

## 明 細 書

発明の名称：映像化装置及び映像化方法

### 技術分野

[0001] 本開示は、波動を用いて、領域内の物体に含まれる散乱体の３次元構造を可視化する映像化装置等に関する。

### 背景技術

[0002] 波動を用いて領域内の物体に含まれる散乱体の３次元構造を可視化する映像化装置等に関する技術として、特許文献１、特許文献２、特許文献３、特許文献４及び特許文献５に記載の技術がある。

[0003] 例えば、特許文献１に記載の技術では、マイクロ波送出器から送出されたビームが検査対象に入射され、散乱したビームの振幅及び位相がマイクロ波検出器により検出される。そして、マイクロ波検出器の出力信号から誘電率の分布が計算され、検査対象における断層の像表示が行われる。

### 先行技術文献

#### 特許文献

- [0004] 特許文献１：特開昭６２－６６１４５号公報  
特許文献２：国際公開第２０１４／１２５８１５号  
特許文献３：国際公開第２０１５／１３６９３６号  
特許文献４：国際公開第２０２１／０２０３８７号  
特許文献５：国際公開第２０２１／０５３９７１号

### 発明の概要

#### 発明が解決しようとする課題

[0005] しかしながら、波動を用いて、領域内の物体に含まれる散乱体の３次元構造を可視化することは容易ではない。具体的には、領域内の状態が既知である場合において、領域に入射された波動に対して領域から放射される散乱波のデータを求めることは、順方向問題と呼ばれ、容易である。一方、散乱波のデータが既知である場合において、領域内の状態を求めることは、逆方向

問題と呼ばれ、容易ではない。

[0006] さらに、波動の1回の送信に対して領域内で複数回の散乱（反射）が発生する可能性がある。つまり、1回の散乱に対応する1次散乱のみに限られず、2回の散乱に対応する2次散乱、及び、3回の散乱に対応する3次散乱等が発生する可能性がある。2回以上の散乱は、多重散乱とも呼ばれる。そして、多重散乱に伴う散乱波のデータが計測によって得られる場合がある。多重散乱が考慮されず、1次散乱のみが考慮された解析方法では、領域内の状態が正確に求められない。

[0007] そこで、本開示は、波動を用いて、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる映像化装置等を提供する。

#### 課題を解決するための手段

[0008] 本開示の一態様に係る映像化装置は、計測対象の領域の両側に配置され、前記領域へ波動を送信する複数の送信器と、前記両側に配置され、前記領域から前記波動を受信する複数の受信器と、前記複数の送信器及び前記複数の受信器によって得られる計測データと、多重散乱を構成する複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けに従って、前記波動の散乱に関する散乱場関数に対応する映像化関数を導出し、前記映像化関数を用いて前記領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化する情報処理回路とを備える。

[0009] なお、これらの包括的又は具体的な態様は、システム、装置、方法、集積回路、コンピュータプログラム、又は、コンピュータ読み取り可能なCD-ROMなどの非一時的な記録媒体で実現されてもよく、システム、装置、方法、集積回路、コンピュータプログラム、及び、記録媒体の任意な組み合わせで実現されてもよい。

#### 発明の効果

[0010] 本開示によれば、波動を用いて、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することが可能である。

#### 図面の簡単な説明

- [0011] [図1]図 1 は、実施の形態における多重散乱の次数の例を示す概念図である。
- [図2]図 2 は、散乱場の方程式の 4 種類の基本解に対応する 4 種類の散乱形態を表す図である。
- [図3]図 3 は、グリーン関数の定義に関する概念図である。
- [図4]図 4 は、散乱場の基本解の適用例を示す概念図である。
- [図5]図 5 は、波動の伝搬経路を示す図である。
- [図6]図 6 は、2 次の散乱に関する散乱場の基本解の適用例を示す概念図である。
- [図7]図 7 は、3 次の散乱に関する 4 種類の散乱モデルを示す図である。
- [図8]図 8 は、4 種類の計測データの定義を示す図である。
- [図9]図 9 は、実施の形態における映像化装置の基本構成を示すブロック図である。
- [図10]図 10 は、複数の送信器と複数の受信器と領域との関係の例を示す概念図である。
- [図11]図 11 は、複数の送信器と複数の受信器と領域との関係の変形例を示す概念図である。
- [図12]図 12 は、実施の形態における映像化装置の基本動作を示すフローチャートである。
- [図13]図 13 は、実施の形態における映像化装置の具体的な構成を示すブロック図である。

### 発明を実施するための形態

- [0012] 本開示の一態様に係る映像化装置は、計測対象の領域の両側に配置され、前記領域へ波動を送信する複数の送信器と、前記両側に配置され、前記領域から前記波動を受信する複数の受信器と、前記複数の送信器及び前記複数の受信器によって得られる計測データと、多重散乱を構成する複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けに従って、前記波動の散乱に関する散乱場関数に対応する映像化関数を導出し、前記映像化関数を用いて前記領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を可視化する情報処理回路とを備

える。

[0013] これにより、映像化装置は、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化するための映像化関数の導出に、計測データと、複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けを適用することができる。多重散乱は、複数の一次散乱の組み合わせであると想定される。したがって、映像化装置は、この対応付けに従って、多重散乱を含む散乱の逆問題を解析的に解くことができる。したがって、映像化装置は、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0014] 例えば、前記情報処理回路は、前記散乱場関数の方程式を前記計測データに基づいて解くことにより、前記散乱場関数に対応する前記映像化関数を導出し、前記散乱場関数は、

[0015] [数1]

$$\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) = \iint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

で表現され、 $(x, y_1, z_1)$  は、前記波動の送信位置を示し、 $(x, y_2, z_2)$  は、前記波動の受信位置を示し、 $k$  は、前記波動の波数を示し、 $D$  は、前記領域を示し、 $(\xi, \eta, \zeta)$  は、前記波動の反射位置に対応し、 $\varepsilon$  は、前記反射位置における未知の反射率に対応し、 $\rho_1$  は、前記送信位置から前記反射位置までの距離を示し、 $\rho_2$  は、前記反射位置から前記受信位置までの距離を示し、前記方程式は、

[0016] [数2]

$$\left[ \frac{1}{4} \Delta_s^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \partial_x^2 - (\partial_{y_1}^2 + \partial_{z_1}^2)(\partial_{y_2}^2 + \partial_{z_2}^2) \right] \phi = 0$$

で表現され、 $\Delta_s$  は、 $x, y_1, y_2, z_1$  及び  $z_2$  に関するラプラス作用素を示し、 $c$  は、前記波動の伝搬速度を示し、 $t$  は、前記波動の送信から受信までの時間を示す。

[0017] これにより、映像化装置は、散乱の現象に対応付けられた散乱場関数、及び、散乱場関数が満たす方程式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の

3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0018] また、例えば、前記情報処理回路は、前記計測データに基づいて前記方程式の解析解を導出し、前記解析解に基づいて前記映像化関数を導出し、前記解析解は、

[0019] [数3]

$$\begin{aligned} \phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) e^{is_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_1} e^{is_2(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_2} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \end{aligned}$$

で表現され、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 及び $k_{y2}$ は、前記散乱場関数の $x$ 、 $y_1$ 及び $y_2$ に関する波数を示し、 $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ は、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 、 $k_{y2}$ 及び $k$ に基づく関数を示し、 $s_1(k_x, k_{y1}, k_{y2})$ は、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 及び $k_{y2}$ に基づく関数を示し、 $s_2(k_x, k_{y1}, k_{y2})$ は、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 及び $k_{y2}$ に基づく関数を示す。

[0020] これにより、映像化装置は、散乱の現象に対応付けられた散乱場関数が満たす方程式の解析解に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0021] また、例えば、前記映像化関数は、

[0022] [数4]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

で表現され、 $(x, y, z)$ は、映像化対象位置を示す。

[0023] これにより、映像化装置は、散乱場関数に適切に対応付けられた映像化関数に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0024] また、例えば、前記多重散乱は、前記散乱場関数の方程式の4つの基本解に対応するスペクトル空間の4つの関数を用いて表現され、前記計測データと前記4つの関数との関係は、非線形積分方程式で表現され、前記情報処理回路は、前記計測データから、前記非線形積分方程式に従って、前記4つの

関数を導出し、前記4つの関数を用いて前記散乱場関数に対応する前記映像化関数を導出する。

[0025] これにより、映像化装置は、多重散乱を表現する関係式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0026] また、例えば、前記計測データは、

[0027] [数5]

$$\Phi_{ij}$$

$i, j=1, 2$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、前記情報処理回路は、

[0028] [数6]

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & a_{m_1} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^1} \int f_2 \left[ a_{m_1} a_{m_2} \right] d\mathbb{K}_{f_2} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^2} \int f_3 \left[ a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3} \right] d\mathbb{K}_{f_3} \\ & + \dots \\ & + \frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int f_L \left[ a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3} \dots a_{m_L} \right] d\mathbb{K}_{f_L} \end{aligned}$$

$i, j=1, 2 \quad m_1=1, 2, 3, 4$   
 $m_1, m_2=1, 2, 3, 4$   
 $m_1, m_2, m_3=1, 2, 3, 4$   
 $m_1, m_2, m_3, \dots, m_L=1, 2, 3, 4$

を用いて、多重散乱の影響が除去された

[0029] [数7]

$$a_{m_1}$$

$m_1=1, 2, 3, 4$

を導出し、 $a_{m_1}$ 、 $a_{m_2}$ 、 $a_{m_3}$ 、 $\dots$ 、 $a_{m_L}$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、前記4つの散乱形態に関する前記解析解の $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ に対応し、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $\dots$ 、 $f_L$ は、それぞれ、前記波動の送信から受信までに適用される2回、3回、 $\dots$ 、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2

個、3 個、 $\dots$ 、 $L$  個の変数の積を示し、

[0030] [数8]

$$\mathbb{k}_{f_2}, \mathbb{k}_{f_3}, \dots, \mathbb{k}_{f_L}$$

は、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $\dots$ 、 $f_L$  の括弧内の 2 個、3 個、 $\dots$ 、 $L$  個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示し、前記情報処理回路は、

[0031] [数9]

$$\begin{aligned} & \phi_{m_1}(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_{m_1}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ & \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\ & m_1 = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[0032] [数10]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{m_1}(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する。

[0033] これにより、映像化装置は、多重散乱の理論に基づく式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0034] また、例えば、前記計測データは、

[0035] [数11]

$$\Phi_{ij} \\ i, j = 1, 2$$

で表現され、 $\Phi_{ij}$  で表現される  $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$  及び  $\Phi_{22}$  は、2 方向に対応する 2 つの前方散乱と 2 方向に対応する 2 つの後方散乱との 4 つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、前記情報処理回路は、

[0036]

[数12]

$$\begin{aligned}
a_m = & \Phi_{ij} \\
& \substack{m=1,2,3,4 \\ ij=1,2} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^1} \int g_2 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \right] d\mathbb{k}_{g_2} \\
& \quad \substack{m_1, n_1=1,2 \\ m_2, n_2=1,2} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \int g_3 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \right] d\mathbb{k}_{g_3} \\
& \quad \substack{m_1, n_1=1,2 \\ m_2, n_2=1,2 \\ m_3, n_3=1,2} \\
& \dots \\
& - \frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int g_L \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \dots \Phi_{m_L n_L} \right] d\mathbb{k}_{g_L} \\
& \quad \substack{m_1, n_1=1,2 \\ m_2, n_2=1,2 \\ m_3, n_3=1,2 \\ \dots \\ m_L, n_L=1,2}
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された

[0037] [数13]

$$a_m$$

$m=1,2,3,4$

を導出し、 $a_m$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、前記4つの散乱形態に関する前記解析解の $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ に対応し、 $\Phi_{m1n1}$ 、 $\Phi_{m2n2}$ 、 $\Phi_{m3n3}$ 、 $\dots$ 、 $\Phi_{mLnL}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、前記4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ は、それぞれ、前記波動の送信から受信までに適用される2回、3回、 $\dots$ 、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数の積を示し、

[0038] [数14]

$$\mathbb{k}_{g_2}, \mathbb{k}_{g_3}, \dots, \mathbb{k}_{g_L}$$

は、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ の括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示し、前記情報処理回路は、

