \psi^{AC}[k; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor}, j, j'] &= \frac{1}{\sqrt{PP'}} \sum_{q, q'=0}^{P-1, P'-1} \frac{d_q W_{M_0}^{-j}}{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor + 1} T_{k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}}^d \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor} T_{qNM, q'N'M'}^d v[k; \mathcal{X}^{(i)}], \\ \Psi^{AC}[\ell; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor}, j, j'] &= \frac{1}{\sqrt{PP'}} \sum_{q, q'=0}^{P-1, P'-1} \frac{d_q W_{M_0}^{-j}}{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor + 1} T_{\ell_D^{(j)}, -k_d^{(j)}}^{f,d} \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor} T_{q'N'M', -qNM}^{f,d} V[\ell; \mathcal{X}^{(i)}]. \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

と定まる。但し、

[数694]

$$v[k; \mathcal{X}^{(i)}], V[\ell; \mathcal{X}^{(i)}]$$

はTD-signatureとFD-signature

[数695]

$$\left. \begin{aligned} v[k; \mathcal{X}^{(i)}] &= \frac{1}{\sqrt{N_1 N_1'}} \sum_{(m, m') \in I^{(i)}} X_m^{(i)} X_{m'}^{(i), J} T_{mM, m'M'}^d g[k], \\ V[\ell; \mathcal{X}^{(i)}] &= \frac{1}{\sqrt{N_1 N_1'}} \sum_{(m, m') \in I^{(i)}} X_m^{(i)} X_{m'}^{(i), J} T_{m'M', -mM}^{f,d} G[\ell]. \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

である(式(25)参照)。ここで、

[数696]

$$I^{(i)}, 0 \leq i \leq \lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor$$

は、図16及び図17に示す部分平面 $S^{(i)}$ 付随のチップアドレス(m, m')の可動範囲(Sのアドレスの対応部分)を表す。

[数697]

$$N_1 = \frac{N}{\sqrt{[\frac{M-1}{M_0}] + 1}}, N'_1 = \frac{N'}{\sqrt{[\frac{M-1}{M_0}] + 1}}$$

であり、同期法や測距時の N, N' に比べ、データ通信では、信号の時間・周波数平面及びtarget平面をPC符号分割するので精度を得るために

[数698]

$$\sqrt{[\frac{M-1}{M_0}] + 1}$$

倍必要である。図12及び図13を参照(データ通信有のスイッチ上下は、同期法や測距時、データ通信に対応する)のこと。

[0188] 式(87)では i 番目の2次元PC $X^{(i)}$ で変調したsignature $\nu[k; \chi^{(i)}]$ (or

[数699]

$$V[\ell; \mathcal{X}^{(i)}]$$

)を

[数700]

$$([\frac{M-1}{M_0}] + 1)$$

- ($\chi^{(i)}$ & signature) -多重化した信号が

[数701]

$$\mathcal{M}$$

-aryデータ

[数702]

$$W_{\mathcal{M}}^{-k}$$

の k の符号(j, j')対応のシフト

[数703]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)})$$

のACを通過しこれに

[数704]

$$\mathcal{M}_0$$

-aryデータ

[数705]

$$d_{\vec{q}} \cdot W_{\mathcal{M}_0}^{-j'}$$

の情報を担わせたCE

[0189] [数706]

$$\psi^{\text{AC}}[k; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rfloor}, j, j']$$

(又はDFT

[数707]

$$\Psi^{\text{AC}}[\ell; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rfloor}, j, j']$$

)が新たな送信TD-CE(or FD-CE)である。但し、

[数708]

$$d_{\vec{q}}$$

は大きさ1の実数(図12の送信器参照)。

[0190] 受信システムではkの復号のため推定値

[数709]

$$\hat{k}, 0 \leq \hat{k} \leq \mathcal{M} - 1$$

対応の推定符号

[数710]

$$\hat{j} = [\frac{\hat{k}}{\mathcal{M}_0}], 0 \leq \hat{j} \leq [\frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0}], \hat{j}' = \{\frac{\hat{k}}{\mathcal{M}_0}\}, 0 \leq \hat{j}' \leq \mathcal{M}_0 - 1$$

と対応のシフト

[数711]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)})$$

のACを模擬した、シフト演算子

[数712]

$$T_{k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}}^d, T_{\ell_D^{(j)}, -k_d^{(j)}}^{f,d}$$

を作用させ、更に推定

[数713]

$$\mathcal{M}_0\text{-ary } W_{\mathcal{M}_0}^{\hat{j}'}$$

のPD補償をする（図13の受信器参照）。具体的にはACのシフトを利用した、type-3, type-4の相関器は、式(38), (43)の代りに、二変数 j, j' とそれに応じた最大化変数

[数714]

$$\hat{j}, \hat{j}'$$

が追加され、

[数715]

$$c_{\rho', \hat{\mathcal{P}}, \hat{\mathcal{J}}, \hat{\mathcal{J}}'}^{\text{AC}, (3)}(\ell_\mu; \hat{k}_d, j, j') = A e^{i k_c} W^{k_d \ell_c} \sum_{k \in \mathbb{Z}} T_{k_d, \ell_D}^d \psi^{\text{AC}}[k; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M_0-1}{M_0} \rfloor}, j, j'] \\ \times \left(W^{\hat{k}_d \ell_c} T_{\hat{k}_d, \ell_\mu}^d W_{\mathcal{M}_0}^{-\hat{\mathcal{J}}'} T_{k_d^{(\hat{\mathcal{J}})}, \ell_D^{(\hat{\mathcal{J}})}}^d T_{p' N M, p' N' M'}^d \frac{X_{p'}^{(\hat{\mathcal{J}})'}}{\sqrt{N_1}} \sum_{n \in I_{\hat{\mathcal{J}}}} T_{n M, p' M'}^d X_n^{(\hat{\mathcal{J}})} g[k] \right)^*, \quad (89)$$

$$C_{\rho, \hat{\mathcal{P}}, \hat{\mathcal{J}}, \hat{\mathcal{J}}'}^{\text{AC}, (4)}(k_\sigma; \hat{\ell}_D, j, j') = A e^{i k_c} W^{k_d \ell_c} \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} T_{\ell_D, -k_d}^{f, d} \Psi^{\text{AC}}[\ell; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M_0-1}{M_0} \rfloor}, j, j'] \\ \times \left(W^{k_\sigma \ell_c} T_{\hat{\ell}_D, -k_\sigma}^{f, d} W_{\mathcal{M}_0}^{-\hat{\mathcal{J}}'} T_{\ell_D^{(\hat{\mathcal{J}})}, -k_d^{(\hat{\mathcal{J}})}}^{f, d} T_{p' N' M', -p N M}^{f, d} \frac{X_{p'}^{(\hat{\mathcal{J}})'}}{\sqrt{N_1}} \sum_{n' \in I_{\hat{\mathcal{J}}}} T_{n' M', -p M}^{f, d} X_{n'}^{(\hat{\mathcal{J}})' } G[\ell] \right)^*. \quad (90)$$

上式2種の相関関数では、式(87)の送信CE信号で演算子

[数716]

$$T_{k_d^{(\hat{\mathcal{J}})}, \ell_D^{(\hat{\mathcal{J}})}}^d (\text{or } T_{\ell_D^{(\hat{\mathcal{J}})}, -k_d^{(\hat{\mathcal{J}})}}^{f, d})$$

がパラメタ推定用の2次元PC演算子

[数717]

$$T_{q N M, q' N' M'}^d \cdot T_{m M, m' M'}^d (\text{or } T_{q' N' M', -q N M}^{f, d} \cdot T_{m' M', -m M}^{f, d})$$

と

[数718]

$$(k_d, \ell_D)$$

の伝搬路(Main Channel:MC)の演算子

[数719]

$$T_{k_d, \ell_D}^d$$

の間に挿入される（図 1 2 参照）。一方受信側では式(89), (90)の
[数720]

$$\mathcal{M}$$

-ary PSKのための
[数721]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

種の
[数722]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)})$$

のACの推定AC演算子
[数723]

$$\mathcal{T}_{k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}}^d$$

(or
[数724]

$$\mathcal{T}_{\ell_D^{(j)}, -k_d^{(j)}}^{f,d}$$

)が
[数725]

$$(k_d, \ell_D)$$

の推定MC演算子
[数726]

$$\mathcal{T}_{k_d, \ell_\mu}^d$$

(or

[数727]

$$T_{\hat{k}_d, \hat{\ell}_\mu}^d \text{ (or } T_{\hat{\ell}_D, -k_\sigma}^{f,d}$$

)) と推定 2 次元 PC 演算子

[数728]

$$T_{pNM, p'N'M'}^d \cdot T_{nM, p'M'}^d \text{ (or } T_{p'N'M', -pNM}^{f,d} \cdot T_{n'M', -\rho M}^{f,d}$$

) の間に挿入される (図 1 3 参照)。

[0191] 図 1 2 及び図 1 3 の

[数729]

$$\mathcal{M}$$

-PSK通信可能/高速・高精度測距可能な送受信器と符号復号化器は、時間遅れ・ドップラシフトの余次元 2 のパラメタ空間 Θ を排反分割した delay-Doppler Space Division Multiplexing (dD-SDM) (非特許文献 30、特許文献 6) の実現例である。これは

[数730]

$$\mathcal{M}$$

-PSK のデータ k の代りに符号

[数731]

$$j = \{\frac{k}{M_0}\}, j' = \{\frac{k}{M_0}\}$$

を伝送することとし、信号が $\Theta^{(i)}$ の中心の時間シフト

[数732]

$$k_d^{(j)}$$

、周波数シフト

[数733]

$$\ell_D^{(j)}$$

のACを通過したことで生じるPD検出（図14、15参照）でj, j'を復号する。
受信側でjを検出するためには送信側で異なるiのPC $\chi^{(i)}$ で2次元BPSKし、
これらを

[数734]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1) \cdot \mathcal{X}^{(i)}$$

多重化し、これを

[数735]

$$\hat{j}$$

th-ACに入力しその出力信号で

[数736]

$$\mathcal{M}_0\text{-ary exp}(\frac{-i2\pi\hat{j}}{\mathcal{M}_0})$$

の

[数737]

$$\mathcal{M}_0$$

-PSK復調を行う。

[数738]

$$\hat{j}$$

は

[数739]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

種あるので

[数740]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

個のACと2次元BPSKのPC

[数741]

$$\{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil}$$

が必要である。受信側ではchip波のTFP上の四重の多重化で埋め込まれたtemp
lateの検出を行う。推定

[数742]

$$\hat{j}$$

th-ACの選択で、

[数743]

$$(k_d, \ell_D)$$

の最尤推定を行う。

[数744]

$$\mathcal{M}_0$$

-PSK通信を

[数745]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

種の非可換シフトのAC挿入による多重化で高次の

[数746]

$$M$$

-PSK通信を実現している。

[0192] このdD-SDMは、余次元2の、非可換シフトのパラメタ空間を利用した多重化通信方式である。これは、 $[0, T_s) \times [0, T_s)$ のシンボル平面のTFP (target 平面の単位部分平面と同一視) との直交軸がACの非可換シフト軸である、3次元化 (ACのシフトで階層化) された時間・周波数空間(Time-Frequency Space: TFS)を有するので (図16、図17参照)、従来の信号のTFP分割のTDMA, FDMAとは異なる方式である。パラメタの高速・高精度推定を保証するAPT-basedのPULは根幹技術である。なお、非可換性シフトを有するACは各種伝搬線路で代替できるので、超高次のPSK通信が望まれる光通信への応用が期待される。

