

一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法

技术领域

[0001] 本发明涉及水面自主航行器路径规划领域，具体涉及一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法。

背景技术

[0002] 作为探索海洋的重要工具之一，水下自主航行器（Autonomous Underwater Vehicles, AUVs）被广泛用于科研及商业任务，如海洋资源追踪，海底测绘，海洋监测等。在这些任务中，若无法获取数据的位置坐标时，则该数据没有意义。然而水下环境无法接收到 GPS 信号，如何通过水面自主航行器（Autonomous Surface Vehicles, ASVs）去更好地定位 AUVs（目标），是亟待解决的问题。

[0003] 现有技术有着较为明显的缺陷，即只考虑信号传播过程中噪声只服从高斯分布的情况。然而海洋环境复杂多变，信号传播过程中，特别是水下环境，极易遭受如羽流、漩涡等的影响而产生非线性非高斯噪声。如此一来，原有的技术将不能很好地去定位目标，易产生定位不准等情况。另外，现有技术考虑 ASVs 定位目标的场景下，往往已知目标的初始位置，这种情况在高动态的海洋环境下较难实现，目标的初始位置往往不准确。如何在非线性非高斯噪声，且目标初始位置不确定等情况更好地利用 ASVs 定位目标，规划其最优路径，使得定位误差最小是一个挑战。

发明内容

[0004] 本发明的目的在于提供一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法，解决目标位置先验信息未知且存在非线性非高斯噪声情况下，无法得到目标函数的闭环表达式，进而导致无法求解定位误差最小的水面航行器最优路径规划问题。

[0005] 为了达到上述目的，本发明通过以下技术方案实现：

[0006] 一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法，其特征是，包含以下步骤：

[0007] S1、构建水面自主航行器的系统模型（运动模型及观测模型）；

[0008] S2、推导得到水面自主航行器相对目标之间的最优几何关系；

[0009] S3、通过栅格化区域方式（针对 1 个或 2 个水面自主航行器）或定位技术（针对 3 个水面自主航行器）获取目标先验位置信息；

[0010] S4、利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯测距噪声并构建目标函数闭环表达式；

[0011] S5、结合非线性动态规划算法对目标函数进行求解获取最优路径。

[0012] 步骤 S1 所述构建水面自主航行器的系统模型（运动模型及观测模型），具体包含：

[0013] S11、考虑目标水深已知情况，将 3D 场景映射至 2D 解决，假设坐标参考系为东-北-下的大地坐标参考系，目标在 t 时刻位置为 $\mathbf{B}^t = [b_1^t, b_2^t]^T$ ，第 i 个 ASVs 在 t 时刻的位置为 $\mathbf{A}_i^t = [a_{i1}^t, a_{i2}^t]^T$, $i = 1, \dots, N$ ，其中 T 表示转置。若 ASVs 能够感知其方位角 $\phi(t)$ ，考虑其输入速度 $v(t)$ 和角速度 $r_i(t)$ ，则对应 ASVs 的状态可表示为

$$[0014] \quad \dot{\mathbf{A}}_i^t = \begin{bmatrix} v(t) \cos(\phi_i(t)) \\ v(t) \sin(\phi_i(t)) \\ r_i(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

[0015] 定义两个正交单位向量，即

$$[0016] \quad [g(\theta), O(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

[0017] 则在不考虑流速情况下的 ASVs 运动模型为

$$[0018] \quad \mathbf{A}_i^t = \begin{cases} \mathbf{A}_i^{t-1} + \frac{v(t)}{r_i(t)} (O(\phi_i(t-1)) - O(\phi_i(t))), & \text{若 } r_i(t) \neq 0 \\ \mathbf{A}_i^{t-1} + v(t) (g(\phi_i(t)) - g(\phi_i(t-1))), & \text{其他情况} \end{cases} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{A}_i^{t-1}$ 和 $\mathbf{A}_i^t$ 分别表示上一时刻和此刻第 i 个 ASVs 的位置； $\phi_i(t-1)$ 和 $\phi_i(t)$ 分别表示上一时刻和此刻第 i 个 ASVs 的方位角信息；当角速度不为 0 时，表明在

相应时间段内, ASVs 在做曲线运动, 反之当角速度为 0 时, 意味着 ASVs 在做近似直线的运动。

[0019] S12、ASVs 配有能够接收信号强度的传感器, 通过获取其信号强度值来计算其与目标的位置, 通过路径损耗模型进一步构造系统的观测方程, 即

$$[0020] \quad z_i^t = P_0 - 10\mathcal{G} \log_{10} \left(\frac{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|}{d_0} \right) + \eta_i^t \quad (4)$$

[0021] 其中, z_i^t 表示第 i 个 ASVs 在 t 时刻收到目标的信号功率值; P_0 表示目标发射的功率值 (考虑每一时刻发射功率值均相等); $\mathcal{G}$ 表示路径损耗因子; $\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|$ 表示在 t 时刻第 i 个 ASVs 与目标的距离; d_0 表示参考距离, 通常为 1 m; η_i^t 表示对应的高斯噪声 (考虑每一时刻噪声均相等, 即 $\eta_i^t = \eta$), 其均值为零方差为 σ 。

[0022] 由于海洋环境复杂多变, 其噪声不仅仅只是高斯噪声, 还可能包含有异常值, 进而导致噪声呈现非高斯性。引入噪声污染因子 β , 其取值范围为 $[0,1)$, 则对应非高斯噪声的概率分布可表示为

$$[0023] \quad p(\eta) = (1 - \beta)\Omega(\eta; 0, \sigma^2) + \beta\Phi(\eta) \quad (5)$$

[0024] 其中, $\Omega(\eta; 0, \sigma^2)$ 表示高斯概率分布; $\Phi(\eta)$ 表示为非高斯的异常噪声的概率分布。

[0025] 步骤 S2 所述推导得到水面自主航行器相对目标之间的最优几何关系, 具体包含:

[0026] S21、最优几何关系当且仅当 ASVs 数量超过 2 个时才存在。

[0027] S22、针对 2 个 ASVs 场景, 推导得到其相对目标角度为 $\pi/2$ 时是最优几何关系。

[0028] 推论 1: 令 α_{12} 表示为 ASVs 1 和 ASVs 2 间的夹角, 且 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ 。对于任意固定的 $\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|$ 而言, 使得费雪信息矩阵行列式最大时的角度为 $\pi/2$, 即 $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \pi/2$ 。

[0029] 证明 1: 令 $\gamma_i = \tau / \|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2$, 其中 $\tau = (\mathbf{I}_\eta)^t \cdot \mathcal{G}^2$, 且存在常数 $\gamma > 0$ 使得 $\gamma_2 = \zeta \gamma_1$ 。在每一时刻, 其对应函数可表示为

$$\begin{aligned}
J' &= J'_1 + J'_2 \\
[0030] \quad &= \frac{\Xi}{4} \left[\left(\sum_{i=1}^2 \frac{1}{\|B' - A'_i\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\cos(2\varphi_i(t))}{\|B' - A'_i\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\sin(2\varphi_i(t))}{\|B' - A'_i\|^2} \right)^2 \right] \quad (6)
\end{aligned}$$