[0039]

[数15]

$$\begin{aligned} & \phi_m(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_m(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ & \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\ & m = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[0040] [数16]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m(x, y, y, z, k) e^{-i c k t} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する。

[0041] これにより、映像化装置は、多重散乱の理論に基づいて計測データが適切に対応付けられた式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0042] また、例えば、前記計測データは、

[0043] [数17]

$$\Phi_{ij} \\ i, j = 1, 2$$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、前記情報処理回路は、

[0044]

[数18]

$$\begin{aligned}
& \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&= a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&+ \frac{1}{(2\pi)} \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) a_4(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_4(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_3(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ O(a^4)
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された  $a_1$  を導出し、 $\delta$  は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$  は、 $k_x$  に対応する変数であり、 $k_{\eta}$  及び  $k_{\eta_2}$  は、 $k_{y_1}$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$  は、 $k_{y_2}$  に対応する変数であり、 $O(a^4)$  は、4 次以上の散乱に対応する項であり、前記情報処理回路は、

[0045] [数19]

$$\begin{aligned}
& \phi_1(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 - k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}
\end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[0046] [数20]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x, y, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する。

[0047] これにより、映像化装置は、多重散乱の理論に基づいて散乱の現象が具体的に表現された式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0048] また、例えば、前記計測データは、

[0049] [数21]

$$\Phi_{ij} \\ i, j = 1, 2$$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、前記情報処理回路は、

[0050]

[数22]

$$\begin{aligned}
& a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&= \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& - \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3}
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された  $a_1$  を導出し、 $\delta$  は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$  は、 $k_x$  に対応する変数であり、 $k_{\eta}$  及び  $k_{\eta_2}$  は、 $k_{y_1}$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$  は、 $k_{y_2}$  に対応する変数であり、前記情報処理回路は、

[0051] [数23]

$$\begin{aligned}
& \phi_1(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}
\end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[0052] [数24]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する。

[0053] これにより、映像化装置は、多重散乱の理論に基づいて散乱の現象が具体的に表現され、かつ、計測データが適切に対応付けられた式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0054] また、例えば、前記計測データは、

[0055] [数25]

$$\Phi_{ij}$$

$i, j=1, 2$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、前記情報処理回路は、

[0056] [数26]

$$\begin{aligned} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ &- \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\ &\quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\ &- \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint \left\{ \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \right. \\ &\quad + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\ &\quad + \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\ &\quad + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \left. \right\} \\ &\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\ &\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された $a_1$ を導出し、 $\delta$ は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$ は、 $k_x$ に対応する変数であり、 $k_{\eta}$ 及び $k_{\eta_2}$ は、 $k_y$

$z_1$ に対応する変数であり、 $k_{y3}$ は、 $k_{y2}$ に対応する変数であり、前記情報処理回路は、

[0057] [数27]

$$\begin{aligned} & \phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ & \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_2} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[0058] [数28]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, y, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する。

[0059] これにより、映像化装置は、多重散乱の理論に基づいて整理された式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0060] また、例えば、本開示の一態様に係る映像化方法は、計測対象の領域の両側に配置された複数の送信器によって、前記領域へ波動を送信するステップと、前記両側に配置された複数の受信器によって、前記領域から前記波動を受信するステップと、前記複数の送信器及び前記複数の受信器によって得られる計測データと、多重散乱を構成する複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けに従って、前記波動の散乱に関する散乱場関数に対応する映像化関数を導出し、前記映像化関数を用いて前記領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化するステップとを含む。

[0061] これにより、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化するための映像化関数の導出に、計測データと、複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けを適用することが可能である。多重散乱は、複数の一次散乱の組み合わせであると想定される。したがって、この対応付けに従って、多重散乱を含む散乱の逆問題を解析的に解くことが可能である。したが

って、領域内の物体に含まれる散乱体の３次元構造を高い正確度で可視化することが可能である。

[0062] 以下、図面を用いて、実施の形態について説明する。なお、以下で説明する実施の形態は、いずれも包括的又は具体的な例を示す。以下の実施の形態で示される数値、形状、材料、構成要素、構成要素の配置位置及び接続形態、ステップ、ステップの順序等は、一例であり、請求の範囲を限定する主旨ではない。

[0063] また、以下の説明において、特に上記の特許文献２、特許文献３、特許文献４及び特許文献５に記載の技術等が既存の技術として参照され得る。また、以下の説明において、主にマイクロ波等の電波が波動として想定されているが、波動はマイクロ波等の電波に限られない。また、散乱に基づく映像化は、散乱トモグラフィと表現され得る。したがって、以下の説明における映像化装置及び映像化方法は、それぞれ、散乱トモグラフィ装置及び散乱トモグラフィ方法とも表現され得る。

[0064] (実施の形態)

本実施の形態における映像化装置は、波動を用いて、領域内の物体に含まれる散乱体の３次元構造を可視化する。以下、本実施の形態における映像化装置をその基礎となる技術及び理論なども含めて、詳細に説明する。

[0065] <Ⅰ 概要>

マイクロ波等の波動を用いて物体内の映像化を行うために散乱場理論が構築されている。散乱場理論は、単に理論上の新しさを有するだけではなく実用にも役立つ。計測（測定）データから瞬時に正確な３次元再構成画像を計算できるため、画像診断分野等への応用が期待される。本開示では、散乱場理論を多重散乱（多重反射）の逆散乱問題という難問の解決のために発展させ、発展した散乱場理論を用いる映像化装置及び映像化方法が示される。

[0066] 例えば、送信点及び受信点が配置される計測面が曲面である逆散乱再構成理論において、次式（１－１）のような関数 $\phi$ が定義される。

[0067]

[数29]

$$\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) = \iint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

$$\cdots (1-1)$$

[0068] ここで、 $(x, y_1, z_1)$  が波動の放射点の座標を示し、 $(x, y_2, z_2)$  が波動の受信点の座標を示す。放射は、送信と表現される場合がある。 $k$  は、波動の波数を示す。 $D$  は、計測対象の領域を示す。 $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$  は、 $(\xi, \eta, \zeta)$  の位置における誘電率の関数を示し、 $(\xi, \eta, \zeta)$  の位置における波動の反射率に対応する。 $(\xi, \eta, \zeta)$  は、波動の反射点に対応する。 $\rho_1$  は、送信点から反射点までの距離を示し、 $\rho_2$  は、反射点から受信点までの距離を示す。なお、 $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$  は、未知である。

[0069] 誘電率の関数  $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$  の値が大きなところで波動が散乱するような現象が波動の放射点及び受信点に対する関数として捉えられる。そして、放射点及び受信点を領域内全体で定義することで、上記の  $\phi$  が、散乱場を示す散乱場関数として用いられる。散乱場関数は、次式 (1-2) のような偏微分方程式を満足する。

[0070] [数30]

$$\left[ \frac{1}{4} \Delta_5^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \partial_x^2 - (\partial_{y_1}^2 + \partial_{z_1}^2)(\partial_{y_2}^2 + \partial_{z_2}^2) \right] \phi = 0$$

$$\cdots (1-2)$$

[0071] ここで、 $\Delta_5$  は、 $x, y_1, y_2, z_1$  及び  $z_2$  に関する 5 次元のラプラス作用素を示す。 $\partial$  は、サフィックスで示される変数の偏微分を示す。 $c$  は、波動の伝搬速度を示す。 $t$  は、時間を示す。また、式 (1-2) の微分方程式の一般解は次式 (1-3) のように表現される。

[0072] [数31]

$$\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}$$

$$\cdots (1-3)$$

[0073] ここで、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 及び $k_{y2}$ は、散乱場関数の $x$ 、 $y_1$ 、 $y_2$ に関する波数を示す。1つの4階の偏微分方程式の解は、領域の境界における計測値（レーダ反射データ）により完全に決定されるので、この一般解の核関数である $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ も、フーリエ変換することにより求まる。そして、 $\phi$ に $y_2 \rightarrow y_1$ 及び $t \rightarrow 0$ の極限値を適用することにより、映像化関数 $\rho$ が求まる。例えば、映像化関数 $\rho$ は、次式（1-4）のように表現される。

[0074] [数32]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right] \dots (1-4)$$

[0075] ところで以上のプロセスの中で、多重散乱がないという仮定に基づいて、散乱場関数 $\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k)$ が直接領域の境界における計測値（レーダ反射データ）に結びつけられている。例えば、境界面の形状が、 $z-y$ 面における曲線 $z = f(y)$ で定義される。その境界面で計測されたレーダ反射データを $(x, t)$ に関してフーリエ変換することで得られるデータは、 $\Phi(k_x, y_1, y_2, k)$ で表現される。多重散乱がないという仮定では、次式（1-5）の成立が仮定される。

[0076] [数33]

$$\begin{aligned} & \Phi(k_x, y_1, y_2, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{y1}y_1 + k_{y2}y_2)} a_{I,J}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ & \quad \cdot e^{is_1(k_x, k_{y1}, k_{y2})z_I} e^{is_2(k_x, k_{y1}, k_{y2})z_J} dk_{y1} dk_{y2} \dots (1-5) \end{aligned}$$

[0077] しかし、多重散乱を無視することが許容されない場合、図1に示すように2次、3次及び4次の散乱が存在する可能性がある。

[0078] 図1は、実施の形態における多重散乱（多重反射）の次数の例を示す概念図である。図1において、 $P_1$ は、送信点を示し、 $P_2$ は、受信点を示す。信号は、 $P_1$ から送信されて、領域内で次数に対応する回数の反射を介して、 $P_2$ で受信される。複数回の反射は、多重反射又は多重散乱と呼ばれる。

[0079] 本開示では、上記のような多重散乱を含む散乱の逆問題を解く方法、並びに、その方法を用いる映像化装置及び映像化方法について述べる。

[0080] 多重散乱の逆解析を行うため、領域の境界全体でのレーダ反射データが用いられる。2 次以上の多重散乱は、散乱場の偏微分方程式の 4 種類の基本解  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 、 $E_4$  の組み合わせ（合成）によって表現される。

[0081] 図 2 は、散乱場の方程式の 4 種類の基本解に対応する 4 種類の散乱形態を表す図である。散乱形態は、散乱モデルとも表現され得る。多重散乱は、これらの 4 種類の基本解（ $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ 、 $E_4$ ）の合成によって表現される。 $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  及び  $E_4$  に対応して  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  及び  $a_4$  というスペクトル空間の関数が導入される。これらを計測データから決定するため、2 つの後方散乱、及び、前方散乱の計測が行われる。

[0082] 3 次元領域での多重散乱の逆散乱解析は、困難な問題である。しかし、本開示は、散乱場理論を用いて逆散乱問題の解を提供する。

[0083] < I I 散乱場の理論 >

< I I - 1 単純な伝搬関数 >

波動の伝搬のヘルムホルツ方程式は、次式（2 - 1）で表現される。

[0084] [数34]

$$(\Delta_3 + k^2)\phi(x-\xi, y-\eta, z-\zeta, k) = 0$$

$$\cdots (2-1)$$

[0085] ここで、 $\phi$  は、（ $x$ 、 $y$ 、 $z$ ）の位置における振動の変位を示す未知関数である。 $\Delta_3$  は、3 次元のラプラス作用素を示す。 $k$  は、波数を示す。（ $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$ ）は、波源の位置を示す。

[0086]  $\phi$  を（ $x$ 、 $y$ 、 $t$ ）に関してフーリエ変換することで得られる式は、次式（2 - 2）のように表現される。

[0087] [数35]

$$\tilde{\phi}(k_x, k_y, z-\zeta, k) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i c k t} dt \int_{-\infty}^{\infty} e^{i k_y (y-\eta)} dy \int_{-\infty}^{\infty} e^{i k_x (x-\xi)} \phi(x-\xi, y-\eta, z-\zeta, t) dx$$

$$\cdots (2-2)$$

[0088] ここで、 $k_x$ は、 $x$ に関する波数を示す。 $k_y$ は、 $y$ に関する波数を示す。

式(2-1)は、式(2-3)及び式(2-4)のように変形される。

[0089] [数36]

$$\left\{ \partial_z^2 + (k^2 - k_x^2 - k_y^2) \right\} \tilde{\phi}(k_x, k_y, z, k) = 0$$