[0193] 非特許文献30や特許文献6では、

[数747]

$$\{(k_{d,j}, \ell_{D,j})\}_{j=1}^{N_{\text{path}}}$$

の多重targets検出問題をCDMT (Code-Division Multiple Targets: CDMT) (非特許文献27)として捉え、 N_{path} 個の2次元PCと

[数748]

$$\{(k_{d,j}, \ell_{D,j})\}_{j=1}^{N_{\text{path}}}$$

のshift演算と二つの位相回転因子の積

[数749]

$$W_{\mathcal{M}_0}^{\lambda_{\vec{p}}} \times W_{\mathcal{M}}^j, \lambda_{\vec{p}} \in \{0, 1, \dots, \mathcal{M}_0 - 1\}, \\ j \in \{0, 1, \dots, \lfloor \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_0} \rfloor - 1\}, W_{\mathcal{M}} = \exp\left(\frac{-i2\pi}{\mathcal{M}}\right)$$

による位相補償でtargets検出を行っている。これは実質的に微小な位相量

[数750]

$$\exp\left(\frac{-i2\pi}{\mathcal{M}}\right)$$

の弁別を強いる方法で、大きな

[数751]

$$\mathcal{M} \geq 16$$

に対し位相雑音による復号誤差が生じ、限界があった。更に、

[数752]

$$(k_d, \ell_D)$$

-MCの演算子

[数753]

$$\mathcal{T}_{k_d, \ell_D}^d$$

やその補償のshift

[数754]

$$\mathcal{T}_{\hat{k}_d, \hat{\ell}_D}^d$$

を用いることなく、

[数755]

$$\mathcal{M}$$

-aryの復号を行っているのでMCを通過した2重のshiftされた信号の多重targets検出問題ではなくパラメタ推定の収束の保証もなかった。これを解決するため、本明細書に係る発明では新たに2種の相関関数

[数756]

$$c_{\rho', \hat{\mu}, \hat{j}, \hat{j}'}^{\text{AC}, (3)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d, j, j'), C_{\rho, \hat{\mu}, \hat{j}, \hat{j}'}^{\text{AC}, (4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D, j, j')$$

を定義し、各種のshift演算子に基づいた正確なPD評価とその補償を行った。

式(89), (90)の2種の相関関数の式(87)の

[数757]

$$\psi^{\text{AC}}[k; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor}, j, j']$$

(又は

[数758]

$$\Psi^{\text{AC}}[\ell; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor}, j, j']$$

)に含まれる

[数759]

$$d_{\hat{q}} W_{\mathcal{M}_0}^{-\hat{j}'}$$

を復号するための受信部(図12参照)に埋め込んだ

[数760]

$$\mathcal{M}_0\text{-ary PSK } W_{\mathcal{M}_0}^{-\hat{j}'}$$

による、PD補償の計算は極めて煩雑である。しかし、詳細な計算過程は省略するが、高次の

[数761]

$$\mathcal{M}$$

-aryPSKの復号のための相関関数は、

[数762]

$$(\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rfloor + 1)$$

種の2次元PC

[数763]

$$\{(\mathbf{X}^{(j)}, \mathbf{X}^{(j),*})\}_{j=0}^{\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rfloor}$$

を用いることで以下の変数の置換：

[数764]

$$(k_d, \ell_D) \Rightarrow (k_d + k_d^{(j)}, \ell_D + \ell_D^{(j)}), d_{\vec{p}} \Rightarrow d_{\vec{p}} W_{\mathcal{M}_0}^{-j'}$$

(受信側での置換：

[数765]

$$(\hat{k}_d, \hat{\ell}_D) \Rightarrow (\hat{k}_d + k_d^{(j)}, \hat{\ell}_D + \ell_D^{(j)}), d_{\vec{q}} \Rightarrow d_{\vec{q}} W_{\mathcal{M}_0}^{j'} \text{ や } (N, N') \Rightarrow (N_1, N'_1)$$

に伴い、多数の位相項が発生し、更に相関関数実部を最大化する最尤推定パラメタが2変数

[数766]

$$\operatorname{argmax}_{\rho, \vec{p}}$$

(or

[数767]

$$\operatorname{argmax}_{\rho, \vec{p}}$$

)から4変数

[数768]

$$\operatorname{argmax}_{\rho', \hat{p}, \hat{j}, \hat{j}'}$$

(or

[数769]

$$\operatorname{argmax}_{\rho, \hat{p}, \hat{j}, \hat{j}'}$$

)へと拡張され(図13参照。但し、

[数770]

$$\rho' \in I_F^{(\hat{j})}$$

(or

[数771]

$$\rho \in I_T^{(\hat{j})})$$

)、式(39), (44)を一般化した形式で各々

[数772]

$$\begin{aligned}
& c_{\rho', \widehat{p}, \widehat{j}, \widehat{j}'}^{\text{AC}, (3)}(\ell_\mu; \widehat{k}_d, j, j') \\
&= \frac{Ae^{i\kappa} W_{\mathcal{M}_0}^{(k_d - \widehat{k}_d)\ell_c} W_{\mathcal{M}_0}^{-(j' - \widehat{j}')}}{\sqrt{PP'}} \sum_{\vec{q}} \frac{d_{\vec{q}}}{\left[\frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0}\right]} \sum_{i=1}^{\left[\frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0}\right]} \frac{X_{\rho'}^{(\widehat{j}), i, *}}{N_1 \sqrt{N_1'}} \sum_{(m, m') \in I^{(i)}, n \in I_T^{(\widehat{j})}} X_m^{(i)} X_{m'}^{(i), \prime} X_n^{(\widehat{j}), *}, \\
& \times \theta_{gg}[(\widehat{k}_d - k_d) + (\widehat{k}_d^{(\widehat{j})} - k_d^{(j)}) + (p - q)MN_1 + (n - m)M \\
& , (\ell_\mu - \ell_D) + (\widehat{\ell}_D^{(\widehat{j})} - \ell_D^{(j)}) + (p' - q')M'N_1' + (\rho' - m')M'] \\
& \times W^{\frac{1}{2}} \left(k_d \ell_\mu - \widehat{k}_d \ell_D - \tau_0[\widehat{k}] (\ell_D^{(j)} + \ell_D^{(\widehat{j})}) + (k_d^{(j)} + k_d^{(\widehat{j})}) \nu_0[\ell_\mu] - k_d^{(\widehat{j})} \ell_d^{(j)} + k_d^{(j)} \ell_d^{(\widehat{j})} \right) \\
& \times W^{\frac{1}{2}} \left(2MN_1 q \widetilde{\nu}_0[\ell_\mu, \widehat{j}] - 2M'N_1' q' \widetilde{\tau}_0[\widehat{k}_d, \widehat{j}] \right) \\
& \times W^{\frac{1}{2}} \left((m\rho' - m'n)MM_1' - (m' + \rho')M'\widetilde{\tau}_0[\widehat{k}_d, \widehat{j}] + (m + n)M\widetilde{\nu}_0[\ell_\mu, \widehat{j}] \right).
\end{aligned} \tag{91}$$

$$\begin{aligned}
& C_{\rho, \widehat{p}, \widehat{j}, \widehat{j}'}^{\text{AC}, (4)}(k_\sigma; \widehat{\ell}_D, j, j') \\
&= \frac{Ae^{i\kappa} W_{\mathcal{M}_0}^{\widehat{j}} W_{\mathcal{M}_0}^{-\tau_0[k_\sigma]\ell_c} W_{\mathcal{M}_0}^{-(j' - \widehat{j}')}}{\sqrt{PP'}} \sum_{\vec{q}} \frac{d_{\vec{q}}}{\left[\frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0}\right]} \sum_{i=1}^{\left[\frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0}\right]} \frac{X_{\rho}^{(\widehat{j}), i, *}}{N_1' \sqrt{N_1}} \sum_{(m, m') \in I^{(i)}, n' \in I_F^{(\widehat{j})}} X_m^{(i)} X_{m'}^{(i), \prime} X_{n'}^{(\widehat{j}), i, *}, \\
& \times \theta_{GG}[(\widehat{\ell}_D - \ell_D) + (\widehat{\ell}_D^{(\widehat{j})} - \ell_D^{(j)}) + (p' - q')M'N_1' + (n' - m')M' \\
& , -(k_\sigma - k_d) - (\widehat{k}_d^{(\widehat{j})} - k_d^{(j)}) - (p - q)MN_1 - (\rho - m)M] \\
& \times W^{\frac{1}{2}} \left(k_d \widehat{\ell}_D - k_\sigma \ell_D - \tau_0[k_\sigma] (\ell_D^{(j)} + \ell_D^{(\widehat{j})}) + \nu_0[\widehat{\ell}_D] (k_d^{(j)} + k_d^{(\widehat{j})}) - k_d^{(\widehat{j})} \ell_D^{(j)} + k_d^{(j)} \ell_D^{(\widehat{j})} \right) \\
& \times W^{\frac{1}{2}} \left(2MN_1 q \widetilde{\nu}_0[\widehat{\ell}_D, \widehat{j}] - 2M'N_1' q' \widetilde{\tau}_0[k_\sigma, \widehat{j}] \right) \\
& \times W^{\frac{1}{2}} \left((mn' - m'\rho)MM' - (m' + n')M'\widetilde{\tau}_0[k_\sigma, \widehat{j}] + (m + \rho)M\widetilde{\nu}_0[\widehat{\ell}_D, \widehat{j}] \right).
\end{aligned} \tag{92}$$

ただし、

[数773]

$$\begin{aligned}
\widetilde{\tau}_0[\widehat{k}_d, \widehat{j}] &= \widehat{k}_d - k_d + k_d^{(\widehat{j})} - k_d^{(j)}, \\
\widetilde{\nu}_0[\ell_\mu, \widehat{j}] &= \ell_\mu - \ell_D + \ell_D^{(\widehat{j})} - \ell_D^{(j)}
\end{aligned}$$

である。又

[数774]

$$I_T^{(\widehat{j})}, I_F^{(\widehat{j})}$$

は信号部分平面

[数775]

$$S^{(j)}$$

付随のチップアドレス n, n' の可動範囲、

[数776]

$$I^{(j)} = I_T^{(j)} \times I_F^{(j)}$$

である。式(91), (92)のambiguity function(AF) $\theta_{gg}[\cdot]$, $\Theta_{GG}[\cdot]$ は、 g, G がガウス関数の場合指数関数的減少関数であること及び、互いに排反なチップアドレス分割

[数777]

$$I^{(j)}, I_T^{(j)}, I_F^{(j)}$$

や

[数778]

$$(k_d^{(j)}, \rho_D^{(j)})$$

が

$\Theta^{(i)}$ の中心であることから、AFの第一変数、第二変数が大きいデータアドレス $(p-q)MN_1, (p'-q')M'N_1'$ の $p' \neq q', p \neq q$ の項やチップアドレス

[数779]

$$(m, m') \in I^{(i)}, n, \rho \in I_T^{(j)}, n', \rho' \in I_F^{(j)}$$

の項は無視でき、 $p' = q', p = q$ や

[数780]

$$i = \hat{j}$$

の項だけが残り、

[数781]

$$\sum_{\vec{q}}$$

中の

[数782]

$$\vec{p}$$

が抽出され、

[数783]

$$\hat{j} = j$$

が特定される。これらが Θ を排反分割し2次元PC $\chi^{(i)}$ で変調した信号を

[数784]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

-多重化し、敢えて、PD発生源のACを

[数785]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

個並列化し、信号をその一つのACに通過させる最大の理由である。なお、

[数786]

$$\hat{j}' = j'$$

の特定は

[数787]

$$\mathcal{M}_0$$

-aryの位相補償

[数788]

$$W_{\mathcal{M}_0}^{-(\hat{U}^T - \hat{\mathcal{T}})}$$

で達成される(図12及び図13参照)。

[0194] 上記2種の相関関数は互いに独立な2次元PC

[数789]

$$\{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{\mathcal{M}-1}{\mathcal{M}_0} \rfloor}$$