[0031] 为使目标定位误差最小，需要最大化式（6）的行列式，其相当于最小化式（7），即

$$[0032] \quad \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\cos(2\varphi_i(t))}{\|B' - A'_i\|^2} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\sin(2\varphi_i(t))}{\|B' - A'_i\|^2} \right)^2 \quad (7)$$

[0033] 通过变换，可进一步得到

$$\begin{aligned}
[0034] \quad &\gamma_1^2 \left[\sin(2\varphi_1(t)) + \zeta \sin(2\varphi_2(t))^2 + (\cos(2\varphi_1(t)) + \zeta \cos(2\varphi_2(t)))^2 \right] \quad (8) \\
&= \gamma_1^2 [1 + \zeta + \zeta \cos(2\varphi_1(t) - 2\varphi_2(t))].
\end{aligned}$$

[0035] 显而易见，当 $\cos(2\varphi_1(t) - 2\varphi_2(t)) = -1$ 时，式（18）能取到最小值。

因此，对于 $\lambda \in$ 而言， $\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = \lambda\pi - \pi/2$ 。则对于 2 个 ASVs 来说，当他们角度为 $\pi/2$ 时，能取到最优的几何关系，即 $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \varphi_2(t) - \varphi_1(t) \bmod(\pi) = \pi/2$ 。证毕。

[0036] S23、针对 3 个 ASVs 场景，推导得到其相对目标最优几何关系角度包括：1）2 个 ASVs 相对目标角度为 0 或 π ，另 1 个 ASVs 相对于这 2 个 ASVs 角度为 $\pi/2$ 时；2）3 个 ASVs 相对目标角度均为 $2\pi/3$ ；3）2 个 ASVs 相对目标角度均为 $\pi/3$ ，另 1 个 ASVs 相对目标角度为 $2\pi/3$ 。推导过程如下：

[0037] 设 α_{12} 、 α_{13} 及 α_{23} 为对应第 i 个 ASVs 与第 l 个 ASVs 之间的角度关系，其中 $i, l \in \{1, 2, 3\}$ ， $\gamma_i = \tau / \|B' - A'_i\|^2$ ， $\tau = (I_\eta)^t \cdot g^2$ ， $\gamma_{il} = \gamma_i \cdot \gamma_l$ 且 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ ， $\alpha_{13} = \alpha_{31}$ ， $\alpha_{23} = \alpha_{32}$ 。则第 i 个 ASVs 与第 l 个 ASVs 之间的角度关系可表示为

$$\begin{aligned}
[0038] \quad &\alpha_{12} = \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{\gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2}{2\gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2} \right) \\
&\alpha_{13} = \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{\gamma_{12}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2 - \gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2}{2\gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2} \right) \quad (9) \\
&\alpha_{23} = \pi - \alpha_{12} - \alpha_{13}.
\end{aligned}$$

[0039] 若 $\gamma_l > \sum_{1 \leq i \leq 3, i \neq l} \gamma_i$ ，意味着某一个 ASVs 靠近目标，则

$$[0040] \quad \varphi_r = \pm \frac{\pi}{2} + \varphi_i, r \in \{1, 2, 3\} \setminus i \quad (10)$$

[0041] 式 (10) 可进一步表示为

$$[0042] \quad \begin{cases} \alpha_{il} = \frac{\pi}{2}, & \text{若 } \gamma_{il} > \gamma_{rl}, \forall r \in \{1, 2, 3\} \setminus \{i, l\} \\ \alpha_{il} = 0 \text{ or } \pi, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (11)$$

[0043] 其中， $\setminus$ 表示集合减少的表示方式。

[0044] 当 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$ ，则存在一种特殊的最优几何关系，即 $\alpha_{12} = \alpha_{13} = \alpha_{23} = 2\pi/3$ 或 $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \pi/3$ ， $\alpha_{13} = 2\pi/3$ 。

[0045] 步骤 S3 通过栅格化区域方式（针对 1 个或 2 个水面自主航行器）或定位技术（针对 3 个水面自主航行器）获取目标先验位置信息，具体包含：

[0046] S31、当仅有 1 个 ASVs 或者 2 个 ASVs，量化目标先验位置的不确定性，栅格化相关区域，以网格中的交点作为目标可能的位置，如图 2 所示。

[0047] S32、当有 3 个 ASVs，通过定位技术获取目标的先验位置信息。若 $d_0 = 1 \text{ m}$ 时，将 S12 式 (4) 通过变换可得

$$[0048] \quad \left\| \mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t \right\| = 10^{\frac{P_0 - z_i^t}{10g}} \cdot 10^{\frac{\eta_i^t}{10g}} \quad (12)$$

[0049] 随后利用一阶泰勒级数展开后得到

$$[0050] \quad \left\| \mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t \right\| \approx 10^{\frac{P_0 - z_i^t}{10g}} \cdot \left(1 + \frac{\ln 10}{10g} \eta \right) \quad (13)$$

[0051] 通过平方距离操作，并结合权值构造非线性最小二乘表达式，即

$$[0052] \quad \arg \min_{\mathbf{B}^t} \sum_{i=1}^N \omega_i \left(\left\| \mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t \right\|^2 - \left(\hat{d}_i^t \right)^2 \right)^2 \quad (14)$$

[0053] 其中 $\hat{d}_i^t$ 表示对应的估计距离； $\omega_i = 1 - \hat{d}_i^t / \sum_{i=1}^N \hat{d}_i^t$ 。

[0054] 展开式 (14) 后，可进一步转化为广义信赖域子问题，即

$$[0055] \quad \begin{aligned} J(\mathbf{y}) = \minimize & \quad \left\| \omega(\mathbf{B}^t \mathbf{y} - \mathbf{R}) \right\|^2 \\ \text{s.t. } & \mathbf{y}^T \mathbf{D} \mathbf{y} + 2 \mathbf{f}^T \mathbf{y} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

[0056] 其中, $\mathbf{y} = \left[(\mathbf{B}^t)^T, \|\mathbf{B}^t\|^2 \right]^T$; $\boldsymbol{\omega} = \text{diag}([\omega_1^2, \dots, \omega_N^2])$;

[0057]

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_1^t)^T & -1 \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{A}_N^t)^T & -1 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\kappa} = \begin{bmatrix} \left(\|\mathbf{A}_1^t\|^2 - (\hat{d}_1^t)^2 \right) \\ \vdots \\ \left(\|\mathbf{A}_N^t\|^2 - (\hat{d}_N^t)^2 \right) \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \boldsymbol{\theta}_{2 \times 1} \\ \boldsymbol{\theta}_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{2 \times 1} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(16)

[0058] $\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{0}$ 分别表示单位矩阵和零矩阵。

[0059] 在获取广义信赖域子问题表达式 (15) 后, 利用二分法进行求解得到目标的先验位置。

[0060] 步骤 S4 利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯测距噪声并构建目标函数闭环表达式, 具体包含:

[0061] S41、为使定位估计误差最小, 引入参数估计理论中的克劳美罗下界构造函数, 在 t 时刻对应的费雪信息矩阵为

[0062]

$$\begin{aligned} FIM^t &= \left[\left(\frac{\partial p(\mathbf{B}^t | \mathbf{z}_t^t)}{\partial \mathbf{B}^t} \right)^T \boldsymbol{\sigma}^{-1} \left(\frac{\partial p(\mathbf{B}^t | \mathbf{z}_t^t)}{\partial \mathbf{B}^t} \right) \right] \\ &= \xi \cdot \frac{\mathcal{G}^2}{\sigma^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} & \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} \\ \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} & \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(17)