・・・(2-3)

[0090] [数37]

$$\begin{aligned} & \phi(x-\xi, y-\eta, z-\zeta, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \iint e^{-ik_y(y-\eta)} e^{-ik_x(x-\xi)} a(k_x, k_y, k) e^{\pm i(z-\zeta)\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} dk_x dk_y \\ & \dots (2-4) \end{aligned}$$

[0091] ここで、 $\partial_z^2$ は、 $z$ に関する2階偏微分を示す。 $a(k_x, k_y, k)$ は、 $(k_x, k_y, k)$ に関する関数である。

[0092] <11-2 散乱場の基本解>

図3は、グリーン関数の定義に関する概念図である。以下断らない限り、送信点と受信点とが同じ $x$ 座標を有する。送信点及び受信点が、それぞれ $r_1 = (x, y_1, z_1)$ 及び $r_2 = (x, y_2, z_2)$ である場合、グリーン関数が次式(2-5)のように定義される。

[0093] [数38]

$$G(r_1, r_2, \omega) = \iiint_D \phi(r_1 \rightarrow \xi \rightarrow r_2, \omega) d\xi$$

・・・(2-5)

[0094] この積分核の関数は、 $r_1$ から出て点 $\xi$ で反射して点 $r_2$ へ戻る波動の信号強度を示す。 $\omega$ は、角周波数である。このグリーン関数は、次式(2-6)のように新しい関数名を用いて具体化される。ここで、 $\varepsilon$ は、誘電率の関数である。

[0095]

[数39]

$$\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2) = \iint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

$$\rho_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y_1-\eta)^2 + (z_1-\zeta)^2}$$

$$\rho_2 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y_2-\eta)^2 + (z_2-\zeta)^2}$$

$$\dots (2-6)$$

[0096] 上記の  $\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2)$  は、次式 (2-7) のような散乱場の偏微分方程式の解である。

[0097] [数40]

$$\left[ \frac{1}{4} \Delta^2 - (ik)^2 \partial_x^2 - (\partial_{y_1}^2 + \partial_{z_1}^2)(\partial_{y_2}^2 + \partial_{z_2}^2) \right] \phi = 0$$

$$\dots (2-7)$$

[0098] 次に、式 (2-7) の解が検討される。まず、 $\phi$  を  $t, x, y_1, y_2$  について多重フーリエ変換して、式 (2-7) を変換することで、以下の式 (2-8) が得られる。ここで、 $D_{z_1}, D_{z_2}$  は、それぞれ、 $z_1, z_2$  に関する偏微分を示す。

[0099] [数41]

$$\{(D_{z_1}^2 + D_{z_2}^2 - k_x^2 - k_{y_1}^2 - k_{y_2}^2)^2 - 4k^2 k_x^2 - 4(D_{z_1}^2 - k_{y_1}^2)(D_{z_2}^2 - k_{y_2}^2)\} \tilde{\phi} = 0$$

$$\dots (2-8)$$

[0100] 式 (2-8) には、4つの解があり、次式 (2-9) のように表現される。

[0101] [数42]

$$E_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, z_1, z_2) = \exp\{i(s_1 + s_2)z\}$$

$$E_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, z_1, z_2) = \exp\{-i(s_1 + s_2)z\}$$

$$E_3(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, z_1, z_2) = \exp\{i(s_1 - s_2)z\}$$

$$E_4(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, z_1, z_2) = \exp\{i(-s_1 + s_2)z\}$$

$$\dots (2-9)$$

[0102] ここで、 $s_1, s_2$  は、次式 (2-10) のように表現される。

[0103]

[数43]

$$s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) = \frac{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} \sqrt{\left(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\right)^2 - k_x^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}$$

$$s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) = \frac{\sqrt{k^2 - k_{y_2}^2} \sqrt{\left(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\right)^2 - k_x^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}$$

$$\dots (2-10)$$

[0104] 式(2-9)の4つの基本解に対応する散乱は、図2に示した通りである。この4つの基本解のうち $E_3$ と $E_4$ とは、互いに時間的な逆行の関係を有し、独立ではない。したがって、 $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$ が、独立な基本解である。4つの基本解に対応する式(2-7)の4つの一般解は、次式(2-11)のように表現される。

[0105] [数44]

$$\phi_1(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})$$

$$\cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}$$

$$\phi_2(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})$$

$$\cdot e^{-i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{-i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}$$

$$\phi_3(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_3(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})$$

$$\cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{-i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}$$

$$\phi_4(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_4(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})$$

$$\cdot e^{-i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}$$

$$\dots (2-11)$$

[0106] 上記に示される式(2-11)の4つの一般解は、図2に示された4つの

1 次散乱モデルに対応する 4 つの散乱場関数とみなされ得る。多重散乱に対応する散乱場関数は、これらの 4 つの散乱場関数の合成に基づいて導出される。

[0107] < | | | 多重散乱 >

< | | | - 1 多重散乱の次数 >

多重散乱の次数は、図 1 に示した通りである。図 1 に示した各次数の多重散乱においても、散乱の起きる場所で様々に異なる幾何学的なバラエティが存在する。そして、散乱の起きる場所での入射及び散乱の各方向ベクトルの  $z$  座標成分の正負により、特性が異なる。入射及び散乱の各方向ベクトルの  $z$  座標成分の正負により特性が異なることは、| | 章の散乱場の基本解で説明されている。

[0108] < | | | - 2 多重散乱の散乱場理論を用いたアプローチの概要 >

図 4 は、散乱場の基本解の適用例を示す概念図である。具体的には、図 4 には、複数の基本解が適用される 3 次の散乱モデルが示されている。例えば、図 4 に示した 3 次の散乱モデルでは、散乱場の基本解  $E_1$  及び  $E_2$  が、それぞれ、破線内部の領域で用いられる。次式 (3 - 1) は、経路と基本解との関係を示す。

[0109] [数45]

$$\begin{aligned} P_1 &\rightarrow S_1 \rightarrow S_{2-} : E_1 \\ S_{2-} &\rightarrow S_2 \rightarrow S_{3-} : E_2 \\ S_{3-} &\rightarrow S_3 \rightarrow P_2 : E_1 \\ &\dots (3 - 1) \end{aligned}$$

[0110] 散乱点  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  は領域内の任意点であるが、幾何学的なルールを守るという条件が散乱点  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  等に課せられる。具体的には、図 4 において波動の伝搬を表す矢印で示される方向ベクトルの  $z$  座標成分の符号が維持される。さらに、 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $S_2$  及び  $S_3$  は、互いの  $x$  座標が等しいという条件のもとに計測面内で移動する。また、 $P_1$  と  $P_2$  とで、 $z$  座標が等しい。しかし、 $S_1$  に関しては  $x$  座標に関する制限がないと仮定される。

[0111] 図 5 は、波動の伝搬経路を示す図である。具体的には、図 5 には、基本解

$E_1$  及び  $E_2$  が用いられる場合において共通の送信点  $P_1$  及び共通の受信点  $P_2$  に対する複数の伝搬経路が示されている。これらの複数の伝搬経路は、上記の幾何学的な規則に対応している。

[0112]  $y$  軸上で計測された後方散乱振幅は、次式 (3-2) のように表現される。

[0113] [数46]

$$\begin{aligned} \Phi_1(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, k) = & G_1(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, k) \\ & + \iiint G_1(\mathbf{P}_1, \mathbf{S}_{2-}, k) \cdot G_2(\mathbf{S}_{2-}, \mathbf{S}_{3-}, k) \cdot G_1(\mathbf{S}_{3-}, \mathbf{P}_2, k) d\mathbf{S}_2 d\mathbf{S}_3 \\ & + \dots \\ & \dots (3-2) \end{aligned}$$

[0114] ここで、 $G$  (具体的には、 $G_1$  及び  $G_2$ ) は、グリーン関数で、次式 (3-3) のように定義される。

[0115] [数47]

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = & \iiint_D \varphi(\mathbf{r}_1 \rightarrow \xi \rightarrow \mathbf{r}_2, \omega) d\xi \\ & \dots (3-3) \end{aligned}$$

[0116] ここで、

[0117] [数48]

$$\varphi(\mathbf{r}_1 \rightarrow \xi \rightarrow \mathbf{r}_2, \omega)$$

は、 $\mathbf{r}_1$  から出て点  $\xi$  で反射して点  $\mathbf{r}_2$  へ戻る波動の信号強度を示す。グリーン関数についているサフィックス 1、2 は、基本解  $E_1$ 、 $E_2$  に対応している。多重散乱を考えない理論では式 (3-2) の右辺から第 2 項以降を無視して、次式 (3-4) の方程式が得られる。

[0118] [数49]

$$\begin{aligned} G_1(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, k) = & \Phi_1(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, k) \\ & \dots (3-4) \end{aligned}$$

[0119] 式 (2-11) の  $a_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$  が、この方程式からフーリエ変換により求まる。こうして求めた近似関数を式 (3-3) の右辺の積分記号の中へ代入することにより、多重散乱が考慮された  $G_1(P_1, P_2, k)$

が得られ、より正確な  $a_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$  が得られる。

[0120] ところで、式(3-2)の右辺には  $G_2(S_{2-}, S_{3-}, k)$  という新しい関数が含まれている。これを計測により求めるため、前述とは  $z$  の値が異なる面での計測結果が用いられる。 $\Phi_2(P_1, P_2, k)$  が、 $z$  の値が異なる面での計測結果を示す場合、次式(3-5)が成立する。

[0121] [数50]

$$G_2(P_1, P_2, k) = \Phi_2(P_1, P_2, k) \\ \dots (3-5)$$

[0122] これにより、式(3-2)からより正確な  $a_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$  が求まる。

[0123] <111-3 多重散乱における逆散乱問題の定式化>

(1) 2次の散乱

図6は、2次の散乱に関する散乱場の基本解の適用例を示す概念図である。2次の散乱は、図6に示すように、散乱場の方程式の基本解  $E_1$  と  $E_4$  とが  $S_{2-}$  で接続された形に対応する。 $S_{2-}$  は、限りなく  $S_2$  に近いと仮定されている。基本解  $E_3$ 、 $E_4$  では、 $S_{2-}$  から  $P_2$  へ直接伝搬する直接波が含まれないという条件が満たされている。

[0124] 2次の散乱の経路は、図6に示す経路と、図6の  $P_1$  と  $P_2$  とが入れ替わった経路(対称変換した経路)に限られる。基本解  $E_1$  と  $E_4$  とが図6のように適用され、次式(3-6)のように関数名が付けられる。

[0125] [数51]

$$P_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_{2-} : \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \zeta_{2-}, k) \\ S_{2-} \rightarrow S_2 \rightarrow P_2 : \phi_{S_{2-} S_2 P_2}(x, \eta_{2-}, y_2, \zeta_{2-}, z, k) \\ \dots (3-6)$$

[0126] ここで、 $(x, y_1, z)$  は、 $P_1$  の位置に対応し、 $(x, y_2, z)$  は、 $P_2$  の位置に対応し、 $(x, \eta_{2-}, \zeta_{2-})$  は、 $S_{2-}$  の位置に対応する。式(3-6)の具体的な式は、式(2-11)に従って、次式(3-7)のように表現される。

[0127] [数52]

$$\begin{aligned}
& \phi_{P_1 S_1 S_2}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \varsigma_{2-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-})} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})z} e^{is_2(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})\varsigma_{2-}} dk_x dk_{y_1} dk_{\eta_{2-}} \\
& \phi_{S_2- S_2 P_2}(x, \eta_{2-}, y_2, \varsigma_{2-}, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-} + k_{y_2} y_2)} a_4(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{-is_1(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{y_2})\varsigma_{2-}} e^{is_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{y_2})z} dk_x dk_{\eta_{2-}} dk_{y_2} \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-7)
\end{aligned}$$

[0128] 2次の多重散乱の経路  $P_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_{2-} \rightarrow S_2 \rightarrow P_2$  に対応した上記の関数の合成は、次式(3-8)のように表現される。

[0129] [数53]

$$\begin{aligned}
\Phi_2(x, y_1, y_2, z, k) &= \phi_{P_1 S_1 S_2}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \varsigma_{2-}, k) \phi_{S_2- S_2 P_2}(x, \eta_{2-}, y_2, \varsigma_{2-}, z, k) \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-8)
\end{aligned}$$