を用い、kの符号

[数790]

$$j = \lfloor \frac{k}{\mathcal{M}_0} \rfloor$$

とその推定符号

[数791]

$$\hat{j} = \lfloor \frac{\hat{k}}{\mathcal{M}_0} \rfloor$$

-依存の非可換シフトの

[数792]

$$(k_d^{(\hat{j})}, \ell_D^{(\hat{j})})$$

-ACのPDを利用した、PULに基づく最尤推定で、位相の最小弁別を

[数793]

$$W_{\mathcal{M}_0} \stackrel{\text{def}}{=} e^{\frac{-i2\pi}{\mathcal{M}_0}}$$

とする、位相雑音に耐性の復号法である。

[0195]

[数794]

$$\mathcal{M}$$

-ary PSKのデータ通信を行う前に同期（同期捕捉、同期保持）や測距を確立しておくことは有効である。しかしながら、現実の通信では

[数795]

$$(k_d, \ell_D)$$

のMCを介した通信を前提とする、上式の二つの相関関数が必要である。両関数は図12及び図13上スイッチ状態において同期捕捉・同期保持を行い、図12及び図13の下スイッチ状態において

[数796]

$$\mathcal{M}$$

-ary PSKの符号化・復号化を並行的に可能にする。即ち、上記2種の相関関数は、レーダに対しては時間遅れ・ドップラシフトの測距器として動作し、

[数797]

$$\mathcal{M}$$

-aryデータ無線通信（図12及び図13の下スイッチ状態）に対しては時間遅れ・ドップラシフトの同期器及び符号・復号器として動作する、振幅変調不要多値位相変調復調システムである。これは2次元PC

[数798]

$$\{\mathcal{X}^{(i)} = (\mathbf{X}^{(i)}, \mathbf{X}^{(i)'})\}_{i=0}^{\lceil \frac{M-1}{N_{t0}} \rceil}$$

を秘密鍵とする無線の秘密通信システムの実現例或いは、秘密のデータ通信及び測距が可能な車載レーダ・データ通信システムを与える。

[0196] 従来法と異なり、振幅に ” 情報 ” を課さない理由は、(1)通信路の減衰定

数 $Ae^{i\kappa}$ の随時推定、(2)復号器の単純化等にある。正確なPD評価とその補償及びPD活用は、周波数資源有効利用の通信方式としての超高次の

[数799]

$\mathcal{M}$

-ary通信の実現を容易にする。なお、

[数800]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

個の2次元PCを用いるので

[数801]

$$(\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1)$$

多重通信を行うことも可能である。

[0197] <8.3 多次元非可換性を利用した信号処理>

DaughmanはGabor関数

[数802]

$$g_{mm'}(t) \stackrel{\text{def}}{=} g(t - mT_c) e^{i2\pi m' F_c^d (t - mT_c)}, t \in \mathbb{R}$$

を2次元に拡張した[非特許文献33, 34]。その前の準備としてHowe[非特許文献5]に従い、

[数803]

$$t, \tau, \nu \in \mathbb{R}^n$$

に対し二つのシフト演算子

[数804]

$$T_\tau f(t) \stackrel{\text{def}}{=} f(t - \tau), M_\nu f(t) \stackrel{\text{def}}{=} e^{i2\pi \nu \cdot t} f(t). \quad (93)$$

を導入する。但し $\nu \cdot t$ は内積を示す。続いて、

[数805]

$$z \in \mathbb{T}$$

に対し scalar product

[数806]

$$S_z x(t) \stackrel{\text{def}}{=} z x(t)$$

を導入すれば集合

[数807]

$$\{M_\nu T_\tau S_z : \nu, \tau \in \mathbb{R}^n, z \in \mathbb{T}\}$$

は

[数808]

$$L^2(\mathbb{R})$$

上のユニタリ演算の群となり、

[数809]

$$H = \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{T}$$

(H を次数 n の Heisenberg group と呼ぶ) 上での結合則

[数810]

$$(\nu_1, \tau_1, z_1)(\nu_2, \tau_2, z_2) = (\nu_1 + \nu_2, \tau_1 + \tau_2, e^{-2\pi i \nu_2 \cdot \tau_1} z_1 z_2) \quad (94)$$

が成立する。また、

[数811]

$$\left. \begin{aligned} \rho : (\nu, \tau, z) &\rightarrow M_\nu T_\tau S_z, \\ r(\nu, \tau, z) &\rightarrow (-\tau, \nu, e^{2\pi i \tau \cdot \nu} z) \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

を導入しフーリエ変換 $\hat{\cdot}$ を用いれば、二つのHのユニタリ表現

[数812]

$$\rho, \rho \circ r$$

間に

[数813]

$$\hat{\rho}(h) = \rho(r(h))^\wedge \quad (96)$$

の関係が成立する (Howe('80))

Daughman[非特許文献35]は、次式の互いに同一形式の2次元空間領域 (space domain:SD)の空間変数

[数814]

$$\mathbf{x} = (x, y)$$

のcomplex Gabor elementary function $g(\mathbf{x})$ と2次元空間周波数領域 (frequency domain:FD)の空間周波数

[数815]

$$\mathbf{u} = (u, v)$$

の2-D Fourier transform(FT)

[数816]

$$\hat{g}(\mathbf{u}) = \mathcal{F}^{(2)}[g(\mathbf{x})]$$

[非特許文献35, 36]

[数817]

$$\left. \begin{aligned} g(\mathbf{x}) &= K e^{-\pi[a^2(x-x_0)_r^2 + b^2(y-y_0)_r^2]} \cdot e^{i(2\pi\{u_0x+v_0y\}+P)}, \\ \hat{g}(\mathbf{u}) &= \frac{K}{ab} e^{-\pi[(u-u_0)_r^2 a^{-2} + (v-v_0)_r^2 b^{-2}]} \cdot e^{i(-2\pi\{x_0(u-u_0)+y_0(v-v_0)\}+P)} \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

の2-D Gabor filter族を定義した。なおPは直流分が零となるような初期位相である。

[数818]

$$(x-x_0)_r, (y-y_0)_r$$

は楕円型Gaussianを時計回りに θ 回転させた

[数819]

$$\left. \begin{aligned} (x-x_0)_r &= (x-x_0)\cos\theta + (y-y_0)\sin\theta, \\ (y-y_0)_r &= -(x-x_0)\sin\theta + (y-y_0)\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

SD関数 $g(\mathbf{x})$, FD関数

[数820]

$$\hat{g}(\mathbf{u})$$

は、完全対称で各々のシフト量

[数821]

$$\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0), \mathbf{u}_0 = (u_0, v_0)$$

の位置でピークとなる2-D Gaussian envelopeを含み, 2次moment

[数822]

$$\sqrt{\sigma_x^2}, \sqrt{\sigma_y^2}, \sqrt{\sigma_u^2}, \sqrt{\sigma_v^2}$$

間の不確定性関係[非特許文献35, 36]

[数823]

$$\sqrt{\sigma_x^2}\sqrt{\sigma_u^2} \geq 1/4\pi, \sqrt{\sigma_y^2}\sqrt{\sigma_v^2} \geq 1/4\pi. \quad (99)$$

を与える。(等式は式(97)の2-D Gabor filter族により達成される。)なお

[数824]

$$\mathbf{u}_0, \vec{\alpha} = (\alpha, \beta)$$

は変調, scaleパラメタと呼ばれる。

[0198] 式(99)の条件下で最適な解像度を有する空間・空間周波数同時表現(画像表現は音声のspectrogramの4次元拡張版)が画像処理で重要である。

[0199] 或る与えられた2-D信号 $I[x]$ (例えば 256×256 のpixel上の画像, i.e., $(256)^2=65536$ 次元ベクトル空間のベクトル)の表現のために, $I[x]$ を或る選択された2-Dベクトルの集合

[数825]

$$\{g[\mathbf{x}; \vec{\theta}_i], \vec{\theta}_i = (\mathbf{x}_{0i}, \mathbf{u}_{0i}, \vec{\alpha}_i), \mathbf{x}_{0i} = (x_{0i}, y_{0i}), \mathbf{u}_{0i} = (u_{0i}, v_{0i}), \vec{\alpha}_i = (\alpha_i, \beta_i)\}$$

の上への射影による最適表現を考える。[非特許文献35]これは線形和

[数826]

$$H[\mathbf{x}] = \sum_{i=1}^n a_i g[\mathbf{x}; \vec{\theta}_i] \quad (100)$$

との誤差エネルギー $\|I[x]-H[x]\|^2$ を最小化する展開係数

[数827]

$$\{a_i\}_{i=1}^n$$

の決定に帰着される。Daughmanは, 非直交系

[数828]

$$\{g[\mathbf{x}; \vec{\theta}_i]\}$$

に対する、 a_i を求める勾配法が $n \times n$ (上の例で $n=65536$)の疎行列問題となりその実行は非現実的なので、neural networkに基づく方法を提案している。その他、画像のedge検出や特徴抽出等の画像解析に関する種々の方法が提案されている。[非特許文献37, 38, 39]

本特許では、(100)が空間・空間周波数シフト(x_{0i}, u_{0i})を有する2D Gauss関数

[数829]

$$\{g[\mathbf{x}; \vec{\theta}_i]\}$$

による

2D Gabor展開であるので、前節の1次元の非可換演算に基づく信号処理法に倣い、SD表現(100)のFD表現を対称的に考察するため、 $I[\mathbf{x}], H[\mathbf{x}]$ の2-D Fourier transform

[数830]

$$\hat{I}[\mathbf{u}] = \mathcal{F}^{(2)}[I[\mathbf{x}]], \hat{H}[\mathbf{u}] = \mathcal{F}^{(2)}[H[\mathbf{x}]]$$

を利用して画像のSD-FD表現問題

[数831]

$$H[\mathbf{x}] = \sum_{i=1}^n a_i g[\mathbf{x}; \vec{\theta}_i], \hat{H}[\mathbf{u}] = \sum_{i=1}^n a'_i \hat{g}[\mathbf{u}; \vec{\theta}_i] \quad (101)$$

を考える。画像をHilbert空間の部分空間 $\mathcal{E}, \mathcal{E}'$ の要素

[数832]

$$I[\mathbf{x}] \in \mathcal{E}, \hat{I}[\mathbf{u}] \in \mathcal{E}'$$

と考え、誤差

[数833]

$$\|I[\mathbf{x}] - H[\mathbf{x}]\|^2, \|\hat{I}[\mathbf{u}] - \hat{H}[\mathbf{u}]\|^2$$

の最小化を各々 n 組のSD, FDの直交射影演算子

[数834]

$$\{P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)}, P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)}\}_{i=1}^n$$

による

[数835]

$$I[\mathbf{x}], \hat{I}[\mathbf{u}]$$

の直和分解

[数836]

$$\left. \begin{aligned} I(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^n P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)} I(\mathbf{x}) g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i) + g^\perp(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i), \quad P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)} I(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{\mathbf{x}} g^*(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i) \cdot I(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x}} \|g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)\|^2}, \\ \hat{I}(\mathbf{u}) &= \sum_{i=1}^n P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)} \hat{I}(\mathbf{u}) \hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i) + \hat{g}^\perp(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i), \quad P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)} \hat{I}(\mathbf{u}) = \frac{\sum_{\mathbf{u}} \hat{g}^*(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i) \cdot \hat{I}(\mathbf{u})}{\sum_{\mathbf{u}} \|\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)\|^2} \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