[0063] 由于存在异常值, 式 (17) 往往得不到其闭环表达式。为此, 本发明利用蒙特卡洛策略, 粒子化非线性非高斯噪声, 则式 (17) 可表示为

$$[0064] \quad FIM^t = \xi \cdot \mathcal{G}^2 \cdot (\mathbf{I}_n)^t \cdot \begin{bmatrix} FIM_1^1 & FIM_1^2 \\ FIM_2^1 & FIM_2^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

[0065] 其中,

$$\begin{aligned} FIM_1^1 &= \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2}, FIM_1^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \\ FIM_2^2 &= \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2}, FIM_2^1 = \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2}, \end{aligned} \quad (19)$$

[0066]

$$(I_\eta)^t = E_{p(\eta)} \left[\frac{\left\{ \nabla_\eta [p(\eta)]^t \right\}^2}{[p^2(\eta)]^t} \right] = \int \frac{\left\{ \nabla_\eta [p(\eta)]^t \right\}^2}{[p^2(\eta)]^t} [p(\eta)]^t d\eta$$

(20)

[0067] $\nabla_\eta [p(\eta)]^t$ 表示对应一阶梯度; 式 (20) 为利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯噪声操作。

[0068] S42、对于 ASVs 来说, 为使目标定位误差最小, 则需要最大化费雪信息矩阵的行列式, 即

[0069] $\max \{ \det(FIM') \} = \max \left\{ \frac{\Xi}{4} \left[\left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \frac{\cos(2\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \frac{\sin(2\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 \right] \right\} \quad (21)$

[0070] 其中, $\Xi = \xi^2 \left[(I_\eta)^t \right]^2 \mathcal{A}^4$ 。

[0071] 对式 (21) 进行对数操作, 则目标函数可表示为

[0072] $\arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M J^t = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M \ln \det(FIM^t) \Big|_{\mathbf{B}', \mathbf{A}_i', \phi_i(t)} \quad (22)$

[0073] 从式 (22) 可以看出, 若以角速度为变量, 对于 ASVs 的最优路径, 相应需要求解的每一时刻参数则是对应的角速度, 即

[0074]
$$\begin{bmatrix} r_1^*(1) & \cdots & r_N^*(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1^*(M) & \cdots & r_N^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M J^t \quad (23)$$

[0075] 其中, $r_i^*(t=1:M)$ 表示对应 1 至 M 时间段内第 i 个 ASVs 的最优角速度; c 表示对应约束。

[0076] S43、当仅有 1 个 ASVs 时，考虑不确定区域中网格所有交点为 k ，则需要最大化不确定区域中最坏的情况，结合网格中所有的交点集合，根据式 (23) 的优化方程，则仅有 1 个 ASVs 的目标函数可表示为

$$[0077] \quad \begin{bmatrix} r_1^*(1) \\ \vdots \\ r_1^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c, i=1} \sum_{t=1}^M \left[\arg \min_{j=1, \dots, k} (J_j^t) \right] \quad (24)$$

[0078] S44、当有 2 个 ASVs 时，同样地考虑不确定区域中网格所有交点为 k ，则需要最大化不确定区域中最坏的情况，结合网格中所有的交点集合，根据式 (23) 的优化方程，则有 2 个 ASVs 的目标函数可表示为

$$[0079] \quad \begin{bmatrix} r_1^*(1) & r_2^*(1) \\ \vdots & \vdots \\ r_1^*(M) & r_2^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^M \left[\arg \min_{j=1, \dots, k} (J_j^t) \right] \quad (25)$$

[0080] S45、当有 3 个 ASVs 时，对应目标函数为

$$[0081] \quad \begin{bmatrix} r_1^*(1) & r_2^*(1) & r_3^*(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_1^*(M) & r_2^*(M) & r_3^*(M) \end{bmatrix} = \arg \min_{|r| \leq c} \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^M J_i^t \quad (26)$$

[0082] 步骤 S5 结合非线性动态规划算法对目标函数进行求解获取最优路径，具体包含：

[0083] S51、根据 S43、S44 及 S45 得到的目标函数，利用 Matlab 非线性动态规划优化工具箱求解 t 时刻的角速度，随后使 ASVs 根据该角速度运动至下一时刻转向点，如此往复进而求得规定时间内 ASVs 的最优路径规划方案。

[0084] 本发明与现有技术相比具有以下优点：该方法适应于解决了目标位置先验信息未知且存在非线性非高斯噪声情况下，无法得到目标函数的闭环表达式，进而导致无法求解定位误差最小的水面航行器最优路径规划问题。

附图说明

[0085] 图 1 为一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法流程图

[0086] 图 2 为均匀分布下不同污染因子的异常值影响示意图。

[0087] 图 3 为本发明栅格化不确定区域示意图

[0088] 图 4 为相对于目标的 ASVs 几何关系示意图

- [0089] 图 5 本发明针对 1 个 ASVs 目标定位的最优路径获取算法伪代码
- [0090] 图 6 本发明针对 2 个 ASVs 目标定位的最优路径获取算法伪代码
- [0091] 图 7 为本发明定位算法伪代码
- [0092] 图 8 为本发明针对 3 个 ASVs 目标定位的最优路径获取流程图
- [0093] 图 9 为本发明针对 1 个 ASVs 场景实验参数。
- [0094] 图 10 为本发明针对 2 个 ASVs 场景实验参数。
- [0095] 图 11 为本发明针对 3 个 ASVs 场景实验参数。
- [0096] 图 12 为本发明不同污染因子下 1 个 ASV 最优路径图。
- [0097] 图 13 为本发明污染因子为 0.4 时 2 个 ASVs 最优路径图。
- [0098] 图 14 为本发明污染因子为 0.4 时 3 个 ASVs 最优路径（动态目标）。
- [0099] 图 15 为本发明污染因子为 0.4 时 3 个 ASVs 普通 S 型路径(动态目标)。
- [0100] 图 16 为本发明最优路径与普通 S 型路径定位效果对比图。

具体实施方式

[0101] 以下结合附图，通过详细说明一个较佳的具体实施案例，对本发明做进一步阐述。

[0102] 图 1 为本发明提出一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法流程图，具体包含：

[0103] S1、构建水面自主航行器的系统模型（运动模型及观测模型），即系统模型包含运动模型及观测模型；

[0104] S2、推导得到水面自主航行器相对目标之间的最优几何关系；

[0105] S3、通过栅格化区域方式（针对 1 个或 2 个水面自主航行器）或定位技术（针对 3 个水面自主航行器）获取目标先验位置信息；

[0106] S4、利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯测距噪声并构建目标函数闭环表达式；

[0107] S5、结合非线性动态规划算法对目标函数进行求解获取最优路径。

[0108] 本实施案例中，所述的步骤 S1 具体包含：

[0109] S11、考虑目标水深一直情况，将 3D 场景映射至 2D 解决，假设坐标参考系为东-北-下的大地坐标参考系，目标在 t 时刻位置为 $\mathbf{B}^t = [b_1^t, b_2^t]^T$ ，第 i 个 ASVs 在 t 时刻的位置为 $\mathbf{A}_i^t = [a_{i1}^t, a_{i2}^t]^T, i=1, \dots, N$ ，其中 T 表示转置。若 ASVs 能