[0130] 式(3-8)に  $\eta_{2-} \rightarrow \eta$  及び  $\varsigma_{2-} \rightarrow \varsigma$  を適用し、点  $S_2$  の座標 ( $\eta$ 、 $\varsigma$ ) に関して積分することで、次式(3-9)が得られる。

[0131] [数54]

$$\begin{aligned}
\Psi_2(x, y_1, y_2, z, k) &= \iint \phi_{P_1 S_1 S_2}(x, y_1, \eta, z, \varsigma, k) \phi_{S_2- S_2 P_2}(x, \eta, y_2, \varsigma, z, k) d\eta d\varsigma \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-9)
\end{aligned}$$

[0132] 式(3-9)に式(3-7)を代入することで、次式(3-10)が得られる。なお、混乱を避けるため、次式(3-10)において、適宜、 $a$ 、 $b$ 、 $+$ 及び $-$ 等のサフィックスが変数に付与されている。

[0133]

[数55]

$$\begin{aligned}
& \Psi_2(x, y_1, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^6} \iiint \iiint \iiint e^{-i(k_{xa}x + k_{y1}y_1 + k_{\eta-}\eta)} a_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta-}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta-})z} e^{is_2(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta-})\zeta} dk_{xa} dk_{y1} dk_{\eta-} \\
&\quad \cdot e^{-i(k_{xb}x + k_{\eta+}\eta + k_{y2}y_2)} a_4(k_{xb}, k_{\eta+}, k_{y2}, k) \\
&\quad \cdot e^{-is_1(k_{xb}, k_{\eta+}, k_{y2})\zeta} e^{is_2(k_{xb}, k_{\eta+}, k_{y2})z} dk_{xb} dk_{\eta+} dk_{y2} d\eta d\zeta \\
&= \frac{1}{(2\pi)^4} \iiint \iiint e^{-i(k_{xa}x + k_{y1}y_1)} e^{-i(k_{xb}x + k_{y2}y_2)} \\
&\quad \cdot \delta(k_{\eta-} + k_{\eta+}) \delta(s_2(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta-}) - s_1(k_{xb}, k_{\eta+}, k_{y2})) \\
&\quad \cdot a_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta-}, k) a_4(k_{xb}, k_{\eta+}, k_{y2}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta-})z} e^{is_2(k_{xb}, k_{\eta+}, k_{y2})z} dk_{xa} dk_{xb} dk_{y1} dk_{y2} dk_{\eta-} dk_{\eta+} \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-10)
\end{aligned}$$

[0134] ここで、 $\delta$  は、デルタ関数を示す。式 (3-10) における  $\delta(k_{\eta-} + k_{\eta+})$  及び  $\delta(s_2(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta-}) - s_1(k_{xb}, k_{\eta+}, k_{y2}))$  は、接続点  $S_2$  において入力と出力とが一致していることに対応する。 $z=0$  において、式 (3-10) を  $(x, y_1, y_2)$  に関してフーリエ変換することにより、次式 (3-11) が得られる。

[0135] [数56]

$$\begin{aligned}
& \tilde{\Psi}_2(k_x, k'_{y1}, k'_{y2}, 0, k) \\
&= \iiint \Psi_2(x, y_1, y_2, z=0, k) e^{ik_x x} e^{ik'_{y1} y_1} e^{ik'_{y2} y_2} dx dy_1 dy_2 \\
&= \frac{1}{(2\pi)} \iiint a_1(k_{xa}, k'_{y1}, k_{\eta}, k) a_4(k_{xb}, -k_{\eta}, k'_{y2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \delta(s_2(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y2})) \\
&\quad \cdot dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-11)
\end{aligned}$$

[0136] (2) 3 次の散乱

3 次の散乱について散乱場の基本解が適用される例は、図4の通りである。図4を参照して次式 (3-12) のような散乱場関数が定義される。 $\eta$ 、 $\zeta$  に対するサフィックス 2-、3- は、それぞれ、点  $S_2$  の直前、点  $S_3$  の直前に対応している。

[0137] [数57]

$$\begin{aligned}
P_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_{2-} &: \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \zeta_{2-}, k) \\
S_{2-} \rightarrow S_2 \rightarrow S_{3-} &: \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \zeta_{2-}, \zeta_{3-}, k) \\
S_{3-} \rightarrow S_3 \rightarrow P_2 &: \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \zeta_{3-}, z, k) \\
&\dots (3-12)
\end{aligned}$$

[0138] 式(3-12)の右側の関数は、1次散乱の散乱場の一般解に対応し、次式(3-13)のような関数である。

[0139] [数58]

$$\begin{aligned}
&\phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \zeta_{2-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-})} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})z} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})\zeta_{2-}} dk_x dk_{y_1} dk_{\eta_{2-}} \\
&\phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \zeta_{2-}, \zeta_{3-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-} + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-})} a_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{-i s_1(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}})\zeta_{2-}} e^{-i s_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}})\zeta_{3-}} dk_x dk_{\eta_{2-}} dk_{\eta_{3-}} \\
&\phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \zeta_{3-}, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-} + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})\zeta_{3-}} e^{i s_2(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})z} dk_x dk_{\eta_{3-}} dk_{y_2} \\
&\dots (3-13)
\end{aligned}$$

[0140] 上記の式の合成は、3次の多重散乱の経路  $P_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow P_2$  に対応しており、次式(3-14)のように表現される。

[0141] [数59]

$$\begin{aligned}
&\Phi_3(x, y_1, y_2, z, k) \\
&= \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \zeta_{2-}, k) \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \zeta_{2-}, \zeta_{3-}, k) \\
&\quad \cdot \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \zeta_{3-}, z, k) \\
&\dots (3-14)
\end{aligned}$$

[0142] 式(3-14)に  $\eta_{2-} \rightarrow \eta_2$ 、 $\eta_{3-} \rightarrow \eta_3$ 、 $\zeta_{2-} \rightarrow \zeta_2$  及び  $\zeta_{3-} \rightarrow \zeta_3$  を適用し、 $S_2$ 、 $S_3$  点の座標  $(\eta_2, \zeta_2)$ 、 $(\eta_3, \zeta_3)$  に関して積分することにより、次式(3-15)が得られる。

[0143] [数60]

$$\begin{aligned}
& \Psi_3(x, y_1, y_2, z, k) \\
&= \iiint \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_2, z, \varsigma_2, k) \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_2, \eta_3, \varsigma_2, \varsigma_3, k) \\
&\quad \cdot \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \varsigma_{3-}, z, k) d\eta_2 d\varsigma_2 d\eta_3 d\varsigma_3 \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-15)
\end{aligned}$$

[0144] 上記のプロセスによって得られた関数は、 $P_1$ 、 $P_2$ から見た3次の散乱振幅を示す。式(3-13)を式(3-15)に代入することにより次式(3-16)が得られる。次式(3-16)では、積分記号の混乱を避けるため、適宜、波数 $k$ のサフィックスに対して、さらに、＋が追加されている。

[0145] [数61]

$$\begin{aligned}
& \Psi_3(x, y_1, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^9} \iiint \iiint \iiint \iiint \iiint e^{-i(k_{xa}x + k_{y1}y_1 + k_{\eta_{2-}}\eta_2)} a_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta_{2-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta_{2-}})z} e^{is_2(k_{xa}, k_{y1}, k_{\eta_{2-}})\varsigma_2} dk_{xa} dk_{y1} dk_{\eta_{2-}} \\
&\quad \cdot e^{-i(k_{xb}x + k_{\eta_{2+}}\eta_2 + k_{\eta_{3-}}\eta_3)} a_2(k_{xb}, k_{\eta_{2+}}, k_{\eta_{3-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{-is_1(k_{xb}, k_{\eta_{2+}}, k_{\eta_{3-}})\varsigma_2} e^{-is_2(k_{xb}, k_{\eta_{2+}}, k_{\eta_{3-}})\varsigma_3} dk_{xb} dk_{\eta_{2+}} dk_{\eta_{3-}} \\
&\quad \cdot e^{-i(k_{xc}x + k_{\eta_{3+}}\eta_3 + k_{y2}y_2)} a_1(k_{xc}, k_{\eta_{3+}}, k_{y2}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_{xc}, k_{\eta_{3+}}, k_{y2})\varsigma_3} e^{is_2(k_{xc}, k_{\eta_{3+}}, k_{y2})z} dk_{xc} dk_{\eta_{3+}} dk_{y2} d\eta_2 d\varsigma_2 d\eta_3 d\varsigma_3 \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-16)
\end{aligned}$$

[0146] 散乱場の理論において、次式(3-17)のような関係式がある。

[0147] [数62]

$$\begin{aligned}
& s_1(k_{xb}, k_{\eta_{1b}}, k_{\eta_{2b}}) + s_2(k_{xb}, k_{\eta_{1b}}, k_{\eta_{2b}}) = \sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{\eta_{1b}}^2} + \sqrt{k^2 - k_{\eta_{2b}}^2})^2 - k_{xb}^2} \\
& \cdot \cdot \cdot (3-17)
\end{aligned}$$

[0148] 式(3-16)の $\eta$ 、 $\varsigma$ に関する積分を実行することにより、次式(3-18)が得られる。

[0149]

[数63]

$$\begin{aligned}
& \Psi_3(x, y_1, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^9} \iiint \iiint \iiint \iiint \iiint e^{-i(k_{xa}x + k_{y1}y_1 + k_{y2}y_2)} a_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{y2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{y2})z} e^{i s_2(k_{xa}, k_{y1}, k_{y2})\zeta_2} dk_{xa} dk_{y1} dk_{y2} \\
&\quad \cdot e^{-i(k_{xb}x + k_{y2}y_2 + k_{y3}y_3)} a_2(k_{xb}, k_{y2}, k_{y3}, k) \\
&\quad \cdot e^{-i s_1(k_{xb}, k_{y2}, k_{y3})\zeta_2} e^{-i s_2(k_{xb}, k_{y2}, k_{y3})\zeta_3} dk_{xb} dk_{y2} dk_{y3} \\
&\quad \cdot e^{i(k_{xc}x + k_{y3}y_3 + k_{y2}y_2)} a_1(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2})\zeta_3} e^{i s_2(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2})z} dk_{xc} dk_{y3} dk_{y2} d\eta_2 d\zeta_2 d\eta_3 d\zeta_3 \\
&= \frac{1}{(2\pi)^5} \iiint \iiint \iiint e^{-i(k_{xa}x + k_{y1}y_1)} e^{-i(k_{xb}x)} e^{-i(k_{xc}x + k_{y2}y_2)} \\
&\quad \cdot a_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{y2}, k) a_2(k_{xb}, k_{y2}, k_{y3}, k) a_1(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{y2} + k_{y3}) \delta(k_{y3} + k_{y2}) \\
&\quad \cdot \delta(s_1(k_{xb}, k_{y2}, k_{y3}) - s_2(k_{xa}, k_{y1}, k_{y2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{y2}, k_{y3}) - s_1(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2})) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_{xa}, k_{y1}, k_{y2})z} e^{i s_2(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2})z} dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{y1} dk_{y2} dk_{y3} dk_{y2} dk_{y3} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^5} \iiint \iiint \iiint e^{-i(k_{xa}x + k_{y1}y_1)} e^{-i(k_{xb}x)} e^{-i(k_{xc}x + k_{y2}y_2)} \\
&\quad \cdot a_1(k_{xa}, k_{y1}, -k_{y2}, k) a_2(k_{xb}, k_{y2}, -k_{y3}, k) a_1(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(s_1(k_{xb}, k_{y2}, -k_{y3}) - s_2(k_{xa}, k_{y1}, -k_{y2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{y2}, -k_{y3}) - s_1(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2})) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_{xa}, k_{y1}, -k_{y2})z} e^{i s_2(k_{xc}, k_{y3}, k_{y2})z} dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{y1} dk_{y2} dk_{y3} dk_{y2} dk_{y3} \\
&\quad \cdot \dots (3-18)
\end{aligned}$$