で行う。template集合

[数837]

$$\{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i), \hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)\}_{i=1}^n$$

の選択が重要である。例えば、

[数838]

$$g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i) \in \mathcal{E}_i, \hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i) \in \mathcal{E}'_i$$

を各々 $(L_1 \Delta x \times L_2 \Delta y)$ -空間制限のGauss関数や $(L_1 \Delta u \times L_2 \Delta v)$ -空間周波数帯域制限のGauss関数とすれば、

[数839]

$$P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)}, P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)}$$

は、各々Hilbert空間の部分空間の上への直交射影(orthogonal projection:OP)である。両OPに2次元のvon NeumannのAPTが適用できる。両OPからAPTの交互射影である、それらの結合演算子localization operator

[数840]

$$P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)} \mathcal{F}^{-1, (2), d} P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)} \mathcal{F}^{(2), d}, P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)} \mathcal{F}^{(2), d} P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)} \mathcal{F}^{-1, (2), d} \quad (103)$$

が誘導されるので

[数841]

$$a_i \sim P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)} I(\mathbf{x}), a'_i \sim P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)} \hat{I}(\mathbf{u}), a_i \sim a'_i, 1 \leq i \leq n. \quad (104)$$

これらは、 2×2 次元のSD-FD空間中のpeak-address (x_{0i}, u_{0i}) の

[数842]

$$\mathbb{R}^4$$

の部分領域を抽出し他の領域の信号をfilter-outする。この信号再生法は、従来法と全く異なる、2次元非可換性を利用した信号処理である。但し、

[数843]

$$g^\perp(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i) \in \mathcal{E}_i^\perp, \hat{g}^\perp(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i) \in \mathcal{E}_i'^{\perp}$$

である。

[数844]

$$\mathcal{E}_i^\perp, \mathcal{E}_i'^{\perp}$$

は

[数845]

$$\mathcal{E}_i, \mathcal{E}_i'$$

の直交空間である。なお、この場合、Howeのシフト演算子(93)と異なり、SD, FD信号

[数846]

$$z(\mathbf{x}), \hat{z}(\mathbf{u})$$

の対称性のため、ハーフシフト

[数847]

$$e^{-i\pi \mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{x}_0}, e^{i\pi \mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{u}_0}, \mathbf{x}_0 = (x_0, y_0), \mathbf{u}_0 = (u_0, v_0) \in \mathbb{R}^2$$

を有する2次元のvon NeumannのSD,FDのsymmetrical space-space frequency shift operator : SFS0

[数848]

$$\mathcal{T}_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0}^{(2)} z(\mathbf{x}) = z(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot e^{i2\pi \mathbf{u}_0 \cdot (\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_0}{2})}, \mathcal{T}_{\mathbf{u}_0, -\mathbf{x}_0}^{(2), f} \hat{z}(\mathbf{u}) = \hat{z}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \cdot e^{-i2\pi \mathbf{x}_0 \cdot (\mathbf{u} - \frac{\mathbf{u}_0}{2})} \quad (105)$$

を利用すると、2×2次元のSD-FD空間中のpeak-address (x_{0i}, u_{0i}) を有する2-D Gabor function

[数849]

$$g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)$$

及びその

[数850]

$$\text{FT } \hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i) = \mathcal{F}^{(2)}[g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)]$$

は

[数851]

$$\left. \begin{aligned} g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i) &= \mathcal{T}_{\mathbf{x}_{0i}, \mathbf{u}_{0i}}^{(2)} [e^{-\pi(x^2 \alpha_i^2 + y^2 \beta_i^2)} \cdot e^{2i\pi \mathbf{x} \cdot \mathbf{u}}] \cdot e^{-\pi i \mathbf{u}_{0i} \cdot \mathbf{x}_{0i}}, \\ \hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i) &= \mathcal{T}_{\mathbf{u}_{0i}, -\mathbf{x}_{0i}}^{(2), f} [e^{-\pi(u^2 \alpha_i^{-2} + v^2 \beta_i^{-2})} \cdot e^{-2i\pi \mathbf{x} \cdot \mathbf{u}}] \cdot e^{\pi i \mathbf{x}_{0i} \cdot \mathbf{u}_{0i}}. \end{aligned} \right\} \quad (106)$$

DFTを考えよう。空間座標

[数852]

$$\mathbf{x} = (x, y)$$

のsampling間隔を(M, N), 空間変数

[数853]

$$\vec{k} = (k_1, k_2) \in \mathbb{Z}^2, k_1 = \lfloor \frac{x}{\Delta x} \rfloor, k_2 = \lfloor \frac{y}{\Delta y} \rfloor$$

のSD関数

[数854]

$$z[\vec{k}]$$

に対し，空間周波数

[数855]

$$\mathbf{u} = (u, v)$$

のsampling間隔

[数856]

$$\Delta u = 1/(L_1 \Delta x), \Delta v = 1/(L_2 \Delta y)$$

の離散化空間周波数

[数857]

$$\vec{\ell} = (\ell_1, \ell_2) \in \mathbb{Z}^2, \ell_1 = \lfloor \frac{u}{\Delta u} \rfloor, \ell_2 = \lfloor \frac{v}{\Delta v} \rfloor$$

のFD関数

[数858]

$$Z[\vec{\ell}]$$

は，SD関数

[数859]

$$z[\vec{k}]$$

との間のtwiddle factor

[数860]

$$W_1 = e^{-i\frac{2\pi}{M}}, W_2 = e^{-i\frac{2\pi}{N}}$$

を有する2次元DFT

[数861]

$$\mathcal{F}^{(2),d}[\cdot], \text{ IDFT } \mathcal{F}^{-1,(2),d}[\cdot]$$

の関係

[数862]

$$\left. \begin{aligned} Z[\vec{\ell}] &= \mathcal{F}^{-1,(2),d}[z[\vec{k}]] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{L_1 L_2}} \sum_{k_1, k_2=0}^{L_1-1, L_2-1} z[\vec{k}] W_1^{k_1 \ell_1} W_2^{k_2 \ell_2}, \quad 0 \leq \ell_i \leq L_i, i = 1, 2, \\ z[\vec{k}] &= \mathcal{F}^{(2),d}[Z[\vec{\ell}]] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{L_1 L_2}} \sum_{\ell_1, \ell_2=0}^{L_1-1, L_2-1} Z[\vec{\ell}] W_1^{-k_1 \ell_1} W_2^{-k_2 \ell_2}, \quad 0 \leq k_i \leq L_i, i = 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (107)$$

で定まる。従ってSD関数

[0200] [数863]

$$z[\vec{k}]$$

(又は, FD関数

[数864]

$$Z[\vec{\ell}]$$

) のsupportは

[0201] [数865]

$$L_1 \Delta x \times L_2 \Delta y$$

(又は,

[数866]

$$L_1 \Delta u \times L_2 \Delta v$$

)。SD空間のpeak-address x_{0i} 間隔を $(M_x \Delta x, M_y \Delta y)$, FD空間のpeak-address u_{0i} のpeak間隔を

[数867]

$$(M_u \Delta u, M_v \Delta v)$$

とし、正規化条件

[数868]

$$M_x \Delta x \times M_u \Delta u = M_y \Delta y \times M_v \Delta v = 1$$

を要請すると、

[数869]

$$L_1 = M_x M_u, L_2 = M_y M_v$$

を得る。更に

[数870]

$$g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i), \hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)$$

のspace shift, frequency shiftも

[数871]

$$a_{i1} = \lfloor \frac{x_{0i}}{\Delta x} \rfloor, a_{i2} = \lfloor \frac{y_{0i}}{\Delta y} \rfloor, b_{i1} = \lfloor \frac{u_{0i}}{\Delta u} \rfloor, b_{i2} = \lfloor \frac{v_{0i}}{\Delta v} \rfloor, \vec{a}_i = (a_{i1}, a_{i2}), \vec{b}_i = (b_{i1}, b_{i2}) \in \mathbb{Z}^2$$

と離散化すれば、von Neumannの離散TFS0の2次元版は、次式の2次元の対称な空間シフト・空間周波数シフト演算子symmetrical SFS0

[数872]

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{T}_{\vec{a}_i, \vec{b}_i}^{(2), d} z[\vec{k}] &= z[\vec{k} - \vec{a}] W_1^{-b_1(k_1 - \frac{a_1}{2})} W_2^{-b_2(k_2 - \frac{a_2}{2})}, \\ \mathcal{T}_{\vec{b}_i, -\vec{a}_i}^{(2), f, d} Z[\vec{\ell}] &= Z[\vec{\ell} - \vec{b}] W_1^{a_1(\ell_1 - \frac{b_1}{2})} W_2^{a_2(\ell_2 - \frac{b_2}{2})} \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

として定義される。画像処理にはこれに基づく計算法が有効であろう。何故ならば(108)

の両シフト演算子によりハーフシフト

[数873]

$$W_1^{\frac{b_1 a_1}{2}} \cdot W_2^{\frac{b_2 a_2}{2}}, W_1^{-\frac{b_1 a_1}{2}} \cdot W_2^{-\frac{b_2 a_2}{2}}$$

の位相項が各々SD, FD信号

[数874]

$$z[\vec{k}], Z[\vec{\ell}]$$

に埋め込まれているので(102)の内積で

[数875]

$$(\vec{a}_i, \vec{b}_i) \text{ i.e., } (\mathbf{x}_{0i}, \mathbf{u}_{0i})$$

が有効に抽出されるからである。なお、時間変化のある画像解析は3次元非可換性を利用した信号処理の対象と考える事ができる。

[0202] <9 本明細書に記載した発明の特徴>

本明細書で構築した、時間遅れ、Doppler shift の高精度推定法は、非可換性を利用した多元通信システムの一例に過ぎない。これは、通信理論の開祖Gabor が1946年の論文[非特許文献1] に続く論文[非特許文献2] で、量子力学の二つの非可換作用素に注目し提唱した“非可換性を利用した多元通信”の一つの具体的例題と見なせる。

[0203] TFP 上で行う信号の重ね合わせに伴う、信号の時間及び周波数シフトの非可換性の理解が進んでいない現状において、非可換性を利用した通信システムの実現が望まれる。

[0204] 本明細書で提案した時間、周波数シフトの非可換性を利用した通信システムは、少なくとも、次の観点を有する。

[0205] (観点1)

特許文献1及び参考文献[非特許文献26, 27, 30] で定義・導入した、時間周波数対称なシフト演算子symmetrical TFS0 (式4, 24) は、

(i) そのハーフシフトによりパラメタ推定で重要なシフト量をTD, FD のPDとして顕在化する;

(ii) 非可換な変復調に伴うPD

[数876]

$$W^{k_d \ell_c}$$

発生は自明;

(iii) 非可換性に伴うPD 評価はtwiddle factor

[数877]

$$W = e^{-i\frac{2\pi}{L}}$$

のべき演算に帰着できるので、そのPD 補償法は、容易になる等の特徴を有する。

[0206] (観点2)

TD-, FD-PC 変調 (2次元BPSK) は周知の通信技術であるが、時間、周波数シフトの演算の一種であると理解することにより、各々TD-, FDPC変調した広帯域送信信号には、PC によるPD がTD-, FD-templateとして埋め込まれる。

[0207] (観点3)