够感知其方位角 $\phi(t)$ ，考虑其输入速度 $v(t)$ 和角速度 $r_i(t)$ ，则对应 ASVs 的状态可表示为

$$[0110] \quad \dot{\mathbf{A}}_i^t = \begin{bmatrix} v(t) \cos(\phi_i(t)) \\ v(t) \sin(\phi_i(t)) \\ r_i(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

[0111] 定义两个正交单位向量，即

$$[0112] \quad [g(\theta), O(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

[0113] 则在不考虑流速情况下的 ASVs 运动模型为

$$[0114] \quad \mathbf{A}_i^t = \begin{cases} \mathbf{A}_i^{t-1} + \frac{v(t)}{r_i(t)} (O(\phi_i(t-1)) - O(\phi_i(t))), & \text{若 } r_i(t) \neq 0 \\ \mathbf{A}_i^{t-1} + v(t) (g(\phi_i(t)) - g(\phi_i(t-1))), & \text{其他情况} \end{cases} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{A}_i^{t-1}$ 和 $\mathbf{A}_i^t$ 分别表示上一时刻和此刻第 i 个 ASVs 的位置； $\phi_i(t-1)$ 和 $\phi_i(t)$ 分别表示上一时刻和此刻第 i 个 ASVs 的方位角信息；当角速度不为 0 时，表明在相应时间段内，ASVs 在做曲线运动，反之当角速度为 0 时，意味着 ASVs 在做近似直线的运动。

[0115] S12、ASVs 配有能够接收信号强度的传感器，通过获取其信号强度值来计算其与目标的位置，通过路径损耗模型进一步构造系统的观测方程，即

$$[0116] \quad z_i^t = P_0 - 10\mathcal{G} \log_{10} \left(\frac{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|}{d_0} \right) + \eta_i^t \quad (4)$$

[0117] 其中， z_i^t 表示第 i 个 ASVs 在 t 时刻收到目标的信号功率值； P_0 表示目标发射的功率值（考虑每一时刻发射功率值均相等）； $\mathcal{G}$ 表示路径损耗因子； $\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|$ 表示在 t 时刻第 i 个 ASVs 与目标的距离； d_0 表示参考距离，通常为 1 m； η_i^t 表示对应的高斯噪声（考虑每一时刻噪声均相等，即 $\eta_i^t = \eta$ ），其均值为零方差为 σ 。

[0118] 由于海洋环境复杂多变，其噪声不仅仅只是高斯噪声，还可能包含有异常值，进而导致噪声呈现非高斯性。引入噪声污染因子 β ，其取值范围为 $[0,1)$ ，则对应非高斯噪声的概率分布可表示为

$$[0119] \quad p(\eta) = (1 - \beta)\Omega(\eta; 0, \sigma^2) + \beta\Phi(\eta) \quad (5)$$

[0120] 其中, $\Omega(\eta; 0, \sigma^2)$ 表示高斯概率分布; $\Phi(\eta)$ 表示为非高斯的异常噪声的概率分布; 图 2 为均匀分布下不同污染因子 β 对观测信号强度的影响。

[0121] 所述的步骤 S2 具体包含:

[0122] S21、最优几何关系当且仅当 ASVs 数量超过 2 个时才存在, 如图 4 所示。

[0123] S22、针对 2 个 ASVs 场景, 推导得到其相对目标角度为 $\pi/2$ 时是最优几何关系。

[0124] 推论 1: 令 α_{12} 表示为 ASVs 1 和 ASVs 2 间的夹角, 且 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ 。对于任意固定的 $\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|$ 而言, 使得费雪信息矩阵行列式最大时的角度为 $\pi/2$, 即 $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \pi/2$ 。

[0125] 证明 1: 令 $\gamma_i = \tau / \|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2$, 其中 $\tau = (\mathbf{I}_\eta)^t \cdot \mathcal{G}^2$, 且存在常数 $\gamma > 0$ 使得 $\gamma_2 = \zeta \gamma_1$ 。在每一时刻, 其对应函数可表示为

$$[0126] \quad \begin{aligned} J' &= J'_1 + J'_2 \\ &= \frac{\Xi}{4} \left[\left(\sum_{i=1}^2 \frac{1}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\cos(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\sin(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

[0127] 为使目标定位误差最小, 需要最大化式 (6) 的行列式, 其相当于最小化式 (7), 即

$$[0128] \quad \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\cos(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\sin(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 \quad (7)$$

[0129] 通过变换, 可进一步得到

$$[0130] \quad \begin{aligned} &\gamma_1^2 \left[\sin(2\varphi_1(t)) + \zeta \sin(2\varphi_2(t)) \right]^2 + \left[\cos(2\varphi_1(t)) + \zeta \cos(2\varphi_2(t)) \right]^2 \\ &= \gamma_1^2 \left[1 + \zeta + \zeta \cos(2\varphi_1(t) - 2\varphi_2(t)) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

[0131] 显而易见, 当 $\cos(2\varphi_1(t) - 2\varphi_2(t)) = -1$ 时, 式 (18) 能取到最小值。

因此, 对于 $\lambda \in$ 而言, $\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = \lambda\pi - \pi/2$ 。则对于 2 个 ASVs 来说, 当他

们角度为 $\pi/2$ 时,能取到最优的几何关系,即 $\alpha_{12}=\alpha_{21}=\varphi_2(t)-\varphi_1(t)\bmod(\pi)=\pi/2$ 。
证毕。

[0132] S23、针对 3 个 ASVs 场景,推导得到其相对目标最优几何关系角度包括: 1) 2 个 ASVs 相对目标角度为 0 或 π , 另 1 个 ASVs 相对于这 2 个 ASVs 角度为 $\pi/2$ 时; 2) 3 个 ASVs 相对目标角度均为 $2\pi/3$; 3) 2 个 ASVs 相对目标角度均为 $\pi/3$, 另 1 个 ASVs 相对目标角度为 $2\pi/3$ 。推导过程如下:

[0133] 设 α_{12} , α_{13} 及 α_{23} 为对应第 i 个 ASVs 与第 l 个 ASVs 之间的角度关系, 其中 $i, l \in \{1, 2, 3\}$, $\gamma_i = \tau / \|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2$, $\tau = (\mathbf{I}_\eta)^t \cdot \mathcal{G}^2$, $\gamma_{il} = \gamma_i \cdot \gamma_l$ 且 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$, $\alpha_{13} = \alpha_{31}$, $\alpha_{23} = \alpha_{32}$ 。则第 i 个 ASVs 与第 l 个 ASVs 之间的角度关系可表示为

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{\gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2}{2 \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2} \right) \\ \alpha_{13} &= \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{\gamma_{12}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2 - \gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2}{2 \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2} \right) \\ \alpha_{23} &= \pi - \alpha_{12} - \alpha_{13}. \end{aligned} \quad (9)$$