[0150] ここで、 $\delta$  は、デルタ関数を示し、接続点において入力と出力とが一致していることに対応する。 $z=0$ において、式(3-18)を( $x, y_1, y_2$ )に関してフーリエ変換することにより、次式(3-19)が得られる。

[0151] [数64]

$$\begin{aligned}
& \tilde{\Psi}_3(k_x, k'_{y1}, k'_{y2}, 0, k) \\
&= \iiint \Psi_3(x, y_1, y_2, z=0, k) e^{ik_x x} e^{ik'_{y1} y_1} e^{ik'_{y2} y_2} dx dy_1 dy_2 \\
&= \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k'_{y1}, -k_{y2}, k) a_2(k_{xb}, k_{y2}, -k_{y3}, k) a_1(k_{xc}, k_{y3}, k'_{y2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{y2}, -k_{y3}) - s_2(k_{xa}, k'_{y1}, -k_{y2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{y2}, -k_{y3}) - s_1(k_{xc}, k_{y3}, k'_{y2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{y2} dk_{y3} \\
&\quad \cdot \dots (3-19)
\end{aligned}$$

[0152] 散乱場関数  $\Psi(x, y_1, y_2, z, k)$  は、多重散乱が考慮される場合、次式 (3-20) のように表現される。

[0153] [数65]

$$\begin{aligned}\Psi(x, y_1, y_2, z, k) &= \Psi_1(x, y_1, y_2, z, k) \\ &\quad + \Psi_2(x, y_1, y_2, z, k) \\ &\quad + \Psi_3(x, y_1, y_2, z, k) \\ &\quad + \dots \\ &\dots (3-20)\end{aligned}$$

[0154] ここで、 $\Psi_1$  は、1次散乱に対応する散乱場関数であり、 $\Psi_2$  は、2次散乱に対応する散乱場関数であり、 $\Psi_3$  は、3次散乱に対応する散乱場関数である。式 (2-11) 等に基づいて、次式 (3-21) が成立つ。

[0155] [数66]

$$\begin{aligned}\Psi_1(x, y_1, y_2, 0, k) &= \phi(x, y_1, y_2, 0, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\ &\dots (3-21)\end{aligned}$$

[0156] 例えば、式 (3-20) において右辺の第2項及び第4項以降が無視できる場合、式 (3-20) の全体をフーリエ変換することで、次式 (3-22) が得られる。

[0157] [数67]

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \\ &\quad \cdot \{\Psi_1(x, y_1, y_2, 0, k) + \Psi_3(x, y_1, y_2, 0, k)\} dx dy_1 dy_2 \\ &= a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ &\quad + \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \\ &\quad \cdot a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \\ &\quad \cdot \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\ &\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) \\ &\quad \cdot dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\ &\dots (3-22)\end{aligned}$$

[0158]  $z = 0$  における計測データ  $\Phi_1(k)$  を用いて、式 (3-22) の左辺が次式 (3-23) のように表現され得る。

[0159] [数68]

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k) &= \Phi_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ &\cdots (3-23) \end{aligned}$$

[0160] 式 (3-23) の右辺は境界面上での計測データである。したがって、式 (3-22) の左辺が決定される。よって、式 (3-22) は、 $a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$  及び  $a_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$  に関する通常の非線形積分方程式である。

[0161] 同様の式が、 $z = h$  で表現されるもう一つの境界面で得られる。この積分方程式は非線形ではあるがノイマン級数展開を用いて極めて容易に解が求まる。散乱の逆問題があたかも散乱の順方向問題を解くかのように解ける。

[0162] < | | | - 4 全モデルが考慮された逆散乱問題の基礎方程式 >

図7は、3次の散乱に関する4種類の散乱モデルを示す図である。具体的には、図7のD1、D2、D3及びD4は、3次の散乱に関する4種類の散乱モデルに対応する。散乱モデルは、散乱のダイアグラムとも表現され得る。図7において、基本解  $E_1 \sim E_4$  が適用される領域が破線で示されている。以下の式 (3-24)、式 (3-25) 式 (3-26)、式 (3-27) 及び式 (3-28) は、D1～D4の散乱場関数を示す。

[0163] [数69]

$$\begin{aligned} P_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_{2-} &: \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \zeta_{2-}, k) \\ S_{2-} \rightarrow S_2 \rightarrow S_{3-} &: \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \zeta_{2-}, \zeta_{3-}, k) \\ S_{3-} \rightarrow S_3 \rightarrow P_2 &: \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \zeta_{3-}, z, k) \\ &\cdots (3-24) \end{aligned}$$

[0164]

[数70]

[D1]

$$\begin{aligned}
& \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \varsigma_{2-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-})} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})z} e^{is_2(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})\varsigma_{2-}} dk_x dk_{y_1} dk_{\eta_{2-}} \\
& \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \varsigma_{2-}, \varsigma_{3-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-} + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-})} a_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{-is_1(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}})\varsigma_{2-}} e^{-is_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}})\varsigma_{3-}} dk_x dk_{\eta_{2-}} dk_{\eta_{3-}} \\
& \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \varsigma_{3-}, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-} + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})\varsigma_{3-}} e^{is_2(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})z} dk_x dk_{\eta_{3-}} dk_{y_2} \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-25)
\end{aligned}$$

[0165] [数71]

[D2]

$$\begin{aligned}
& \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \varsigma_{2-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-})} a_3(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})z} e^{-is_2(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})\varsigma_{2-}} dk_x dk_{y_1} dk_{\eta_{2-}} \\
& \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \varsigma_{2-}, \varsigma_{3-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-} + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-})} a_1(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{is_1(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}})\varsigma_{2-}} e^{is_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}})\varsigma_{3-}} dk_x dk_{\eta_{2-}} dk_{\eta_{3-}} \\
& \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \varsigma_{3-}, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-} + k_{y_2} y_2)} a_4(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{-is_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})\varsigma_{3-}} e^{is_2(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})z} dk_x dk_{\eta_{3-}} dk_{y_2} \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-26)
\end{aligned}$$

[0166]

[数72]

[D3]

$$\begin{aligned}
& \phi_{P_1 S_1 S_2-}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \zeta_{2-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-})} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})z} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}) \zeta_{2-}} dk_x dk_{y_1} dk_{\eta_{2-}} \\
& \phi_{S_2- S_2 S_3-}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \zeta_{2-}, \zeta_{3-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-} + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-})} a_4(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}) \zeta_{2-}} e^{i s_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}) \zeta_{3-}} dk_x dk_{\eta_{2-}} dk_{\eta_{3-}} \\
& \phi_{S_2 S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \zeta_{3-}, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-} + k_{y_2} y_2)} a_4(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{-i s_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2}) \zeta_{3-}} e^{i s_2(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})z} dk_x dk_{\eta_{3-}} dk_{y_2} \\
& \dots (3-27)
\end{aligned}$$

[0167] [数73]

[D4]

$$\begin{aligned}
& \phi_{P_1 S_1 S_2-}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \zeta_{2-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-})} a_3(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}})z} e^{-i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{\eta_{2-}}) \zeta_{2-}} dk_x dk_{y_1} dk_{\eta_{2-}} \\
& \phi_{S_2- S_2 S_3-}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \zeta_{2-}, \zeta_{3-}, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{2-}} \eta_{2-} + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-})} a_3(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}) \zeta_{2-}} e^{-i s_2(k_x, k_{\eta_{2-}}, k_{\eta_{3-}}) \zeta_{3-}} dk_x dk_{\eta_{2-}} dk_{\eta_{3-}} \\
& \phi_{S_2 S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \zeta_{3-}, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{\eta_{3-}} \eta_{3-} + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2}) \zeta_{3-}} e^{i s_2(k_x, k_{\eta_{3-}}, k_{y_2})z} dk_x dk_{\eta_{3-}} dk_{y_2} \\
& \dots (3-28)
\end{aligned}$$

[0168] 以上の式で、 $(\eta_{2-}, \zeta_{2-})$  と  $(\eta_{3-}, \zeta_{3-})$  とは、それぞれ、点  $S_2$  の直前と、点  $S_3$  の直前の点の座標を表す。

[0169] 上記の関数の合成は、3次の多重散乱の経路  $P_1 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow P_2$  に対応し、次式 (3-29) のように表現される。

[0170] [数74]

$$\begin{aligned}
& \Phi_3(x, y_1, y_2, z, k) \\
& = \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_{2-}, z, \varsigma_{2-}, k) \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_{2-}, \eta_{3-}, \varsigma_{2-}, \varsigma_{3-}, k) \\
& \quad \cdot \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_{3-}, y_2, \varsigma_{3-}, z, k) \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-29)
\end{aligned}$$

[0171] 式(3-29)に $\eta_{2-} \rightarrow \eta_2$ 、 $\eta_{3-} \rightarrow \eta_3$ 、 $\varsigma_{2-} \rightarrow \varsigma_2$ 及び $\varsigma_{3-} \rightarrow \varsigma_3$ を適用し、点 $S_2$ 、 $S_3$ の座標 $(\eta_2, \varsigma_2)$ 、 $(\eta_3, \varsigma_3)$ に関して積分することにより、次式(3-30)が得られる。

[0172] [数75]

$$\begin{aligned}
& \Psi_3(x, y_1, y_2, z, k) \\
& = \iiint \phi_{P_1 S_1 S_{2-}}(x, y_1, \eta_2, z, \varsigma_2, k) \phi_{S_{2-} S_2 S_{3-}}(x, \eta_2, \eta_3, \varsigma_2, \varsigma_3, k) \\
& \quad \cdot \phi_{S_{3-} S_3 P_2}(x, \eta_3, y_2, \varsigma_3, z, k) d\eta_2 d\varsigma_2 d\eta_3 d\varsigma_3 \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-30)
\end{aligned}$$

[0173] 式(3-30)の $(\eta_2, \varsigma_2)$ 、 $(\eta_3, \varsigma_3)$ に関する積分を実行し、その結果を $z=0$ において $(x, y_1, y_2)$ に関してフーリエ変換することにより、式(3-31)、式(3-32)、式(3-33)および式(3-34)が得られる。

[0174] [数76]

$$\begin{aligned}
& [D1] \\
& \tilde{\Psi}_3(k_x, k'_{y_1}, k'_{y_2}, 0, k) \\
& = \iiint \Psi_3(x, y_1, y_2, z=0, k) e^{ik_x x} e^{ik'_{y_1} y_1} e^{ik'_{y_2} y_2} dx dy_1 dy_2 \\
& = \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \int a_1(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-31)
\end{aligned}$$

[0175]

[数77]

$$\begin{aligned}
& [D2] \\
& \tilde{\Psi}_3(k_x, k'_{y_1}, k'_{y_2}, 0, k) \\
& = \iiint \Psi_3(x, y_1, y_2, z=0, k) e^{ik_x x} e^{ik'_{y_1} y_1} e^{ik'_{y_2} y_2} dx dy_1 dy_2 \\
& = \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \int a_3(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-32)
\end{aligned}$$

[0176] [数78]

$$\begin{aligned}
& [D3] \\
& \tilde{\Psi}_3(k_x, k'_{y_1}, k'_{y_2}, 0, k) \\
& = \iiint \Psi_3(x, y_1, y_2, z=0, k) e^{ik_x x} e^{ik'_{y_1} y_1} e^{ik'_{y_2} y_2} dx dy_1 dy_2 \\
& = \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \int a_1(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_4(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-33)
\end{aligned}$$

[0177] [数79]

$$\begin{aligned}
& [D4] \\
& \tilde{\Psi}_3(k_x, k'_{y_1}, k'_{y_2}, 0, k) \\
& = \iiint \Psi_3(x, y_1, y_2, z=0, k) e^{ik_x x} e^{ik'_{y_1} y_1} e^{ik'_{y_2} y_2} dx dy_1 dy_2 \\
& = \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \int a_3(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_3(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k'_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& \quad \cdot \cdot \cdot (3-34)
\end{aligned}$$

[0178] &lt;111-5 多重散乱における逆散乱問題の積分方程式&gt;