周波数資源の有効利用の常套手段である、TFP 上の信号の無重畳重ね合わせで用いる時間、周波数シフト演算は、データレベルのPD を誘発する。このPD はパラメタ推定に重要な要素である。

[0208] (観点4)

パラメタ推定のためのM 種検定法で必要なTD-, FD-template 検出のTD-, FD-尤度関数は、各々TD-, FD-CCF アレイを誘導する。TD-, FD-CCFは、Hilbert 空間の部分空間のTL-TD 空間、BL-FD 空間の上への P_0, P_3, P_4 (又は P_1, P_2) を定義し、APT の適用の枠組を与える。

[0209] (観点5)

APT の交互射影を表す P_0 対の結合演算子

[0210] [数878]

$$P_3 \mathcal{F}^{-1,d} P_4 \mathcal{F}^d$$

(又は、

[数879]

$$P_4 \mathcal{F}^d P_3 \mathcal{F}^{-1,d}$$

) は、Nyquist 条件を満たさないとの理由により通信では用いられない Gauss 関数の AF の変数分離性や指数関数的減衰特性により、TFP の特定部分を局所選択する localization operator となる。その結果、TD-, FD-CCF アレイは良質な受信器となる。

[0211] 上記の各観点は、特許文献及び非特許文献の公表以降に明らかにした、新しい観点であり、本明細書に記載の発明のポイントは、以下のように表現することもできる。

[0212] (ポイント 1)

時間・周波数対称な時間周波数シフト演算子 symmetrical TFS0 (式4, 24) に基づいて、時間遅れと周波数シフトの二つの非可換性を利用した多重通信のための TFP 上で行う非可換操作に伴う PD 評価法及び PD 補償法のアルゴリズムとその理論的根拠を与えた。

[0213] (ポイント 2)

TD, FD の尤度関数を構成することで最尤相関器による信号復元やパラメタ最尤推定を実現した。

[0214] (ポイント 3)

古典的位相偏移変調(BPSK) は、その非可換性による PD を誘発するが、当該 PD はパラメタ推定や信号復元での重要な手掛かりになる。

[0215] (ポイント 4)

通信の常套手段の、TFP 上での信号の無重畳重ね合わせや変復調に伴い発生する非可換の PD はデータレベルの信号検出に有効である。

[0216] (ポイント 5)

これらの PD を全て補償する TD の CCF (又は FD の CCF) は、各々 von Neumann の APT の Hilbert 空間の二つの不可欠な部分空間 (時間制限空間, 帯域制限空間) の上への直交射影演算子を定義する。

[0217] (ポイント 6)

TD, FD の直交射影演算子の結合演算子が TFP 上での局所選択演算子となり慣用の DSP の尖鋭なフィルタの役割を果たす。

[0218] (ポイント 7)

画像信号表現では 2×2 の空間・空間周波数平面(Space-Frequency plane:SF P)上の信号の分離性に優れた性質を有する2次元Gabor関数(97)によるGabor展開(100)が多用されている。しかし、従来の技術では、Gabor関数に内包する2次元の空間・周波数シフト演算子が1次元信号の非可換時間・周波数シフト演算子と同様、非可換のシフト由来の位相歪の発生に気付いていないようである。SD, FD信号を対称的に取り扱う画像の空間・空間周波数の同時表現問題(101)をHilbert空間のSD-領域制限関数やFD-帯域制限関数の上への直交射影演算子

[数880]

$$P_{g(\mathbf{x}; \vec{\theta}_i)}, P_{\hat{g}(\mathbf{u}; \vec{\theta}_i)}$$

による直和分解(102)で解き、SD, FDに関して対称な空間・周波数シフト演算子SFS0(105)による2次元Gabor関数(106)や離散版symmetrical SFS0 (108)を定義し、localization operator(103)を誘導し、von NeumannのAPTに基づく画像表現や画像復元等の非可換性を利用した画像処理法の理論的枠組を与える。

<<送受信システムの構成例 1>>

以下では、上述した理論的側面に則した送受信システムの第1の構成例について図面を参照して説明する。

[0219] 図18は、本構成例に係る送受信システム1の構成例を示すブロック図である。図18に示すように、通信システム1は、送信装置100、及び受信装置200を備えている。送受信システム1は、レーダとして用いられてもよいし、レーダ以外の通信システム（例えば、主として音声データや画像データなどを送受信するデータ送受信システム）として用いられてもよい。

[0220] <送信装置100>

送信装置100は、上述の説明において、「送信器」の動作として記載さ

れていた事項を実際に実行する装置である。

[0221] 一例として、図 18 に示すように、送信装置 100 は、送信用データ取得部 101、送信信号生成部 102、及び送信部 103 を備えている。

[0222] (送信用データ取得部 101)

送信用データ取得部 101 は、送信対象のデータを取得する。送受信システム 1 をデータ送受信システムとして用いる場合には、送信対象のデータは、例えば、音声データ、画像データ、及びテキストデータの少なくとも何れかをデジタルデータ化したものであってもよいし、その他のデータであってもよい。

[0223] また、送受信システム 1 をレーダとして用いる場合には、送信対象のデータは、レーダ用のパルス波であってもよい。

[0224] (送信信号生成部 102)

送信信号生成部 102 は、送信用データ取得部 101 が取得した送信対象データに対して、送信信号生成処理を施すことによって、送信信号を生成する。

[0225] 送信信号生成部 102 は、一例として、図 4 ～図 7 に示した SFB の少なくとも何れかを備えて構成される。

[0226] 送信信号生成処理の例としては、上述した周期 N, N' の TD-, FD- phase code : PC を用いた変調処理、即ち TD-, FD-Binary phase-shift Keying: 2 次元 BPSK などが挙げられる。

[0227] 送信信号生成部 102 が生成する送信信号としては、例えば、上述した
[数 881]

$$\begin{aligned} & \text{TD, FD パルス: } g[k], G[\ell], \\ & \text{TD, FD templates: } u_m^{(3)}[k; \mathbf{X}], U_m^{(4)}[\ell; \mathbf{X}'], \\ & \text{TD, FD signatures: } v[k; \mathcal{X}], V[\ell; \mathcal{X}], \\ & \text{TD, FD 送信信号: } s[k; \mathcal{X}], S[\ell; \mathcal{X}], \end{aligned}$$

等が挙げられる。また、送信信号生成部 102 による具体的な処理として、
<4. TD-, FD-signature と template>において説明した各処理が挙げられ

る。

- [0228] また、送信信号生成部 102 は、上述した<7.1 SFB:signature 送信器とレーダ信号送信器>において説明した各処理を実行する構成としてもよい。
- また、送信信号生成部 102 は、上述した<8.2 人工的な非可換シフトを埋め込むdelay-Doppler space Division multiplexing に基づく超高MPSK>において説明した各処理を実行する構成としてもよい。

- [0229] (送信部 103)

送信部 103 は、送信信号生成部 102 が生成した送信信号を送信する。

- [0230] <受信装置 200>

受信装置 200 は、上述の説明において、「受信器」の動作として記載されていた事項を実際に実行する装置である。

- [0231] 一例として、受信装置 200 は、図 18 に示すように、受信部 201、シフト推定及び受信データ抽出部 202、受信データ出力部 203 を備えている。

- [0232] (受信部 201)

受信部 201 は、送信装置 100 が送信した信号を受信する。受信部 201 が受信する信号の例として、例えば、上述した

[数882]

$$\text{TD, FD 受信信号: } r[k; \mathcal{X}], R[\ell; \mathcal{X}],$$

が挙げられる。

- [0233] (シフト推定及び受信データ抽出部 202)

シフト推定及び受信データ抽出部 202 (単に推定部とも呼ぶ) は、受信部 201 が受信した信号に対して、シフト推定処理を行うと共に、受信データを抽出する。

- [0234] シフト推定及び受信データ抽出部 202 は、一例として、図 8 ~ 10 に示した AFB の少なくとも何れかを備えて構成される。

シフト推定及び受信データ抽出部 202 は、例えば、上述した<5. M 種仮

説検定によるTD-, FD-信号検出と推定>、及び<6. パラメタ推定用TD-, FD-CCF>において説明した各処理を行う。

[0235] また、シフト推定及び受信データ抽出部202は、上述した<7.2 AFB:受信器と復号器>において説明した各処理を実行する構成としてもよい。また、送信信号生成部102は、上述した<8.2 人工的な非可換シフトを埋め込むdelay-Doppler space Division multiplexing に基づく超高MPSK>において説明した各処理を実行する構成としてもよい。

[0236] 従って、シフト推定及び受信データ抽出部202は、信号を受信する受信方法（図13参照）であって、

余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間（図17参照）を参照して、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定ステップ（図13、及び同図のswitch2-1, 2-2の上下の接続に応じて各々式(38), (43)及び式(89), (90)参照）を実行する。

[0237] また、送信信号生成部102は、余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトするシフトステップ（図12、及び、同図のswitch1-1, 1-2の上下の接続に応じて各々式(25), (27)及び式(88), (87)参照）を実行する。

[0238] また、上記余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間は、時間を示す第1の軸及び周波数を示す第2の軸によって張られる平面を、時間及び周波数シフトを示す第3の軸によって3次元化して得られる空間（図17参照）である。

[0239] なお、上述した

[数883]

$$(k_d, \ell_D)$$

-MC自身もACと同様、余次元2のパラメタ平面であり、時間・周波数の信号平面TFP上に施されるshift演算に伴うパラメタ平面である。“shift平面”と時間tと周波数fのTFP（図16参照）と区別する必要がある。信号の変数t, fに対して行われる4則演算、微分、積分等とは別に、位相に関わる非可換のshi

ft演算（図17の第三軸参照）を特別視した。

[0240] また、特許文献6～8に関連して以下付言する。

[0241] a)変調・復調時の

[数884]

$$PD e^{i2\pi t_d f_c}$$

(又はその離散版

[数885]

$$W' k_D \ell_c$$

)及び減衰定数 $Ae^{i\kappa}$ の $PD e^{i\kappa}$ を全て取り込んで連立させる必要が有る。何故ならばシフトの群論的性質から各PDは独立でなく伝搬するので正確なPD補償にならない。時間シフト、及び周波数シフトの推定値の更新過程では、これらのPDの補償との連動(同時並行処理：式59)に留意する必要がある。

[0242] b)本特許の時間シフト、周波数シフトは各々時間、周波数変数に対応する、余次元2のパラメタ空間の変数の呼称であり、これらの非可換シフト演算は位相関数(位相歪)を誘発する。一方、通信での時間オフセット及び周波数オフセットは周期や搬送周波数の“ずれ”である。

[0243] (1) 特許文献7、8の推定された時間オフセット及び周波数オフセットや、特許文献7のOFDM方式の通信方式における時間、周波数オフセットは、各々パルス波形の時間幅や搬送周波数の揺らぎ、本特許の時間シフト t_d 、周波数シフト f_d に対応する。両特許文献は、 t_d, f_d 間の非可換性を無視しているので通常の同期捕捉・同期保持法として理解される。

[0244] (2) “意図的な”シフトとオフセットは混用し易いので、本明細書では、“オフセット”ではなく、“指数関数肩部のハーフシフト”(従来の非可換演算のシフトの半分)との表現を用いている。また、本明細書に記載の発明の一特徴は送信信号に“事前のハーフシフトされた位相関数”を含む事や、非可換性を有する時間、周波数シフトの群論的性質を考慮した補償法であると表現できる。