[0135] 若 $\gamma_l > \sum_{1 \leq i \leq 3, i \neq l} \gamma_i$, 意味着某一个 ASVs 靠近目标, 则

$$\varphi_r = \pm \frac{\pi}{2} + \varphi_i, r \in \{1, 2, 3\} \setminus i. \quad (10)$$

[0137] 式 (10) 可进一步表示为

$$\begin{cases} \alpha_{il} = \frac{\pi}{2}, & \text{若 } \gamma_{il} > \gamma_{rl}, \forall rl \in \{12, 13, 23\} \setminus \{il\} \\ \alpha_{il} = 0 \text{ or } \pi, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (11)$$

[0139] 其中, $\setminus$ 表示集合减少的表示方式。

[0140] 当 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$, 则存在一种特殊的最优几何关系, 即 $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \alpha_{23} = 2\pi/3$ 或 $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \pi/3$, $\alpha_{13} = 2\pi/3$ 。

[0141] 步骤 S3 具体包含:

[0142] S31、当仅有 1 个 ASVs 或者 2 个 ASVs, 量化目标先验未知的不确定性, 如图 3 所示栅格化相关区域, 以网格中的交点作为目标可能的位置。

[0143] S32、当有 3 个 ASVs, 通过定位技术获取目标的先验位置信息。若 $d_0 = 1 \text{ m}$ 时, 将 S12 式 (4) 通过变换可得

[0144]
$$\|B^t - A_i^t\| = 10^{\frac{P_0 - z_i^t}{10g}} \cdot 10^{\frac{\eta_i^t}{10g}} \quad (12)$$

[0145] 随后利用一阶泰勒级数展开后得到

[0146]
$$\|B^t - A_i^t\| \approx 10^{\frac{P_0 - z_i^t}{10g}} \cdot \left(1 + \frac{\ln 10}{10g} \eta_i^t\right) \quad (13)$$

[0147] 通过平方距离操作，并结合权值构造非线性最小二乘表达式，即

[0148]
$$\arg \min_{B^t} \sum_{i=1}^N \omega_i \left(\|B^t - A_i^t\|^2 - (\hat{d}_i^t)^2 \right)^2 \quad (14)$$

[0149] 其中 $\hat{d}_i^t$ 表示对应的估计距离； $\omega_i = 1 - \hat{d}_i^t / \sum_{i=1}^N \hat{d}_i^t$ 。

[0150] 展开式 (14) 后，可进一步转化为广义信赖域子问题，即

[0151]
$$\begin{aligned} J(y) = \minimize \quad & \|\omega(\phi y - \mathfrak{R})\|^2 \\ \text{s.t. } & y^T D y + 2f^T y = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

[0152] 其中， $y = \left[(B^t)^T, \|B^t\|^2 \right]^T$ ； $\omega = \text{diag}([\omega_1^2, \dots, \omega_N^2])$ ；

[0153]

$$\phi = \begin{bmatrix} (A_1^t)^T & -1 \\ \vdots & \vdots \\ (A_N^t)^T & -1 \end{bmatrix}; \kappa = \begin{bmatrix} \left(\|A_1^t\|^2 - (\hat{d}_1^t)^2 \right) \\ \vdots \\ \left(\|A_N^t\|^2 - (\hat{d}_N^t)^2 \right) \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} I_2 & \theta_{2 \times 1} \\ \theta_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix}; f = \begin{bmatrix} \theta_{2 \times 1} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(16)

[0154] I 和 θ 分别表示单位矩阵和零矩阵。

[0155] 在获取广义信赖域子问题表达式 (15) 后，利用二分法进行求解得到目标的先验位置。定位技术对应伪代码如图 7 所示。

[0156] 步骤 S4 利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯测距噪声并构建目标函数闭环表达式，具体包含：

[0157] S41、为使定位估计误差最小，引入参数估计理论中的克劳美罗下界构造函数，在 t 时刻对应的费雪信息矩阵为

[0158]

$$FIM^t = \left[\left(\frac{\partial p(\mathbf{B}^t | \mathbf{z}_t^t)}{\partial \mathbf{B}^t} \right)^T \sigma^{-1} \left(\frac{\partial p(\mathbf{B}^t | \mathbf{z}_t^t)}{\partial \mathbf{B}^t} \right) \right]$$

$$= \frac{\mathcal{G}^2}{\sigma^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} & \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} \\ \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} & \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} \end{bmatrix}$$

(17)

[0159] 由于存在异常值，式（17）往往得不到其闭环表达式。为此，本发明利用蒙特卡洛策略，粒子化非线性非高斯噪声，则式（17）可表示为

$$[0160] \quad FIM^t = \xi \cdot \mathcal{G}^2 \cdot (I_\eta)^t \cdot \begin{bmatrix} FIM_1^1 & FIM_1^2 \\ FIM_2^1 & FIM_2^2 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$[0161] \quad \text{其中,} \quad FIM_1^1 = \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2}, FIM_1^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2}$$

$$FIM_2^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2}, FIM_2^1 = \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2}, \quad (19)$$

[0162]

$$(I_\eta)^t = E_{p(\eta)} \left[\frac{\left\{ \nabla_\eta [p(\eta)]^T \right\}^2}{[p^2(\eta)]^T} \right] = \int \frac{\left\{ \nabla_\eta [p(\eta)]^T \right\}^2}{[p^2(\eta)]^T} [p(\eta)]^T d\eta$$

(20)

[0163] $\nabla_\eta [p(\eta)]^T$ 表示对应一阶梯度；式（20）为利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯噪声操作。

[0164] S42、对于 ASVs 来说，为使目标定位误差最小，则需要最大化费雪信息矩阵的行列式，即

$$[0165] \max \{ \det(FIM') \} = \max \left\{ \frac{\Xi}{4} \left[\left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{\|B' - A_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \frac{\cos(2\phi_i(t))}{\|B' - A_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \frac{\sin(2\phi_i(t))}{\|B' - A_i'\|^2} \right)^2 \right] \right\} \quad (21)$$

$$[0166] \quad \text{其中, } \Xi = \xi^2 \left[(I_\eta)^T \right]^2 \mathcal{G}^4。$$

[0167] 对式(21)进行对数操作, 则目标函数可表示为

$$[0168] \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M J^t = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M \ln \det(FIM') \Big|_{B^t, A_i^t, \phi_i(t)} \quad (22)$$

[0169] 从式(22)可以看出, 若以角速度为变量, 对于 ASVs 的最优路径, 相应需要求解的每一时刻参数则是对应的角速度, 即

[0170]

$$\begin{bmatrix} r_1^*(1) & \cdots & r_N^*(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1^*(M) & \cdots & r_N^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M J^t \quad (23)$$

[0171] 其中, $r_i^*(t=1:M)$ 表示对应 1 至 M 时间段内第 i 个 ASVs 的最优角速度; c 表示对应约束。

[0172] S43、当仅有 1 个 ASVs 时, 考虑不确定区域中网格所有交点为 k , 则需要最大化不确定区域中最坏的情况, 结合网格中所有的交点集合, 根据式(23)的优化方程, 则仅有 1 个 ASVs 的目标函数可表示为

$$[0173] \begin{bmatrix} r_1^*(1) \\ \vdots \\ r_1^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c, i=1} \sum_{t=1}^M \left[\arg \min_{j=1, \dots, k} (J_j^t) \right] \quad (24)$$