散乱場関数  $\Psi(x, y_1, y_2, z, k)$  は、多重散乱が考慮される場合、次式 (3-35) のように表現される。

[0179] [数80]

$$\begin{aligned} & \Psi(x, y_1, y_2, z, k) \\ &= \Psi_1(x, y_1, y_2, z, k) + \Psi_2(x, y_1, y_2, z, k) + \Psi_3(x, y_1, y_2, z, k) + \cdots \\ & \quad \cdot \cdot \cdot (3-35) \end{aligned}$$

[0180]  $z=0$ において式(3-35)の全体をフーリエ変換することで、式(3-36)及び式(3-37)が得られる。

[0181] [数81]

$$\begin{aligned} & \tilde{\Psi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \\ & \quad \cdot \{ \Psi_1(x, y_1, y_2, 0, k) + \Psi_2(x, y_1, y_2, 0, k) + \Psi_3(x, y_1, y_2, 0, k) + \cdots \} \\ & \quad \cdot dx dy_1 dy_2 \\ & \quad \cdot \cdot \cdot (3-36) \end{aligned}$$

[0182]

[数82]

$$\begin{aligned}
& \tilde{\Psi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k) \\
& = a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& + \frac{1}{(2\pi)} \iiint a_1(k_{xa}, k'_{y_1}, k_{\eta}, k) a_4(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
& + \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k'_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& + \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& + \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_4(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& + \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_3(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& + O(a^4) \\
& \dots (3-37)
\end{aligned}$$

[0183] ここで、

[0184] [数83]

$$\tilde{\Psi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k)$$

は、 $z = 0$ におけるマルチスタティックレーダの計測値である。したがって、この式(3-37)は、 $a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ 、 $a_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ 、 $a_3(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ 、及び、 $a_4(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ に関する積分方程式である。

[0185] この多重散乱項を含む積分方程式を解くため、2つの $z = \text{const}$ 平面

での計測値が用いられる。その計測値を基にこの積分方程式を解くことは極めて容易である。結果はノイマン級数の形で得られる。なお、式（3-37）における  $O(a^4)$  は、4 次以上の散乱に対応する項であり、省略されてもよい。

[0186] <III-6 多重散乱における逆散乱問題の積分方程式の解>

図 8 は、4 種類の計測データの定義を示す図である。つまり、マルチステティック散乱トモグラフィの 4 種類の計測データが図 8 のように定義される。式（3-31）、（3-32）、（3-33）及び（3-34）等から、次式（3-38）が成立する。

[0187] [数84]

$$\begin{aligned}\Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \tilde{\Psi}_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k) \\ \Phi_{22}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \tilde{\Psi}_{22}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, h, k) \\ \Phi_{12}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \tilde{\Psi}_{12}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, h, k) \\ \Phi_{21}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \tilde{\Psi}_{21}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k) \\ &\dots (3-38)\end{aligned}$$

[0188] なお、式（3-38）における 4 つの等式の右辺は、4 種類の計測方法に対応する多重散乱の 4 種類の散乱場関数をフーリエ変換することで得られる 4 種類の関数を表す。

[0189] 式（3-37）から多重散乱が考慮されない場合の  $a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$  が求まる。以下において、多重散乱が考慮されない解には、サフィックス “0” が付けられる。図 8 における 4 種類の計測データに対応して次式（3-39）のような結果が得られる。

[0190] [数85]

$$\begin{aligned}a_{1,0}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ a_{2,0}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \Phi_{22}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ a_{3,0}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \Phi_{12}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ a_{4,0}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \Phi_{21}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ &\dots (3-39)\end{aligned}$$

[0191]  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  及び  $a_4$  を散乱の次数に対応する級数に展開することにより

、次式（３－４０）が得られる。なお、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ に、散乱の次数に関連するサフィックスが付けられている。

[0192] [数86]

$$\begin{aligned}
 & a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
 & = \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{1,1}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{1,2}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + \dots \\
 & a_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
 & = \Phi_{22}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{2,1}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{2,2}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + \dots \\
 & a_3(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
 & = \Phi_{12}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{3,1}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{3,2}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + \dots \\
 & a_4(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
 & = \Phi_{21}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{4,1}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + a_{4,2}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) + \dots \\
 & \dots (3-40)
 \end{aligned}$$

[0193] 式（３－３７）へ式（３－３８）によって表現される計測データを代入することにより、次式（３－４１）が得られる。

[0194]

[数87]

$$\begin{aligned}
& \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&= a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) a_4(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_4(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_3(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ O(a^4) \\
&\dots (3-41)
\end{aligned}$$

[0195] この式 (3-41) から、2次の散乱に関連する  $a_{1,1}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$  を計測データのみを用いて表現することが可能である。他の  $a_{2,1}$ 、 $a_{3,1}$ 、 $a_{4,1}$  に関しても同様の方程式が求まる。

[0196] 式 (3-40) を式 (3-41) へ代入し積分記号の中では0次項のみを残すと次式 (3-42) が得られる。

[0197]

[数88]

$$\begin{aligned}
& \alpha_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& = \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& - \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_\eta, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_\eta, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_\eta) - s_1(k_{xb}, -k_\eta, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_\eta \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& + \dots \dots \dots \\
& \cdot \cdot \cdot (3-42)
\end{aligned}$$

[0198] なお、式(3-42)の「+・・・」は、4次以上の散乱に対応する項を表しており、省略されてもよい。式(3-42)を整理することにより、次式(3-43)が得られる。

[0199]

[数89]

$$\begin{aligned}
& a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& = \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& - \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint \left\{ \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \right. \\
& \quad + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad + \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \left. \right\} \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& \quad \cdot \dots (3-43)
\end{aligned}$$

[0200] 式(3-43)における $a_1$ は、1次散乱、2次散乱及び3次散乱に対応する。具体的には、計測データから2次散乱及び3次散乱の影響を取り除いて、 $a_1$ が導出されている。同様の手順で、より高次の散乱に対応する $a_1$ が導出されてもよい。また、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ も、同様の手順で導出され得る。散乱場方程式の一般解は、 $a_1$ を用いて、次式(3-44)のように表現される。

[0201] [数90]

$$\begin{aligned}
& \phi_1(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\
& = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\
& \quad \cdot \dots (3-44)
\end{aligned}$$

[0202] 映像化関数 $\rho(x, y, z)$ は、上記の式(3-44)における $\phi_1$ を用いて、次式(3-45)のように表現される。

[0203]

[数91]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

・・・(3-45)

[0204] この映像化関数は、多重散乱の影響が除去された関数であって、非線形の場合の散乱の逆問題に陽的に解を与える関数である。

[0205] 式(3-41)は、以下の式(3-46)のように一般化されてもよい。  
そして、式(3-46)が、式(3-41)として用いられてもよい。

[0206] [数92]

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & a_{m_1} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^1} \int_{f_2} [a_{m_1} a_{m_2}] d\mathbb{k}_{f_2} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{f_3} [a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3}] d\mathbb{k}_{f_3} \\ & + \dots \\ & + \frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int_{f_L} [a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3} \dots a_{m_L}] d\mathbb{k}_{f_L} \end{aligned}$$

・・・(3-46)

[0207] ここで、 $a_{m_1}$ 、 $a_{m_2}$ 、 $a_{m_3}$ 、・・・、 $a_{m_L}$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、4つの散乱形態に関する解析解の $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ に対応する。また、 $f_2$ 、 $f_3$ 、・・・、 $f_L$ は、それぞれ、2回、3回、・・・、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2個、3個、・・・、 $L$ 個の変数の積を示す。

[0208] また、

[0209] [数93]

$$\mathbb{k}_{f_2}, \mathbb{k}_{f_3}, \dots, \mathbb{k}_{f_L}$$

は、 $f_2$ 、 $f_3$ 、・・・、 $f_L$ の括弧内の2個、3個、・・・、 $L$ 個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示す。

[0210] また、式(3-42)は、以下の式(3-47)のように一般化されても

よい。そして、式（3-47）が、式（3-42）として用いられてもよい。

[0211] [数94]

$$\begin{aligned}
 a_m = & \Phi_{ij} \\
 & - \frac{1}{(2\pi)^1} \int g_2 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \right] d\mathbb{k}_{g_2} \\
 & - \frac{1}{(2\pi)^2} \int g_3 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \right] d\mathbb{k}_{g_3} \\
 & - \dots \\
 & - \frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int g_L \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \dots \Phi_{m_L n_L} \right] d\mathbb{k}_{g_L} \\
 & \dots (3-47)
 \end{aligned}$$

[0212] ここで、 $a_m$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、4つの散乱形態に関する解析解の $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ に対応する。また、 $\Phi_{m_1 n_1}$ 、 $\Phi_{m_2 n_2}$ 、 $\Phi_{m_3 n_3}$ 、 $\dots$ 、 $\Phi_{m_L n_L}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、4つの散乱形態に関する計測データに対応する。また、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ は、それぞれ、波動の送信から受信までに適用される2回、3回、 $\dots$ 、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数の積を示す。

[0213] また、

[0214] [数95]

$$\mathbb{k}_{g_2}, \mathbb{k}_{g_3}, \dots, \mathbb{k}_{g_L}$$

は、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ の括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示す。

[0215] また、散乱場関数は、以下の式（3-48）のように、一般化されてもよい。

[0216]

[数96]

$$\begin{aligned} \phi_m(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_m(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\ m = 1, 2, 3, 4 \\ \cdot \cdot \cdot (3 - 48) \end{aligned}$$

[0217] また、映像化関数は、以下の式（3-49）のように、一般化されてもよい。

[0218] [数97]

$$\begin{aligned} \rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m(x, y, z, k) e^{-ickt} dk \right] \\ \cdot \cdot \cdot (3 - 49) \end{aligned}$$

[0219] < I V 映像化装置の構成及び動作 >

上述された内容に基づいて、以下に、波動を用いて領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化する映像化装置の構成及び動作を示す。

[0220] ここで、波動は、例えば、電波であり、マイクロ波、ミリ波又はテラヘルツ波等であってもよい。また、波動として光又は音等が用いられてもよい。領域内の物体は、生体、製造物又は自然素材などであってもよい。特に、映像化装置がマンモグラフィに用いられてもよく、物体は、乳房であってもよい。

[0221] また、領域内の物体に含まれる散乱体は、周辺の媒質の物理特性とは異なる物理特性を有する部分に対応する。具体的には、この物理特性は、波動の反射率に対応する物理特性である。波動として電波が用いられる場合、物理特性は誘電率であってもよい。そして、物体に含まれる散乱体は、鉄筋コンクリートに含まれる鉄筋、又は、乳房に含まれる腫瘍等であってもよい。また、計測対象の領域は、物体の領域と同等であってもよい。

[0222] 図9は、本実施の形態における映像化装置の基本構成図である。図9に示された映像化装置100は、複数の送信器101、複数の受信器102及び

情報処理回路 103 を備える。また、映像化装置 100 は、ディスプレイ 104 を備えていてもよい。

[0223] 複数の送信器 101 のそれぞれは、波動を送信する回路である。具体的には、複数の送信器 101 は、順次、波動を送信する。複数の送信器 101 は、計測対象の領域の両側に配置される。

[0224] 複数の受信器 102 のそれぞれは、波動を受信する回路である。複数の受信器 102 は、同時に並行して、波動を受信してもよい。複数の受信器 102 は、複数の送信器 101 と同様に、計測対象の領域の両側に配置される。また、複数の受信器 102 は、複数の送信器 101 と実質的に同じ位置に配置されてもよいし、複数の送信器 101 とは異なる位置に配置されてもよい。

[0225] また、送信器 101 と受信器 102 とは、マルチスタティックアンテナを構成していてもよいし、モノスタティックアンテナを構成していてもよい。

[0226] 情報処理回路 103 は、情報処理を行う回路である。具体的には、情報処理回路 103 は、複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 によって得られる計測データに基づいて、領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を可視化する。例えば、情報処理回路 103 は、計測データに基づいて散乱体の 3 次元構造を可視化する際に、上述された理論に示される演算処理を行う。

[0227] また、情報処理回路 103 は、コンピュータ、又は、コンピュータのプロセッサであってもよい。情報処理回路 103 は、メモリからプログラムを読み出し、プログラムを実行することにより情報処理を行ってもよい。また、情報処理回路 103 は、計測データに基づいて、散乱体の 3 次元構造を可視化する専用回路であってもよい。