- [0245] c)特許文献8のチャネル推定のための受信されたプリアンプルは時間領域template信号であり、周波数領域信号には言及しておらず、非可換性に基づかない、通常のチャネル推定法である。
- [0246] (1) 特許文献6のPULアルゴリズムに対し、1) Hilbert空間である信号空間の部分空間として、各種のtemplateの属するヒルベルト空間 $\varepsilon_i, 1 \leq i \leq 4$ を定義し、2)上記第1の N' 個の相関関数(type3- or type1-CCF)が $NM\Delta t$ (又は $L\Delta t$)-TL-TD関数のヒルベルト空間 ε_3 (又は ε_1)の上への直交射影演算子 P_3 (又は P_1)であること及び上記第2の N 個の相関関数(type4- or type2-CCF)が $N'M'\Delta f$ (又は $L\Delta f$)-BL-FD関数のヒルベルト空間 ε_4 (又は ε_2)の上への直交射影演算子 P_4 (又は P_2)であること、3)TFPで2次元template-matchingを行う、局所選択演算子 L_0 の交代射影定理:Alternative Projection Theorem(APT)operator: $APT_0: P_3F^{-1,d}P_4F^d$ (又は $P_4F^dP_3F^{-1,d}$)による更新過程は、両ヒルベルト空間の合併集合内の関数に収束する(von NeumannのAPT: $F^{-1,d}, F^d$ はIDFT, DFT)、4)そのTL-TD関数及びBL-FD関数の合併集合は空集合、即ち零関数である(Youlaの定理)等を明らかにし、更に、PULは、相関関数の種類数 N, N' の積 $N \cdot N'$ ではなく和 $N+N'$ に比例する計算複雑度とガウスチップパルスの時間幅 $L\Delta t$ 、帯域幅 $L\Delta f$ の精度の時間シフト、周波数シフトの推定値を与えることを証明した($L=(\Delta t \Delta f)^{-1} = MM'$)。
- [0247] (2) 特許文献8のチャネル推定のMMSEアルゴリズムは、Bayes則に基づく2パラメタ推定なので、計算複雑度は積($N \cdot N'$)となる。一方本明細書での尤度関数は、Bayes則と関連があるが、時間シフト推定の N' 個の尤度関数と周波数シフト推定の N 個のそれからなり、各々TL-TD空間、BL-FD空間で交互に最尤推定を行うので計算複雑度は和($N+N'$)となり、文献3の方法と全く異なるパラメタ推定法である。
- [0248] また、シフト推定及び受信データ抽出部202は、式(84)及び関連する記載を用いて説明したように、一例として、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定ステップ実行し、上記推定ステップは、時間シフトの推定値、及び周波数シフトを表現する第1のシフト演算子

[数886]

$$T_{k_d, i, \ell_{\mu}, i}^d$$

と、

時間シフト、及び周波数シフトの推定値を表現する第2のシフト演算子

[数887]

$$T_{\ell_D, i, -k_{\sigma}, i}^{f, d}$$

と、

を用いて、上記受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する。

[0249] 上記推定ステップは、

時間シフトの推定値、周波数シフト、及び、推定時間シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第一のシフト演算子

[数888]

$$(T_{k_d, \ell_{\mu}}^d)$$

)と、

時間シフト、周波数シフトの推定値、及び、推定周波数シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第二のシフト演算子

[数889]

$$(T_{\ell_D, -k_{\sigma}}^{f, d})$$

と、

推定対象の時間シフト及び推定対象の周波数シフトの観測値、及び、推定対象の時間シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第三のシフト演算子（

[数890]

$$T_{k_d, \ell_D}^d$$

又はその周波数双対

[数891]

$$T_{\ell_D, -k_d}^{f,d}$$

) と、

時間シフト、及び周波数シフトの推定値、及び、推定時間シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第四のシフト演算子 (

[数892]

$$T_{\hat{k}_d, \hat{\ell}_D}^d$$

又はその周波数双対

[数893]

$$T_{\hat{\ell}_D, -\hat{k}_d}^{f,d}$$

) とを用いて、上記受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する。

[0250] 送信時間信号の位相関数には、時間に関する1又は複数のシフトパラメタのシフト量の半分のハーフシフトの位相量、及び、送信周波数信号の位相関数には周波数に関する1又は複数のシフトパラメタのシフト量の半分のハーフシフトの位相量を含んでいる。

[0251] 上記のように構成された受信装置200によれば、高効率の受信装置を実現することができる。一例として、受信装置200をレーダー受信装置として構成した場合、高速な受信装置を実現することができる。

[0252] また、シフト推定及び受信データ抽出部202が実行する上記推定ステップでは、式(84)及び関連する記載を用いて説明したように、一例として、上記第1のシフト演算子を用いて表される第1の相関関数

[数894]

$$c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_{\mu, i}; \hat{k}_{d, i})$$

、及び、上記第2のシフト演算子を用いて表される第2の相関関数

[数895]

$$C_{\rho, \hat{p}}^{(4)}(k_{\sigma, i}; \hat{\ell}_{D, i})$$

を参照して上記受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する。

[0253] また、上述したように、上記第1の相関関数は、

[数896]

$$c_{\rho', \hat{p}}^{(3)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d) = A e^{i\kappa} W^{k_d \ell_c} \times \sum_{k \in \mathbb{Z}} T_{k_d, \ell_D}^d \psi[k; \mathcal{X}] \left(W^{\hat{k}_d \ell_c} T_{\hat{k}_d, \ell_{\mu}}^d T_{pNM, p'N'M'}^d T_{0, p'M'}^d Y_{\rho'}' u_{\rho'}^{(3)}[k; Y] \right)^* \quad (38)$$

と表現され、上記第2の相関関数は、

[数897]

$$C_{\rho, \hat{p}}^{(4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D) = A e^{i\kappa} W^{k_d \ell_c} \times \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} T_{\ell_D, -k_d}^{f, d} \Psi[\ell; \mathcal{X}] \left(W^{\hat{k}_d \ell_c} T_{\hat{\ell}_D, -k_d}^{f, d} T_{p'N'M', -pNM}^{f, d} T_{0, -pM}^{f, d} Y_{\rho} U_{\rho}^{(4)}[\ell; Y] \right)^* \quad (43)$$

と表現される。

[0254] 上記推定ステップでは、上記第1のシフト演算子、第3のシフト演算子、

及び第4のシフト演算子を用いて表される第1の相関関数、

[数898]

$$c_{\rho', \hat{p}, \hat{j}, \hat{j}'}^{AC, (3)}(\ell_{\mu}; \hat{k}_d, j, j') = A e^{i\kappa} W^{k_d \ell_c} \sum_{k \in \mathbb{Z}} T_{k_d, \ell_D}^d \psi^{AC}[k; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor}, j, j'] \times \left(W^{\hat{k}_d \ell_c} T_{\hat{k}_d, \ell_{\mu}}^d W_{\mathcal{M}_0}^{-\hat{j}'} T_{k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}}^d T_{pNM, p'N'M'}^d \frac{X_{\rho'}^{(j)'}}{\sqrt{N_1}} \sum_{n \in I_T^{(j)}} T_{nM, p'M'}^d X_n^{(j)} g[k] \right)^* \quad (89)$$

及び、

上記第2のシフト演算子、第3のシフト演算子、及び第4のシフト演算子を用いて表される第2の相関関数

[数899]

$$C_{\rho, \hat{\rho}, \hat{j}, \hat{j}'}^{AC, (4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D, j, j') = A e^{i k_{\sigma} \ell_c} \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} T_{\ell_D, -k_d}^{f, d} \Psi^{AC}[\ell; \{\mathcal{X}^{(i)}\}_{i=0}^{\lfloor \frac{M-1}{M_0} \rfloor}, j, j'] \\ \times \left(W^{k_{\sigma} \ell_c} T_{\hat{\ell}_D, -k_{\sigma}}^{f, d} W_{\mathcal{M}_0}^{-\hat{j}} T_{\ell_D^{(j)}, -k_d^{(j)}}^{f, d} T_{p' N' M', -p N M}^{f, d} \frac{X_{\rho}^{(j)}}{\sqrt{N_1}} \sum_{n' \in \ell_F^{(j)}} T_{n' M', -\rho M}^{f, d} X_{n'}^{(j)'} G[\ell] \right)^* \quad (90)$$

を参照して上記受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する。

[0255] このように、第1の相関関数（式(89)参照）、及び第2の相関関数（式(90)参照）は、変調周波数 f_c の変調及び復調における、時間シフト t_d に伴う非可換演算による位相歪

[数900]

$$e^{i 2 \pi t_d f_c}$$

又はその離散版

[数901]

$$W^{k_D \ell_c}$$

及び、伝送時の位相歪 $e^{i k_{\sigma} \ell_c}$ を含んでいる。

[0256] また、シフト推定及び受信データ抽出部202は、式(60)、式(61)及びそれに関連する記載を用いて説明したように、時間シフトの推定値、及び周波数シフトの推定値

[数902]

$$(\hat{k}_{d,s}, \hat{\ell}_{D,s+1})$$

又は、

[数903]

$$(\hat{k}_{d,s+1}, \hat{\ell}_{D,s})$$

の更新処理を、

[数904]

$$\left. \begin{aligned} (\rho'^*, \ell_\mu^*) &= \arg\max_{\rho', \ell_\mu} \Re \frac{\sqrt{PP'} c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_\mu, \hat{k}_{d,s})}{X_{\rho'} \hat{A}(\theta_s^{t,d}) e^{i\hat{K}(\theta_s^{t,d})}}, \\ (\rho^*, k_\sigma^*) &= \arg\max_{\rho, k_\sigma} \Re \frac{\sqrt{PP'} C_{\rho, \vec{p}}^{(4)}(k_\sigma, \hat{\ell}_{D,s})}{X_\rho \hat{A}(\theta_s^{t,d}) e^{i\hat{K}(\theta_s^{t,d})}}, \end{aligned} \right\} \text{for the CP,} \quad (60)$$

$$\left. \begin{aligned} (\rho^*, \ell_\mu^*) &= \arg\max_{\rho, \ell_\mu} \Re \frac{\sqrt{PP'} c_{\rho, \vec{p}}^{(1)}(\ell_\mu, \hat{k}_{d,s})}{X_\rho \hat{A}(\theta_s^{t,d}) e^{i\hat{K}(\theta_s^{t,d})}}, \\ (\rho'^*, k_\sigma^*) &= \arg\max_{\rho', k_\sigma} \Re \frac{\sqrt{PP'} C_{\rho', \vec{p}}^{(2)}(k_\sigma, \hat{\ell}_{D,s})}{X_{\rho'} \hat{A}(\theta_s^{t,d}) e^{i\hat{K}(\theta_s^{t,d})}}, \end{aligned} \right\} \text{for the OP,} \quad (61)$$

で定まる

[数905]

$$\ell_\mu^*, k_\sigma^*$$

を各々

[数906]

$$\hat{\ell}_{D,s+1}, \hat{k}_{d,s+1}$$

に設定することによって行う。

[0257] このように、シフト推定及び受信データ抽出部202が行う推定処理には

、

第1の相関関数

[0258] [数907]

$$c_{\rho', \vec{p}}^{(3)}(\ell_{\mu,i}, \hat{k}_{d,i})$$

(又は式(89))を参照して、

[数908]

$$\ell_\mu^*$$

を求め、その値を

[数909]

$$\widehat{\ell}_{D,s+1}$$

に設定することにより周波数シフトの推定値を更新する工程と、

第2の相関関数

[0259] [数910]

$$C_{\rho,\bar{p}}^{(4)}(k_{\sigma,i};\widehat{\ell}_{D,i})$$

(又は式(90))を参照して、

[数911]

$$k_{\sigma}^*$$

を求め、その値を

[数912]

$$\widehat{k}_{d,s+1}$$

に設定することにより時間シフトの推定値を更新する工程と、

を交互に繰り返す交互更新ステップが含まれている。

[0260] また、上記推定ステップでは、上述したように、

N'個のTD-template信号検出の尤度関数による周波数シフト最尤推定と

、

N個のFD-template信号検出の尤度関数による時間シフト最尤推定と

に基づいて、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する。

[0261] また、上記最尤推定において、

式(89)の相関関数

[数913]

$$c_{\rho',\bar{p},\hat{j},\hat{j}'}^{\text{AC},(3)}(\ell_{\mu};\widehat{k}_d,j,j')$$