[0174] S44、当有 2 个 ASVs 时, 同样地考虑不确定区域中网格所有交点为 k , 则需要最大化不确定区域中最坏的情况, 结合网格中所有的交点集合, 根据式(23)的优化方程, 则有 2 个 ASVs 的目标函数可表示为

$$[0175] \begin{bmatrix} r_1^*(1) & r_2^*(1) \\ \vdots & \vdots \\ r_1^*(M) & r_2^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^M \left[\arg \min_{j=1, \dots, k} (J_j^t) \right] \quad (25)$$

[0176] S45、当有 3 个 ASVs 时，对应目标函数为

$$[0177] \begin{bmatrix} r_1^*(1) & r_2^*(1) & r_3^*(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_1^*(M) & r_2^*(M) & r_3^*(M) \end{bmatrix} = \arg \min_{|r| \leq c} \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^M J_i^t \quad (26)$$

[0178] 步骤 S5 结合非线性动态规划算法对目标函数进行求解获取最优路径，具体包含：

[0179] S51、根据 S43、S44 及 S45 得到的目标函数，利用 Matlab 非线性动态规划优化工具箱求解 t 时刻的角速度，随后使 ASVs 根据该角速度运动至下一时刻转向点，如此往复进而求得规定时间内 ASVs 的最优路径规划方案。针对 1 个 ASVs 目标定位误差最小的最优路径规划伪代码如图 5 所示；针对 2 个 ASVs 目标定位误差最小的最优路径规划伪代码如图 6 所示；针对 3 个 ASVs 目标定位误差最小的最优路径规划流程如图 8 所示。

[0180] 为可视化本发明提供的路径规划方法，在 Matlab R2021b 进行仿真，相关参数设置如下： $P_0 = -55$ dBm， $\theta = 3$ ， $\sigma = 2$ dB， $I = 1000$ ， $r \in [-20^\circ, 20^\circ]$ rad/s。另外，粒子化非线性非高斯噪声的蒙特卡洛策略执行 100 次，粒子数量 $N_c = 1000$ 。

[0181] 当仅有 1 个 ASVs 的场景时进行相关仿真，其参数设置如图 9 所示所示。在该参数下，对应不同污染因子情况的目标定位最优路径如图 12 所示。从图 12 中可以看到，当污染因子越大时，最优路径的轨迹半径亦越大。相对应的路径会逐渐趋近于目标，这是由于观测模型是根据信号强度来测算目标与 ASVs 之间的距离，越靠近目标，信号强度越强，信号损失越小，这样则有利于定位误差最小化操作。

[0182] 对 2 个 ASVs 场景进行仿真，相关参数设置如图 10 所示。根据只有 1 个 ASVs 场景的实验可知，污染因子越大其轨迹半径越大。为此在 2 个 ASVs 场景中，取中位数，即设置污染因子为 0.4 时可视化 2 个 ASVs 最优路径的轨迹，如图 13 所示。从图 13 可以看出，2 个 ASVs 最优路径随着时间推移都逐渐趋近于目标的不确定区域。

[0183] 为探究 3 个 ASVs 场景下的最优路径，进行仿真，相关参数设置如图 11 所示。与前两场景不同的是，为更好说明本发明提供最优路径的有效性，目标位置呈现动态变化。相关最优路径图如图 14 所示，该路径均围绕着目标呈现

曲线运动趋势。为更好地对比最优路径下其定位精度最优，对比现阶段较为普遍的 S 型普通路径的场景（如图 15 所示）。利用定位技术分别计算每一时刻的误差，如图 16 所示，从图 16 可以看出，在本发明提出的最优路径下，其定位误差要明显好于现阶段较为普遍的 S 型路径策略。

[0184] 尽管本发明的内容已经通过上述优选实施例作了详细介绍，但应当认识到上述的描述不应被认为是对本发明的限制。在本领域技术人员阅读了上述内容后，对于本发明的多种修改和替代都将是显而易见的。因此，本发明的保护范围应由所附的权利要求来限定。

权 利 要 求 书

1. 一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法，其特征在于，包含以下步骤：

S1、构建包含运动模型及观测模型的水面自主航行器的系统模型；通过水面自主航行器上一时刻的位置、当前时刻的方位角、速度、角速度建立所述运动模型；通过水面自主航行器在当前时刻收到目标的信号功率值构建路径损耗模型作为观测模型；

S2、推导不同数量的水面自主航行器与相对目标之间的最优几何关系；

S3、针对 1 个或 2 个水面自主航行器通过栅格化区域方式，或针对 3 个水面自主航行器通过定位技术获取目标先验位置信息；

S4、利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯测距噪声并构建目标函数闭环表达式；

S5、结合非线性动态规划算法对目标函数进行求解获取最优路径。

2. 如权利要求 1 所述的一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法，其特征在于，步骤 S1 所述构建包含运动模型及观测模型的水面自主航行器的系统模型，具体包含：

S11、考虑目标水深已知情况，将 3D 场景映射至 2D 解决，假设坐标参考系为东-北-下的大地坐标参考系，目标在 t 时刻位置为 $\mathbf{B}^t = [b_1^t, b_2^t]^T$ ，第 i 个水面自主航行器 (ASVs) 在 t 时刻的位置为 $\mathbf{A}_i^t = [a_{i1}^t, a_{i2}^t]^T, i = 1, \dots, N$ ，其中 T 表示转置；若 ASVs 能够感知其方位角 $\phi(t)$ ，考虑其输入速度 $v(t)$ 和角速度 $r_i(t)$ ，则对应 ASVs 的状态可表示为：

$$\mathbf{A}_i^t = \begin{bmatrix} v(t) \cos(\phi_i(t)) \\ v(t) \sin(\phi_i(t)) \\ r_i(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

定义两个正交单位向量，即

$$[\mathbf{g}(\theta), \mathbf{O}(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$

则在不考虑流速情况下的 ASVs 运动模型为:

$$\mathbf{A}_i' = \begin{cases} \mathbf{A}_i^{t-1} + \frac{v(t)}{r_i(t)}(O(\phi_i(t-1)) - O(\phi_i(t))), & \text{若 } r_i(t) \neq 0 \\ \mathbf{A}_i^{t-1} + v(t)(g(\phi_i(t)) - g(\phi_i(t-1))), & \text{其他情况} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{A}_i^{t-1}$ 和 $\mathbf{A}_i'$ 分别表示上一时刻和此刻第 i 个 ASVs 的位置; $\phi_i(t-1)$ 和 $\phi_i(t)$ 分别表示上一时刻和此刻第 i 个 ASVs 的方位角信息; 当角速度不为 0 时, 表明在相应时间段内, ASVs 在做曲线运动, 反之当角速度为 0 时, 意味着 ASVs 在做近似直线的运动;

S12、ASVs 配有能够接收信号强度的传感器, 通过获取其信号强度值来计算其与目标的位置, 通过路径损耗模型进一步构造系统的观测模型, 即:

$$z_i^t = P_0 - 10g \log_{10} \left(\frac{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i^t\|}{d_0} \right) + \eta_i^t \quad (4)$$