[0228] また、情報処理回路 103 は、散乱体の 3 次元構造を可視化するため、散乱体の 3 次元構造を示す画像を生成してもよい。

[0229] そして、情報処理回路 103 は、散乱体の 3 次元構造を示す画像をディスプレイ 104 等に出力することにより、散乱体の 3 次元構造を可視化しても

よい。あるいは、情報処理回路103は、散乱体の3次元構造を示す画像をプリンタ（図示せず）に出力することにより、散乱体の3次元構造を可視化してもよい。あるいは、情報処理回路103は、有線又は無線の通信によって画像を電子データとして他の装置（図示せず）に送信することにより、散乱体の3次元構造を可視化してもよい。

[0230] ディスプレイ104は、液晶ディスプレイ等のディスプレイ装置である。なお、ディスプレイ104は、任意の構成要素であって、必須の構成要素ではない。また、ディスプレイ104は、映像化装置100を構成しない外部の装置であってもよい。

[0231] 図10は、複数の送信器101と複数の受信器102と領域との関係の例を示す概念図である。図10のように、複数の送信器101は、計測対象の領域の両側に配置される。同様に、複数の受信器102は、計測対象の領域の両側に配置される。複数の送信器101及び複数の受信器102は、2つの計測面のそれぞれにおいて2次元状に配置されていてもよい。あるいは、2つの計測面のそれぞれにおいて配置された送信器101及び受信器102が移動することで、複数の送信位置及び複数の受信位置で送信及び受信が行われてもよい。

[0232] 図11は、複数の送信器101と複数の受信器102と領域との関係の変形例を示す概念図である。図11のように、複数の送信器101及び複数の受信器102は、領域の両側のそれぞれにおいて、曲面上に配置されてもよい。

[0233] 図12は、図9に示された映像化装置100の基本動作を示すフローチャートである。具体的には、図9に示された映像化装置100の複数の送信器101、複数の受信器102及び情報処理回路103が、図10に示された動作を行う。

[0234] まず、複数の送信器101は、計測対象の領域へ波動を送信する（S101）。例えば、複数の送信器101は、順次波動を送信する。また、複数の受信器102は、計測対象の領域から波動を受信する（S102）。例えば

、複数の受信器 102 は、並行して波動を受信する。受信される波動は、散乱波とも表現され得る。そして、情報処理回路 103 は、複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 によって得られる計測データを用いて、領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を可視化する (S103)。

[0235] 具体的には、情報処理回路 103 は、計測データと、多重散乱を構成する複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けに従って、前記波動の散乱に関する散乱場関数に対応する映像化関数を導出する。そして、情報処理回路 103 は、映像化関数を用いて領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を可視化する。

[0236] これにより、映像化装置 100 は、領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を可視化するための映像化関数の導出に、計測データと、複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けを適用することができる。多重散乱は、複数の一次散乱の組み合わせであると想定される。したがって、映像化装置 100 は、この対応付けに従って、多重散乱を含む散乱の逆問題を解析的に解くことができる。したがって、映像化装置 100 は、領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0237] 例えば、情報処理回路 103 は、散乱場関数の方程式を計測データに基づいて解くことにより、散乱場関数に対応する映像化関数を導出してもよい。また、散乱場関数は、

[0238] [数98]

$$\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) = \iint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

で表現されてもよい。

[0239] ここで、 $(x, y_1, z_1)$  は、波動の送信位置を示し、 $(x, y_2, z_2)$  は、波動の受信位置を示し、 $k$  は、波動の波数を示し、 $D$  は、領域を示し、 $(\xi, \eta, \zeta)$  は、波動の反射位置に対応し、 $\varepsilon$  は、反射位置における未知の反射率に対応する。また、 $\rho_1$  は、送信位置から反射位置までの距離を示し、 $\rho_2$  は、反射位置から受信位置までの距離を示す。

[0240] また、散乱場関数の方程式は、

[0241] [数99]

$$\left[ \frac{1}{4} \Delta_5^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \partial_x^2 - (\partial_{y_1}^2 + \partial_{z_1}^2)(\partial_{y_2}^2 + \partial_{z_2}^2) \right] \phi = 0$$

で表現されてもよい。ここで、 $\Delta_5$ は、 $x$ 、 $y_1$ 、 $y_2$ 、 $z_1$ 及び $z_2$ に関するラプラス作用素を示し、 $c$ は、波動の伝搬速度を示し、 $t$ は、波動の送信から受信までの時間を示す。

[0242] これにより、映像化装置100は、散乱の現象に対応付けられた散乱場関数、及び、散乱場関数が満たす方程式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0243] また、例えば、情報処理回路103は、計測データに基づいて方程式の解析解を導出してもよい。そして、情報処理回路103は、解析解に基づいて映像化関数を導出してもよい。解析解は、

[0244] [数100]

$$\begin{aligned} & \phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{is_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})z_1} e^{is_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \end{aligned}$$

で表現されてもよい。

[0245] ここで、 $k_x$ 、 $k_{y_1}$ 及び $k_{y_2}$ は、散乱場関数の $x$ 、 $y_1$ 及び $y_2$ に関する波数を示す。また、 $a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ は、 $k_x$ 、 $k_{y_1}$ 、 $k_{y_2}$ 及び $k$ に基づく関数を示し、 $s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})$ は、 $k_x$ 、 $k_{y_1}$ 及び $k_{y_2}$ に基づく関数を示し、 $s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2})$ は、 $k_x$ 、 $k_{y_1}$ 及び $k_{y_2}$ に基づく関数を示す。

[0246] これにより、映像化装置100は、散乱の現象に対応付けられた散乱場関数が満たす方程式の解析解に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0247] また、例えば、映像化関数は、

[0248]

[数101]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

で表現されてもよい。ここで、(x、y、z)は、映像化対象位置を示す。

[0249] これにより、映像化装置100は、散乱場関数に適切に対応付けられた映像化関数に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0250] また、例えば、多重散乱は、前記散乱場関数の方程式の4つの基本解に対応するスペクトル空間の4つの関数を用いて表現されてもよい。また、計測データと4つの関数との関係は、非線形積分方程式で表現されてもよい。そして、情報処理回路103は、計測データから、非線形積分方程式に従って、4つの関数を導出してもよい。そして、情報処理回路103は、4つの関数を用いて散乱場関数に対応する映像化関数を導出してもよい。

[0251] これにより、映像化装置100は、多重散乱を表現する関係式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0252] 例えば、計測データは、

[0253] [数102]

$$\Phi_{ij}$$

$i, j = 1, 2$

で表現されてもよい。ここで、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する計測データに対応する。

[0254] そして、情報処理回路103は、

[0255]

[数103]

$$\begin{aligned}
\Phi_{ij} = & a_{m_1} \\
& + \frac{1}{(2\pi)^1} \int f_2 \left[ a_{m_1} a_{m_2} \right] d\mathbb{k}_{f_2} \\
& + \frac{1}{(2\pi)^2} \int f_3 \left[ a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3} \right] d\mathbb{k}_{f_3} \\
& + \cdots \\
& + \frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int f_L \left[ a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3} \cdots a_{m_L} \right] d\mathbb{k}_{f_L}
\end{aligned}$$

$i, j=1, 2 \quad m_1=1, 2, 3, 4$   
 $m_1, m_2=1, 2, 3, 4$   
 $m_1, m_2, m_3=1, 2, 3, 4$   
 $m_1, m_2, m_3, \dots, m_L=1, 2, 3, 4$

を用いて、多重散乱の影響が除去された

[0256] [数104]

$$a_{m_1}$$

$m_1=1, 2, 3, 4$

を導出してもよい。

[0257] ここで、 $a_{m_1}$ 、 $a_{m_2}$ 、 $a_{m_3}$ 、 $\dots$ 、 $a_{m_L}$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、4つの散乱形態に関する解析解の $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ に対応する。また、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $\dots$ 、 $f_L$ は、それぞれ、波動の送信から受信までに適用される2回、3回、 $\dots$ 、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数の積を示す。また、

[0258] [数105]

$$\mathbb{k}_{f_2}, \mathbb{k}_{f_3}, \dots, \mathbb{k}_{f_L}$$

は、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $\dots$ 、 $f_L$ の括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示す。

[0259] そして、情報処理回路103は、

[0260] [数106]

$$\begin{aligned}
& \phi_{m_1}(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\
& = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_1 x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a_{m_1}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\
& \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_2} dk_x dk_{y1} dk_{y2}
\end{aligned}$$

$m_1=1, 2, 3, 4$

を散乱場関数として用いて、

[0261] [数107]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{m_1}(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を映像化関数として導出してもよい。

[0262] これにより、映像化装置100は、多重散乱の理論に基づく式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0263] また、例えば、計測データは、

[0264] [数108]

$$\Phi_{ij} \\ i, j = 1, 2$$

で表現される。ここで、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する計測データに対応する。

[0265] そして、情報処理回路103は、

[0266] [数109]

$$\begin{aligned} a_m &= \Phi_{ij} \\ m=1,2,3,4 \quad ij=1,2 \\ &- \frac{1}{(2\pi)^1} \int g_2 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \right] d\mathbf{k}_{g_2} \\ &\quad m_1, n_1 = 1, 2 \\ &\quad m_2, n_2 = 1, 2 \\ &- \frac{1}{(2\pi)^2} \int g_3 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \right] d\mathbf{k}_{g_3} \\ &\quad m_1, n_1 = 1, 2 \\ &\quad m_2, n_2 = 1, 2 \\ &\quad m_3, n_3 = 1, 2 \\ &- \dots \\ &- \frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int g_L \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \dots \Phi_{m_L n_L} \right] d\mathbf{k}_{g_L} \\ &\quad m_1, n_1 = 1, 2 \\ &\quad m_2, n_2 = 1, 2 \\ &\quad m_3, n_3 = 1, 2 \\ &\quad \dots \\ &\quad m_L, n_L = 1, 2 \end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された

[0267]

[数110]

$$a_m$$

$m=1,2,3,4$

を導出してもよい。

[0268] ここで、 $a_m$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、4つの散乱形態に関する解析解の $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ に対応する。また、 $\Phi_{m1n1}$ 、 $\Phi_{m2n2}$ 、 $\Phi_{m3n3}$ 、 $\dots$ 、 $\Phi_{mLnL}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、4つの散乱形態に関する計測データに対応する。また、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ は、それぞれ、波動の送信から受信までに適用される2回、3回、 $\dots$ 、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数の積を示す。

[0269] また、

[0270] [数111]

$$k_{g_2}, k_{g_3}, \dots, k_{g_L}$$

は、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ の括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示す。

[0271] そして、情報処理回路103は、

[0272] [数112]

$$\begin{aligned} & \phi_m(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a_m(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ & \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_2} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \\ & \quad m=1,2,3,4 \end{aligned}$$

を散乱場関数として用いて、

[0273] [数113]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m(x, y, y, z, z, k) e^{-i c k t} dk \right]$$

を映像化関数として導出してもよい。

[0274] これにより、映像化装置100は、多重散乱の理論に基づいて計測データ

が適切に対応付けられた式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の３次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0275] また、例えば、計測データは、

[0276] [数114]

$$\Phi_{ij} \\ i,j=1,2$$

で表現される。ここで、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、２方向に対応する２つの前方散乱と２方向に対応する２つの後方散乱との４つの散乱形態に関する計測データに対応する。

[0277] そして、情報処理回路１０３は、

[0278]

[数115]

$$\begin{aligned}
& \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&= a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&+ \frac{1}{(2\pi)} \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) a_4(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_4(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_3(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ O(a^4)
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された  $a_1$  を導出してもよい。

[0279] ここで、 $\delta$  は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$  は、 $k_x$  に対応する変数であり、 $k_{\eta}$  及び  $k_{\eta_2}$  は、 $k_{y_1}$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$  は、 $k_{y_2}$  に対応する変数であり、 $O(a^4)$  は、4 次以上の散乱に対応する項である。

[0280] そして、情報処理回路 103 は、

[0281]

[数116]

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \end{aligned}$$

を散乱場関数として用いて、

[0282] [数117]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を映像化関数として導出してもよい。

[0283] これにより、映像化装置100は、多重散乱の理論に基づいて散乱の現象が具体的に表現された式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0284] また、例えば、計測データは、