及び式(90)の相関関数

[数914]

$$C_{\rho, \hat{p}, \hat{j}, \hat{j}'}^{AC, (4)}(k_{\sigma}; \hat{\ell}_D, j, j'):$$

を参照する場合には、式(60)第一式右辺

[数915]

$$c_{\rho', \hat{p}}^{(3)}$$

及び第二式

[数916]

$$C_{\rho, \hat{p}}^{(4)}$$

の代わりに各々適用し、更に、argmax演算では、

[数917]

$$\hat{j}, \hat{j}'$$

についても

最尤推定の対象となる。

[0262] また、上記最尤推定において、受信装置は

[数918]

$$\mathcal{M}\text{-ary}$$

通信でkの符号化器の一部の

[数919]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}) - AC$$

を通過した受信

[数920]

$$TD\text{-}CE\psi^{AC}[k]/FD\text{-}CE\Psi^{AC}[\ell]$$

の受信部である。

[0263] このように、本実施形態に係る受信装置は、信号を受信する受信装置であって、

余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定部を含んでいる。

[0264] また、上記最尤推定において、式(87)（又は(27)）の送信TD-CE, FD-CEでは（ここで図12の送信器のswitch1-1, 1-2の上下に応じて多重化のレベルが異なるので対応の式を引用した）、右辺の式(88)（又は(25)）のTD-signature, FD-signatureが多重化され、両signature自身もガウス関数やそのFD関数を2次元PCによる変調を用いた多重化で得られる。なお、

[数921]

$\mathcal{M}$ -ary

通信の送信TD-CE, FD-CEは式(87)で示すように、TD-signature, FD-signatureに互いに独立な2次元PCの集合

[数922]

$$\{\chi^{(i)} = (X_m^{(i)}, X_{m'}^{(i)})\}_{i=0}^{\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil}$$

による多重化及びkの符号

[数923]

$$j = \lfloor \frac{k}{M_0} \rfloor, j' = \{ \frac{k}{M_0} \}$$

に応じた

[数924]

$$(k_d^{(j)}, \ell_b^{(j)}) - AC$$

のシフト対応のシフト演算

[数925]

$$(\mathcal{T}_{k_d^{(i)}, \ell_D^{(i)}}^d) \text{ (又は } \mathcal{T}_{\ell_D^{(i)}, -k_d^{(i)}}^{f,d})$$

が作用している。

[0265] このように、本実施形態に係る送信方法は、信号を送信する送信方法であって、余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトするシフトステップを含んでいる。

[0266] また、上記最尤推定において、

[数926]

$$\mathcal{M}\text{-ary}$$

通信でのkの符号化器の一部の

[数927]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}) - AC$$

を通過した受信

[数928]

$$\text{TD-CE}\psi^{\text{AC}}[k]/\text{FD-CE}\Psi^{\text{AC}}[\ell]$$

と推定受信templateとの相関関数（式(89)）（右辺第一、第二項が各々送信信号、推定受信templateである）を用いる場合、式(87)-(90)中の和Σが意味する“多重化＝無重畳の重ね合わせ”は、各種のシフト演算子で模擬できる。図12の送信信号の生成過程で、各種の多重化を行う。式(88), (87)では各々TD-, FD-チップパルスを周期

[数929]

$$N_1 = N/\sqrt{\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1}, N'_1 = N'/\sqrt{\lceil \frac{M-1}{M_0} \rceil + 1}$$

の2次元PC変調

[数930]

$$\chi^{(i)} = (X_m^{(i)}, X_{m'}^{(i)})$$

による多重化でsignatureを生成し、得られたsignatureをデータレベルのシフトを用いたデータ多重化で送信TD-CE, FD-CEを定義している。なお、シフト無しの単純加算ではtemplate検出が不可能であるので、シフト演算子が不可欠であることやシフト演算に伴うPDはtenplate検出のために払うべき代償と同時に、正確なPD歪評価で手掛かりになることも自明であろう。又、式(89)の右辺に変復調に伴うPD

[数931]

$$W^{k_d \ell_c}$$

、kの符号

[数932]

$$j' = \left\{ \frac{k}{M_0} \right\}$$

の

[数933]

$$\mathcal{M}_0\text{-ary } W_{\mathcal{M}_0}^{-j'}$$

のPD補償が施されている。

[0267] このように、上記シフトステップでは、

時間パルス波形を周期Nの時間位相符号変調し、

上記時間位相符号変調した時間パルス波形を、更に、周期N'の周波数領域位相符号変調によりマルチキャリア化する
ことによって送信信号を生成する。

[0268] また、本実施形態に係る送信装置では、図12のSwitch1-1, 1-2で下に接続の状態で時間パルス波形を周期Nの時間位相符号変調し、上記時間位相符号変調した時間パルス波形を、更に、周期N'の周波数領域位相符号変調により

マルチキャリア化する等の各種の多重化を行った、データ多重化されたTD-signature, FD-signatureをkの符号

[数934]

$$j = \lfloor \frac{k}{M_0} \rfloor$$

対応の

[数935]

$$(k_d^{(j)}, \ell_D^{(j)}) - AC$$

に通過させることで

[数936]

$$\text{TD-CE } \psi^{\text{AC}}[k], \text{FD-CE } \Psi^{\text{AC}}[\ell]$$

が得られる。

[0269] また、図13のSwitch2-1, 2-2で下に接続の状態では、式(89), (90)の相関関数の実部の最大化は4変数

[数937]

$$(\rho', \vec{p}, \hat{j}, \hat{j}') \text{ (or } (\rho, \vec{p}, \hat{j}, \hat{j}'))$$

に関するargmax演算で行い、PULに基づく、

[数938]

$$k_{\sigma}^*, \ell_{\mu}^*$$

の交互更新による収束値で、

[数939]

$$d_{\vec{q}}$$

の復元やkの復号を行う。

[0270] また、以下の各種構成によって規定される画像信号への拡張は、8.3節記載

のように、空間、空間周波数シフト間の非可換性に伴うハーフシフトを利用した、1次元信号から2次元信号への自然な拡張である（式(102)-(108)参照）。

[0271] （画像信号への拡張構成1）

画像信号を受信する受信方法であって、

受信した画像信号が示す空間シフト及び空間周波数シフトを、パラメタ空間を参照して推定する推定ステップを含んでおり、

上記空間シフト及び空間周波数シフトのそれぞれは、2以上の次元を有している。

[0272] （画像信号への拡張構成2）

上記推定ステップでは、

2次元の対称な空間シフト及び空間周波数シフト演算子

[数940]

$$\mathcal{T}_{\vec{a}_i, \vec{b}_i}^{(2), d}$$

及び

[数941]

$$\mathcal{T}_{\vec{b}_i, -\vec{a}_i}^{(2), f, d}$$

を参照して、空間シフト及び空間周波数シフトを推定する。

[0273] （画像信号への拡張構成3）

画像信号を送信する送信方法であって、

パラメタ空間を参照して、送信対象の画像信号の空間及び周波数をシフトするシフトステップを含んでおり、

上記空間のシフト及び上記周波数のシフトのそれぞれは、2以上の次元を有している。

[0274] （画像信号への拡張構成4）

上記シフトステップでは、

2次元の対称な空間シフト及び空間周波数シフト演算子

[数942]

$$T_{\vec{a}_i, \vec{b}_i}^{(2),d}$$

及び

[数943]

$$T_{\vec{b}_i, -\vec{a}_i}^{(2),f,d}$$

を参照して、空間及び周波数をシフトする。

[0275] (受信データ出力部203)

受信データ出力部203は、シフト推定及び受信データ抽出部202が抽出した受信データを出力する。

[0276] <送受信の流れ>

図19は、送受信システム1を用いたデータ送受信処理の流れを示すフローチャートである。

[0277] (S101)

まず、ステップS101において、送信用データ取得部101は、送信用データを取得する。送信用データ取得部101による具体的な処理は上述した通りである。

[0278] (S102)

続いて、ステップS102において、送信信号生成部102は、送信信号を生成する。送信信号生成部102による具体的な処理は上述した通りである。

[0279] (S103)

続いて、ステップS103において、送信部103は、送信信号を送信する。送信部103による具体的な処理は上述した通りである。

[0280] (S201)

続いて、ステップS201において、受信部201は、送信部103が送

信した信号を受信する。受信部 201 による具体的な処理は上述した通りである。

[0281] (S202)

続いて、ステップ S202 において、シフト推定及び受信データ抽出部 202 は、シフト推定処理を行うと共に、受信データを抽出する。シフト推定及び受信データ抽出部 202 による具体的な処理は上述した通りである。

[0282] (S203)

続いて、ステップ S203 において、受信データ出力部 203 は、シフト推定及び受信データ抽出部 202 が抽出した受信データを出力する。受信データ出力部 203 による具体的な処理は上述した通りである。

[0283] <<通信システムの構成例 2>>

以下では、上述した理論的側面に則した通信システムの第 1 の構成例について図面を参照して説明する。

[0284] 図 20 は、本構成例に係る送受信システム 1a の構成例を示すブロック図である。図 20 に示すように、通信システム 1a は、送信装置 100a、及び受信装置 200a を備えている。送受信システム 1a は、上述した送受信システム 1 と同様に、レーダとして用いられてもよいし、レーダ以外の通信システム（例えば、主として音声データや画像データなどを送受信するデータ送受信システム）として用いられてもよい。なお、すでに説明した部材には同じ符号を付し、その説明を省略する。

[0285] <送信装置 100a>

送信装置 100a は、上述の説明において、「送信器」の動作として記載されていた事項を実際に実行する装置である。

[0286] 一例として、図 20 に示すように、送信装置 100a は、送信用データ取得部 101、送信信号生成部 102a、及び送信部 103 を備えている。

[0287] (送信信号生成部 102a)

送信信号生成部 102a は、構成例 1 に係る送信信号生成部 102 が備える構成に加え、更に、シフト埋め込み部 110 を備えている。

[0288] シフト埋め込み部 110 は、式 (84) の直後で言及したように、パラメータ値

[数944]

$$\{(k_{d,i}, \ell_{D,i})\}_{i=1}^{N_{\text{path}}}$$

を埋め込んだ送信信号を生成する。

[0289] 従って、送信信号生成部 102a は、時間に関する 1 又は複数のシフトパラメータ、及び、周波数に関する 1 又は複数のシフトパラメータ

[数945]

$$\{(k_{d,i}, \ell_{D,i})\}_{i=1}^{N_{\text{path}}}$$

を用いて、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトする。

[0290] <受信装置 200a>

受信装置 200a は、上述の説明において、「受信器」の動作として記載されていた事項を実際に実行する装置である。

[0291] 一例として、受信装置 200a は、図 20 に示すように、受信部 201、シフト推定及び受信データ抽出部 202a、受信データ出力部 203 を備えている。