其中, z_i^t 表示第 i 个 ASVs 在 t 时刻收到目标的信号功率值; P_0 表示目标发射的功率值 (考虑每一时刻发射功率值均相等); g 表示路径损耗因子; $\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i^t\|$ 表示在 t 时刻第 i 个 ASVs 与目标的距离; d_0 表示参考距离, 通常为 1 m; η_i^t 表示对应的高斯噪声 (考虑每一时刻噪声均相等, 即 $\eta_i^t = \eta$), 其均值为零方差为 σ ;

引入噪声污染因子 β , 其取值范围为 $[0,1]$, 则对应非高斯噪声的概率分布 $p(\eta)$ 可表示为:

$$p(\eta) = (1 - \beta)\Omega(\eta; 0, \sigma^2) + \beta\Phi(\eta) \quad (5)$$

其中, $\Omega(\eta; 0, \sigma^2)$ 表示高斯概率分布; $\Phi(\eta)$ 表示为非高斯的异常噪声的概率分布。

3. 如权利要求 2 所述的一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法, 其特征在于, 步骤 S2 所述推导得到水面自主航行器相对目标之间的最优几何关系, 具体包含:

S21、最优几何关系当且仅当 ASVs 数量超过 2 个时才存在;

S22、针对 2 个 ASVs 场景, 推导得到其相对目标角度为 $\pi/2$ 时是最优几何关系;

推论 1: 令 α_{12} 表示为 ASVs 1 和 ASVs 2 间的夹角, 且 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$, 对于任意固定的 $\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|$ 而言, 使得费雪信息矩阵行列式最大时的角度为 $\pi/2$, 即 $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \pi/2$;

证明 1: 令 $\gamma_i = \tau / \|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2$, 其中 $\tau = (\mathbf{I}_\eta)' \cdot \mathcal{G}^2$, 且存在常数 $\gamma > 0$ 使得 $\gamma_2 = \zeta \gamma_1$, 在每一时刻, 其对应函数可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}' &= \mathbf{J}_1' + \mathbf{J}_2' \\ &= \frac{\Xi}{4} \left[\left(\sum_{i=1}^2 \frac{1}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\cos(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\sin(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 \right] \quad (6) \end{aligned}$$

为使目标定位误差最小, 需要最大化式 (6) 的行列式, 其相当于最小化式 (7), 即:

$$\left(\sum_{i=1}^2 \frac{\cos(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^2 \frac{\sin(2\varphi_i(t))}{\|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2} \right)^2 \quad (7)$$

通过变换, 可进一步得到:

$$\begin{aligned} &\gamma_1^2 \left[\sin(2\varphi_1(t)) + \zeta \sin(2\varphi_2(t))^2 + (\cos(2\varphi_1(t)) + \zeta \cos(2\varphi_2(t)))^2 \right] \\ &= \gamma_1^2 [1 + \zeta + \zeta \cos(2\varphi_1(t) - 2\varphi_2(t))]. \quad (8) \end{aligned}$$

显而易见, 当 $\cos(2\varphi_1(t) - 2\varphi_2(t)) = -1$ 时, 式 (18) 能取到最小值, 因此, 对于 $\lambda \in$ 而言, $\varphi_2(t) - \varphi_1(t) = \lambda\pi - \pi/2$; 则对于 2 个 ASVs 来说, 当他们角度为 $\pi/2$ 时, 能取到最优的几何关系, 即 $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \varphi_2(t) - \varphi_1(t) \bmod(\pi) = \pi/2$;

S23、针对 3 个 ASVs 场景, 推导得到其相对目标最优几何关系角度包括: 1) 2 个 ASVs 相对目标角度为 0 或 π , 另 1 个 ASVs 相对于这 2 个 ASVs 角度为 $\pi/2$ 时; 2) 3 个 ASVs 相对目标角度均为 $2\pi/3$; 3) 2 个 ASVs 相对目标角度均为 $\pi/3$, 另 1 个 ASVs 相对目标角度为 $2\pi/3$, 推导过程如下:

设 α_{12} , α_{12} 及 α_{23} 为对应第 i 个 ASVs 与第 l 个 ASVs 之间的角度关系, 其中 $i, l \in \{1, 2, 3\}$, $\gamma_i = \tau / \|\mathbf{B}' - \mathbf{A}_i'\|^2$, $\tau = (\mathbf{I}_\eta)' \cdot \mathcal{G}^2$, $\gamma_{il} = \gamma_i \cdot \gamma_l$ 且 $\alpha_{12} = \alpha_{21}$, $\alpha_{13} = \alpha_{31}$, $\alpha_{23} = \alpha_{32}$, 则第 i 个 ASVs 与第 l 个 ASVs 之间的角度关系可表示为:

$$\begin{aligned}
\alpha_{12} &= \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{\gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2}{2 \gamma_{12}^2 \gamma_{13} \gamma_{23}} \right) \\
\alpha_{13} &= \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{\gamma_{12}^2 \gamma_{23}^2 - \gamma_{12}^2 \gamma_{13}^2 - \gamma_{13}^2 \gamma_{23}^2}{2 \gamma_{12} \gamma_{13}^2 \gamma_{23}} \right) \\
\alpha_{23} &= \pi - \alpha_{12} - \alpha_{13}
\end{aligned} \tag{9}$$

若 $\gamma_l > \sum_{1 \leq i \leq 3, i \neq l} \gamma_i$ ，意味着某一个 ASVs 靠近目标，则：

$$\varphi_r = \pm \frac{\pi}{2} + \varphi_i, r \in \{1, 2, 3\} \setminus i \tag{10}$$

式 (10) 可进一步表示为：

$$\begin{cases} \alpha_{il} = \frac{\pi}{2}, & \text{若 } \gamma_{il} > \gamma_{rl}, \forall rl \in \{12, 13, 23\} \setminus \{il\} \\ \alpha_{il} = 0 \text{ or } \pi, & \text{其他情况} \end{cases} \tag{11}$$

其中， $\setminus$ 表示集合减少的表示方式；

当 $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$ ，则存在一种特殊的最优几何关系，即 $\alpha_{12} = \alpha_{13} = \alpha_{23} = 2\pi/3$ 或

$\alpha_{12} = \alpha_{23} = \pi/3, \alpha_{13} = 2\pi/3$ 。

4. 如权利要求 3 所述的一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法，其特征在于，步骤 S3 针对 1 个或 2 个水面自主航行器通过栅格化区域方式，或针对 3 个水面自主航行器定位技术获取目标先验位置信息，具体包含：

S31、当仅有 1 个 ASVs 或者 2 个 ASVs，量化目标先验位置的不确定性，栅格化相关区域，以网格中的交点作为目标可能的位置；

S32、当有 3 个 ASVs，通过定位技术获取目标的先验位置，若 $d_0 = 1 \text{ m}$ 时，将 S12 式 (4) 通过变换可得：

$$\|B^t - A_i^t\| = 10^{\frac{P_0 - z_i^t}{10g}} \cdot 10^{\frac{\eta_i^t}{10g}} \tag{12}$$

随后利用一阶泰勒级数展开后得到：

$$\|B^t - A_i^t\| \approx 10^{\frac{P_0 - z_i^t}{10g}} \cdot \left(1 + \frac{\ln 10}{10g} \eta \right) \tag{13}$$

通过平方距离操作，并结合权值构造非线性最小二乘表达式，即：

$$\arg \min_{\mathbf{B}^t} \sum_{i=1}^N \omega_i \left(\left\| \mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t \right\|^2 - \left(\hat{d}_i^t \right)^2 \right)^2 \quad (14)$$

其中 $\hat{d}_i^t$ 表示对应的估计距离； $\omega_i = 1 - \hat{d}_i^t / \sum_{i=1}^N \hat{d}_i^t$

展开式 (14) 后，可进一步转化为广义信赖域子问题，即：

$$\begin{aligned} J(\mathbf{y}) = \text{minimize } & \left\| \boldsymbol{\omega} (\boldsymbol{\wp} \mathbf{y} - \mathbf{R}) \right\|^2 \\ \text{s.t. } & \mathbf{y}^T \mathbf{D} \mathbf{y} + 2 \mathbf{f}^T \mathbf{y} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

其中， $\mathbf{y} = \left[(\mathbf{B}^t)^T, \left\| \mathbf{B}^t \right\|^2 \right]^T$ ； $\boldsymbol{\omega} = \text{diag} \left(\left[\omega_1^2, \dots, \omega_N^2 \right] \right)$ ；

$$\boldsymbol{\wp} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_1^t)^T & -1 \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{A}_N^t)^T & -1 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\kappa} = \begin{bmatrix} \left(\left\| \mathbf{A}_1^t \right\|^2 - \left(\hat{d}_1^t \right)^2 \right) \\ \vdots \\ \left(\left\| \mathbf{A}_N^t \right\|^2 - \left(\hat{d}_N^t \right)^2 \right) \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \boldsymbol{\theta}_{2 \times 1} \\ \boldsymbol{\theta}_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{2 \times 1} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\mathbf{I}$ 和 $\boldsymbol{\theta}$ 分别表示单位矩阵和零矩阵，

在获取广义信赖域子问题表达式 (15) 后，利用二分法进行求解得到目标的先验位置。

5. 如权利要求 4 所述的一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法，其特征在于，步骤 S4 利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯测距噪声并构建目标函数闭环表达式，具体包含：

S41、为使定位估计误差最小，引入参数估计理论中的克劳美罗下界构造函数，在 t 时刻对应的费雪信息矩阵为：

$$\begin{aligned}
 FIM^t &= \left[\left(\frac{\partial p(\mathbf{B}^t | \mathbf{z}_t^t)}{\partial \mathbf{B}^t} \right)^T \sigma^{-1} \left(\frac{\partial p(\mathbf{B}^t | \mathbf{z}_t^t)}{\partial \mathbf{B}^t} \right) \right] \\
 &= \xi \cdot \frac{\mathcal{G}^2}{\sigma^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} & \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} \\ \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} & \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{17}$$

由于存在异常值，式 (17) 往往得不到其闭环表达式；为此，本发明利用蒙特卡洛策略，粒子化非线性非高斯噪声，则式 (17) 可表示为：

$$FIM^t = \xi \cdot \mathcal{G}^2 \cdot (I_\eta)^t \cdot \begin{bmatrix} FIM_1^1 & FIM_1^2 \\ FIM_2^1 & FIM_2^2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

其中，

$$\begin{aligned}
 FIM_1^1 &= \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2}, FIM_1^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2} \\
 FIM_2^2 &= \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2}, FIM_2^1 = \sum_{i=1}^N \frac{\cos(\phi_i(t)) \cdot \sin(\phi_i(t))}{\|\mathbf{B}^t - \mathbf{A}_i^t\|^2}
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$(I_\eta)^t = E_{p(\eta)} \left(\frac{\left\{ \nabla_\eta [p(\eta)]^t \right\}^2}{[p^2(\eta)]^t} \right) = \int \frac{\left\{ \nabla_\eta [p(\eta)]^t \right\}^2}{[p^2(\eta)]^t} [p(\eta)]^t d\eta \tag{20}$$

$\nabla_\eta [p(\eta)]^t$ 表示对应一阶梯度；式 (20) 为利用蒙特卡洛策略粒子化非线性非高斯噪声操作；

S42、对于 ASVs 来说，为使目标定位误差最小，则需要最大化费雪信息矩阵的行列式，即：

$$\max \left\{ \det(FIM^t) \right\} = \max \left\{ \frac{\Xi}{4} \left[\left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{\|B^t - A_i^t\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \frac{\cos(2\phi_i(t))}{\|B^t - A_i^t\|^2} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \frac{\sin(2\phi_i(t))}{\|B^t - A_i^t\|^2} \right)^2 \right] \right\} \quad (21)$$

其中, $\Xi = \xi^2 \left[(I_\eta)^t \right]^2 \mathcal{G}^4$.

对式 (21) 进行对数操作, 则目标函数可表示为:

$$\arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M J^t = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M \ln \det(FIM^t) \Big|_{B^t, A_i^t, \phi_i(t)} \quad (22)$$

从式 (22) 可以看出, 若以角速度为变量, 对于 ASVs 的最优路径, 相应需要求解的每一时刻参数则是对应的角速度, 即:

$$\begin{bmatrix} r_1^*(1) & \cdots & r_N^*(1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1^*(M) & \cdots & r_N^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{t=1}^M J^t \quad (23)$$

其中, $r_i^*(t=1:M)$ 表示对应 1 至 M 时间段内第 i 个 ASVs 的最优角速度; c 表示对应约束;

S43、当仅有 1 个 ASVs 时, 考虑不确定区域中网格所有交点为 k , 则需要最大化不确定区域中最坏的情况, 结合网格中所有的交点集合, 根据式 (23) 的优化方程, 则仅有 1 个 ASVs 的目标函数可表示为:

$$\begin{bmatrix} r_1^*(1) \\ \vdots \\ r_1^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c, t=1}^M \sum_{t=1}^M \left[\arg \min_{j=1, \dots, k} (J_j^t) \right] \quad (24)$$

S44、当有 2 个 ASVs 时, 同样地考虑不确定区域中网格所有交点为 k , 则需要最大化不确定区域中最坏的情况, 结合网格中所有的交点集合, 根据式 (23) 的优化方程, 则有 2 个 ASVs 的目标函数可表示为:

$$\begin{bmatrix} r_1^*(1) & r_2^*(1) \\ \vdots & \vdots \\ r_1^*(M) & r_2^*(M) \end{bmatrix} = \arg \max_{|r| \leq c} \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^M \left[\arg \min_{j=1, \dots, k} (J_j^t) \right] \quad (25)$$

S45、当有 3 个 ASVs 时, 对应目标函数为

$$\begin{bmatrix} r_1^*(1) & r_2^*(1) & r_3^*(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_1^*(M) & r_2^*(M) & r_3^*(M) \end{bmatrix} = \arg \min_{|r| \leq c} \sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^M J_i^t \quad (26)。$$

6. 如权利要求 5 所述的一种目标定位误差最小的水面自主航行器最优路径规划方法，其特征在于，步骤 S5 结合非线性动态规划算法对目标函数进行求解获取最优路径，具体包含：

S51、根据 S43、S44 及 S45 得到的目标函数，利用 Matlab 非线性动态规划优化工具箱求解 t 时刻的角速度，随后使 ASVs 根据该角速度运动至下一时刻转向点，如此往复进而求得规定时间内 ASVs 的最优路径规划方案。