[0292] (シフト推定及び受信データ抽出部 202a)

シフト推定及び受信データ抽出部 202a は、一例として、構成例 1 に係るシフト推定及び受信データ抽出部 202 が備える構成と同様の構成を備える。

[0293] <送受信の流れ>

図 21 は、送受信システム 1a を用いたデータ送受信処理の流れを示すフローチャートである。ステップ S101、S103、S201、S203 については、図 19 を用いて説明した処理と同様であるためここでは説明を省略する。

[0294] (S102a)

ステップS 1 0 2 aでは、送信信号生成部 1 0 2 aは、送信信号を生成する。送信信号生成部 1 0 2 aによる具体的な処理は上述した通りである。

[0295] (S 2 0 2 a)

ステップS 2 0 2では、シフト推定及び受信データ抽出部 2 0 2 aが、シフト推定処理を行うと共に、受信データを抽出する。シフト推定及び受信データ抽出部 2 0 2 aによる具体的な処理は上述した通りである。

<<通信システムの構成例3>>

図 1 8～図 2 1 を参照して説明した送受信システムは、<8.3 多次元非可換性を利用した信号処理>において説明した各ステップを実行する構成とすることができる。

[0296] 一例として、<8.3 多次元非可換性を利用した信号処理>において説明したように、受信装置 2 0 0 は、受信した画像信号が示す空間シフト及び空間周波数シフトを、パラメタ空間を参照して推定する推定ステップを実行し、上記空間シフト及び空間周波数シフトのそれぞれは、2 以上の次元を有している。

[0297] また、<8.3 多次元非可換性を利用した信号処理>において説明したように、一例として上記推定ステップでは、

2次元の対称な空間シフト及び空間周波数シフト演算子、及び、空間周波数シフト間の非可換性に伴うハーフシフトの位相項を表現する演算子

[数946]

$$\mathcal{T}_{\vec{a}_i, \vec{b}_i}^{(2), d}$$

及び

[数947]

$$\mathcal{T}_{\vec{b}_i, -\vec{a}_i}^{(2), f, d}$$

を参照して、空間シフト及び空間周波数シフトを推定する。

[0298] 同様に、本構成例に係る送信方法は、画像信号を送信する送信方法であっ

て、

パラメタ空間を参照して、送信対象の画像信号の空間及び周波数をシフトし、空間シフトの半分のハーフシフトの位相項（又は、空間、周波数をシフトし、空間周波数シフトの半分のハーフシフトの位相項）を表現する二つの演算子を用いたシフトステップを含んでおり、

上記空間のシフト及び上記周波数のシフトのそれぞれは、2以上の次元を有している。

ことを特徴とする送信方法。

[0299] 上記シフトステップでは、

2次元の対称な空間シフト及び空間周波数シフト演算子

[数948]

$$T_{\vec{a}_i, \vec{b}_i}^{(2), d}$$

及び

[数949]

$$T_{\vec{b}_i, -\vec{a}_i}^{(2), f, d}$$

を参照して、空間及び周波数をシフトする。

[0300] [ソフトウェアによる実現例]

送信装置100、100a、及び受信装置200、200aの制御ブロック（特に送信信号生成部102、102a、シフト推定及び受信データ抽出部202、202a）は、集積回路（ICチップ）等に形成された論理回路（ハードウェア）によって実現してもよいし、ソフトウェアによって実現してもよい。

[0301] 後者の場合、送信装置100、100a、及び受信装置200、200aは、各機能を実現するソフトウェアであるプログラムの命令を実行するコンピュータを備えている。このコンピュータは、例えば1つ以上のプロセッサを備えていると共に、上記プログラムを記憶したコンピュータ読み取り可能

な記録媒体を備えている。そして、上記コンピュータにおいて、上記プロセッサが上記プログラムを上記記録媒体から読み取って実行することにより、本発明の目的が達成される。上記プロセッサとしては、例えばCPU（Central Processing Unit）を用いることができる。上記記録媒体としては、「一時的でない有形の媒体」、例えば、ROM（Read Only Memory）等の他、テープ、ディスク、カード、半導体メモリ、プログラマブルな論理回路などを用いることができる。また、上記プログラムを展開するRAM（Random Access Memory）などをさらに備えていてもよい。また、上記プログラムは、該プログラムを伝送可能な任意の伝送媒体（通信ネットワークや放送波等）を介して上記コンピュータに供給されてもよい。なお、本発明の一態様は、上記プログラムが電子的な伝送によって具現化された、搬送波に埋め込まれたデータ信号の形態でも実現され得る。

[0302] また、送信装置100、100a、及び受信装置200、200aの各機能を実現するコンピュータプログラムプロダクトも本発明の範疇に含まれる。上記コンピュータプログラムプロダクトは、任意の伝送媒体を介して提供されるプログラムを、少なくとも1つのコンピュータを介してロードし、該コンピュータに少なくとも1つのプログラム命令を実行させる。これにより、上記少なくとも1つのコンピュータの備えるプロセッサが、上記プログラム命令に応じた処理を実行し、これにより送信装置100、100a、及び受信装置200、200aの各機能が実現される。このコンピュータプログラムプロダクトは、本実施形態に係る送信処理（送信方法）及び受信処理（受信方法）の各ステップを、プログラムをロードした少なくとも1つのコンピュータに実行させるものである。

[0303] 本発明は上述した各実施形態に限定されるものではなく、請求項に示した範囲で種々の変更が可能であり、異なる実施形態にそれぞれ開示された技術的手段を適宜組み合わせて得られる実施形態についても本発明の技術的範囲に含まれる。さらに、各実施形態にそれぞれ開示された技術的手段を組み合わせることにより、新しい技術的特徴を形成することができる。

産業上の利用可能性

[0304] 本発明は、無線送受信システム及びレーダシステム等として好適に利用できる。

符号の説明

- [0305] 1、1 a 送受信システム
- 100、100 a 送信装置
 - 101 送信用データ取得部
 - 102、102 a 送信信号生成部
 - 103 送信部
 - 200、200 a 受信装置
 - 201 受信部
 - 202、202 a シフト推定及び受信データ抽出部（推定部）
 - 203 受信データ解析部

請求の範囲

- [請求項1] 信号を受信する受信方法であって、
余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定ステップを含んでいる
ことを特徴とする受信方法。
- [請求項2] 上記余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間は、
時間を示す第1の軸及び周波数を示す第2の軸によって張られる平面を、時間及び周波数シフトを示す第3の軸によって3次元化して得られる空間である
ことを特徴とする請求項1に記載の受信方法。
- [請求項3] 上記推定ステップは、
時間シフトの推定値、周波数シフト、及び、推定時間シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第一のシフト演算子

[数1]

$$(T_{k_d, \ell_\mu}^d)$$

と、

時間シフト、周波数シフトの推定値、及び、推定周波数シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第二のシフト演算子

[数2]

$$(T_{\ell_D, -k_\sigma}^{f,d})$$

と、

推定対象の時間シフト及び推定対象の周波数シフトの観測値、及び推定時間シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第三のシフト演算子

[数3]

$$(T_{k_d, \ell_D}^d)$$

又はその周波数双対

[数4]

$$(T_{\ell_D, -k_d}^{f,d})$$

と、

時間シフト、及び周波数シフトの推定値、及び推定時間シフトの半分のハーフシフトの位相項を表現する第四のシフト演算子（

[数5]

$$T_{\hat{k}_d, \hat{\ell}_D}^d$$

又はその周波数双対

[数6]

$$T_{\hat{\ell}_D, -\hat{k}_d}^{f,d}$$

）とを用いて、上記受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定することを特徴とする請求項1又は2に記載の受信方法。

[請求項4]

上記推定ステップでは、

上記第1のシフト演算子、第3のシフト演算子、及び第4のシフト演算子を用いて表される第1の相関関数、

及び、

上記第2のシフト演算子、第3のシフト演算子、及び第4のシフト演算子を用いて表される第2の相関関数

を参照して上記受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定することを特徴とする請求項3に記載の受信方法。

[請求項5]

上記第1の相関関数、及び第2の相関関数は、

変調周波数 f_c の変調及び復調における、時間シフト t_0 に伴う非可換

演算による位相歪

[数7]

$$e^{i2\pi t_d f_c}$$

又はその離散版

[数8]

$$W^{k_D} \ell_c$$

及び、

伝送時の位相歪 $e^{i\kappa}$ を含んでいる

ことを特徴とする請求項4に記載の受信方法。

[請求項6]

上記推定ステップには、

上記第1の相関関数を参照して、周波数シフトの推定値を更新する工程と、上記第2の相関関数を参照して、時間シフトの推定値を更新する工程とを交互に繰り返す交互更新ステップが含まれていることを特徴とする請求項4又は5に記載の受信方法。

[請求項7]

上記推定ステップでは、

N' 個のTD-template信号検出の尤度関数による周波数シフト最尤推定と、

N 個のFD-template信号検出の尤度関数による時間シフト最尤推定と

に基づいて、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定することを特徴とする請求項1から6の何れか1項に記載の送信方法。

[請求項8]

信号を受信する受信装置であって、

余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定部を含んでいる

ことを特徴とする受信装置。

[請求項9]

信号を送信する送信方法であって、

余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトするシフトステップを含んでいる
ことを特徴とする送信方法。

[請求項10] 上記シフトステップでは、
時間パルス波形を周期Nの時間位相符号変調し、
上記時間位相符号変調した時間パルス波形を、更に、周期N'の周波数領域位相符号変調によりマルチキャリア化することによって送信信号を生成することを特徴とする請求項9に記載の送信方法。

[請求項11] 信号を送信する送信装置であって、
余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトするシフト部を含んでいる
ことを特徴とする送信装置。

[請求項12] 送信装置と受信装置とを含む送受信システムであって、
上記送信装置は、
余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、送信対象の信号の時間及び周波数をシフトするシフト部を含んでおり、
上記受信装置は、
余次元2を有する、非可換シフトのパラメタ空間を参照して、受信信号が示す時間シフト及び周波数シフトを推定する推定部を含んでいる
ことを特徴とする送受信システム。

[請求項13] 画像信号を受信する受信方法であって、
受信した画像信号が示す空間シフト及び空間周波数シフトを、パラメタ空間を参照して推定する推定ステップを含んでおり、
上記空間シフト及び空間周波数シフトのそれぞれは、2以上の次元を有している

ことを特徴とする受信方法。

[請求項14]

上記推定ステップでは、

2次元の対称な空間シフト及び空間周波数シフト演算子

[数9]

$$\mathcal{T}_{\vec{a}_i, \vec{b}_i}^{(2), d}$$

及び

[数10]

$$\mathcal{T}_{\vec{b}_i, -\vec{a}_i}^{(2), f, d}$$

を参照して、空間シフト及び空間周波数シフトを推定する

ことを特徴とする請求項13に記載の受信方法。

[請求項15]

画像信号を送信する送信方法であって、

パラメタ空間を参照して、送信対象の画像信号の空間及び周波数をシフトするシフトステップを含んでおり、

上記空間のシフト及び上記周波数のシフトのそれぞれは、2以上の次元を有している

ことを特徴とする送信方法。

[請求項16]

上記シフトステップでは、

2次元の対称な空間シフト及び空間周波数シフト演算子

[数11]

$$\mathcal{T}_{\vec{a}_i, \vec{b}_i}^{(2), d}$$

及び、その周波数双対

[数12]

$$\mathcal{T}_{\vec{b}_i, -\vec{a}_i}^{(2), f, d}$$

を参照して、空間及び周波数をシフトする

ことを特徴とする請求項15に記載の受信方法。