[0285] [数118]

$$\Phi_{ij} \quad i, j=1, 2$$

で表現される。ここで、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する計測データに対応する。

[0286] そして、情報処理回路103は、

[0287]

[数119]

$$\begin{aligned}
& a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& = \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& - \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
& \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3}
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された  $a_1$  を導出してもよい。

[0288] ここで、 $\delta$  は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$  は、 $k_x$  に対応する変数であり、 $k_{\eta}$  及び  $k_{\eta_2}$  は、 $k_{y_1}$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$  は、 $k_{y_2}$  に対応する変数である。

[0289] そして、情報処理回路 103 は、

[0290] [数120]

$$\begin{aligned}
& \phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\
& = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}
\end{aligned}$$

を散乱場関数として用いて、

[0291] [数121]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x, y, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を映像化関数として導出してもよい。

[0292] これにより、映像化装置 100 は、多重散乱の理論に基づいて散乱の現象が具体的に表現され、かつ、計測データが適切に対応付けられた式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0293] また、例えば、計測データは、

[0294] [数122]

$$\Phi_{ij} \\ i, j=1, 2$$

で表現される。ここで、 $\Phi_{ij}$  で表現される  $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$  及び  $\Phi_{22}$  は、2 方向に対応する 2 つの前方散乱と 2 方向に対応する 2 つの後方散乱との 4 つの散乱形態に関する計測データに対応する。

[0295] そして、情報処理回路 103 は、

[0296] [数123]

$$\begin{aligned} & a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ &= \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ & - \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\ & \quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\ & - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \left\{ \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \right. \\ & \quad + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\ & \quad + \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\ & \quad \left. + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \right\} \\ & \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\ & \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された  $a_1$  を導出してもよい。 $\delta$  は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$  は、 $k_x$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_1}$  及び  $k_{\eta_2}$  は、 $k_{y_1}$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$  は、 $k_{y_2}$  に対応する変数である。

[0297] そして、情報処理回路 103 は、

[0298] [数124]

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \end{aligned}$$

を散乱場関数として用いて、

[0299] [数125]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を映像化関数として導出してもよい。

[0300] これにより、映像化装置 100 は、多重散乱の理論に基づいて整理された式に従って、領域内の物体に含まれる散乱体の 3 次元構造を高い正確度で可視化することができる。

[0301] また、例えば、散乱場関数は、波動の送信位置及び波動の受信位置が入力されて受信位置における波動を示す値が出力される関数として定められてもよい。また、映像化関数は、送信位置及び前記受信位置として映像化対象位置を散乱場関数に入力することで散乱場関数から出力される値に基づいて定められてもよい。情報処理回路 103 は、計測データを境界条件として用いて、散乱場関数を導出し、散乱場関数を用いて、映像化関数を導出してもよい。

[0302] また、例えば、上記の基本構成及び基本動作において示された複数の送信器 101、複数の受信器 102、情報処理回路 103、散乱場関数及び映像化関数等には、本実施の形態において示された他の構成要素、式及び変数等が適宜適用され得る。

- [0303] また、本実施の形態において示された散乱場関数及び映像化関数等は、適宜変形して適用されてもよい。例えば、上述された数式と実質的に同じ内容を他の表現で示す数式が用いられてもよいし、上述された理論に基づいて導出される他の数式が用いられてもよい。
- [0304] また、上述された説明において、基本解の表現と解析解の表現とは相互に読み替えられてもよい。
- [0305] 図13は、図9に示された映像化装置100の具体的な構成を示すブロック図である。
- [0306] 図9に示された映像化装置100の送信器101及び受信器102は、マルチスタティックアレイアンテナ1008に含まれていてもよい。図9に示された映像化装置100の情報処理回路103は、図13に示された複数の構成要素のうちの1つ以上に対応していてもよい。具体的には、例えば、情報処理回路103は、信号処理計算機1005に対応していてもよい。また、図9に示されたディスプレイ104は、信号モニタ装置1006に対応していてもよい。
- [0307] 映像化装置100において用いられるマイクロ波の信号は、DC~20GHzの周波数成分を持った擬似ランダム時系列信号(PN符号:Pseudo Noise Code)である。この信号は、PN符号生成用FPGAボード1002から出力される。より具体的には、この信号は2種類ある。一方の種類の信号(LO信号:local oscillator signal)は、遅延回路(デジタル制御ボード1003)を通してRF検波回路(RF検波ボード1007)へ送られる。
- [0308] 他方の種類の信号(RF信号:Radio Frequency Signal)は、マルチスタティックアレイアンテナ1008の送信用マイクロ波UWBアンテナへ送られ放射される。マイクロ波の散乱信号がマルチスタティックアレイアンテナ1008の受信用UWBアンテナで受信され、RF検波回路(RF検波ボード1007)へ送られる。ここで送受信信号はアンテナ素子選択スイッチ(UWBアンテナRFスイッチ1004)を通る。

- [0309] また、遅延される信号（L O信号）は、P N符号の値が変化する時間の $1/2^n$ 倍（ $n$ は2よりも大きい整数）の時間ずつ遅延される。検波した信号は、I F信号（Intermediate Frequency Signal）として、信号処理計算機1005でA/D変換され記憶される。また、検波した信号を示す情報が、信号モニタ装置1006に表示されてもよい。
- [0310] これら一連の動作のタイミングは、距離計1001からの信号（距離信号又はフリーラン信号）に同期するように、デジタル制御ボード1003内のマイクロプロセッサによって制御される。例えば、デジタル制御ボード1003内のマイクロプロセッサは、Switch切替信号、及び、P N符号掃引トリガ等を送信する。
- [0311] また、信号処理計算機1005は、A/D変換され記憶された信号を用いて、3次元再構成を行い、3次元画像表示を行う。また、信号処理計算機1005は、信号校正を行ってもよい。また、信号処理計算機1005は、生波形表示を行ってもよい。また、例えば、信号処理計算機1005は、3次元画像等をメモリ1009に保存してもよい。
- [0312] 図13に示された構成は例であって、映像化装置100の構成は、図13に示された構成に限られない。図13に示された構成の一部が省略されてもよいし、変更されてもよい。
- [0313] （補足）
- 以上、映像化装置の態様を実施の形態に基づいて説明したが、映像化装置の態様は、実施の形態に限定されない。実施の形態に対して当業者が思いつく変形が施されてもよいし、実施の形態における複数の構成要素が任意に組み合わされてもよい。例えば、実施の形態において特定の構成要素によって実行される処理を特定の構成要素の代わりに別の構成要素が実行してもよい。また、複数の処理の順序が変更されてもよいし、複数の処理が並行して実行されてもよい。
- [0314] また、映像化装置の各構成要素が行うステップを含む映像化方法が任意の装置又はシステムによって実行されてもよい。例えば、映像化方法の一部又

は全部が、プロセッサ、メモリ及び入出力回路等を備えるコンピュータによって実行されてもよい。その際、コンピュータに映像化方法を実行させるためのプログラムがコンピュータによって実行されることにより、映像化方法が実行されてもよい。

[0315] また、非一時的なコンピュータ読み取り可能な記録媒体に、上記のプログラムが記録されていてもよい。

[0316] また、映像化装置の各構成要素は、専用のハードウェアで構成されてもよいし、上記のプログラム等を実行する汎用のハードウェアで構成されてもよいし、これらの組み合わせで構成されてもよい。また、汎用のハードウェアは、プログラムが記録されたメモリ、及び、メモリからプログラムを読み出して実行する汎用のプロセッサ等で構成されてもよい。ここで、メモリは、半導体メモリ又はハードディスク等でもよいし、汎用のプロセッサは、CPU等でもよい。

[0317] また、専用のハードウェアが、メモリ及び専用のプロセッサ等で構成されてもよい。例えば、専用のプロセッサが、計測データを記録するためのメモリを参照して、上記の映像化方法を実行してもよい。

[0318] また、映像化装置の各構成要素は、電気回路であってもよい。これらの電気回路は、全体として1つの電気回路を構成してもよいし、それぞれ別々の電気回路であってもよい。また、これらの電気回路は、専用のハードウェアに対応していてもよいし、上記のプログラム等を実行する汎用のハードウェアに対応していてもよい。

### 産業上の利用可能性

[0319] 本開示の一態様は、波動を用いて、領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化する映像化装置に有用であり、物理探査又は医療診断等に適用可能である。

### 符号の説明

[0320]     100   映像化装置  
          101   送信器

- 1 0 2 受信器
- 1 0 3 情報処理回路
- 1 0 4 ディスプレイ
- 1 0 0 1 距離計
- 1 0 0 2 P N符号生成用 F P G A ボード
- 1 0 0 3 デジタル制御ボード
- 1 0 0 4 UWB アンテナ R F スイッチ
- 1 0 0 5 信号処理計算機
- 1 0 0 6 信号モニタ装置
- 1 0 0 7 R F 検波ボード
- 1 0 0 8 マルチスタティックアレイアンテナ
- 1 0 0 9 メモリ

### 請求の範囲

[請求項1] 計測対象の領域の両側に配置され、前記領域へ波動を送信する複数の送信器と、

前記両側に配置され、前記領域から前記波動を受信する複数の受信器と、

前記複数の送信器及び前記複数の受信器によって得られる計測データと、多重散乱を構成する複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けに従って、前記波動の散乱に関する散乱場関数に対応する映像化関数を導出し、前記映像化関数を用いて前記領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化する情報処理回路とを備える映像化装置。

[請求項2] 前記情報処理回路は、前記散乱場関数の方程式を前記計測データに基づいて解くことにより、前記散乱場関数に対応する前記映像化関数を導出し、

前記散乱場関数は、

[数1]

$$\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) = \iint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

で表現され、 $(x, y_1, z_1)$  は、前記波動の送信位置を示し、 $(x, y_2, z_2)$  は、前記波動の受信位置を示し、 $k$  は、前記波動の波数を示し、 $D$  は、前記領域を示し、 $(\xi, \eta, \zeta)$  は、前記波動の反射位置に対応し、 $\varepsilon$  は、前記反射位置における未知の反射率に対応し、 $\rho_1$  は、前記送信位置から前記反射位置までの距離を示し、 $\rho_2$  は、前記反射位置から前記受信位置までの距離を示し、

前記方程式は、

[数2]

$$\left[ \frac{1}{4} \Delta_s^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \partial_x^2 - (\partial_{y_1}^2 + \partial_{z_1}^2)(\partial_{y_2}^2 + \partial_{z_2}^2) \right] \phi = 0$$

で表現され、 $\Delta_5$ は、 $x$ 、 $y_1$ 、 $y_2$ 、 $z_1$ 及び $z_2$ に関するラプラス作用素を示し、 $c$ は、前記波動の伝搬速度を示し、 $t$ は、前記波動の送信から受信までの時間を示す

請求項 1 に記載の映像化装置。

[請求項3]

前記情報処理回路は、前記計測データに基づいて前記方程式の解析解を導出し、前記解析解に基づいて前記映像化関数を導出し、

前記解析解は、

[数3]

$$\phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) e^{is_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_1} e^{is_2(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_2} dk_x dk_{y1} dk_{y2}$$

で表現され、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 及び $k_{y2}$ は、前記散乱場関数の $x$ 、 $y_1$ 及び $y_2$ に関する波数を示し、 $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ は、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 、 $k_{y2}$ 及び $k$ に基づく関数を示し、 $s_1(k_x, k_{y1}, k_{y2})$ は、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 及び $k_{y2}$ に基づく関数を示し、 $s_2(k_x, k_{y1}, k_{y2})$ は、 $k_x$ 、 $k_{y1}$ 及び $k_{y2}$ に基づく関数を示す

請求項 2 に記載の映像化装置。

[請求項4]

前記情報処理回路は、前記解析解に基づいて、前記映像化関数を導出し、

前記映像化関数は、

[数4]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

で表現され、 $(x, y, z)$ は、映像化対象位置を示す

請求項 3 に記載の映像化装置。

[請求項5]

前記多重散乱は、前記散乱場関数の方程式の4つの基本解に対応するスペクトル空間の4つの関数を用いて表現され、

前記計測データと前記4つの関数との関係は、非線形積分方程式で表現され、

前記情報処理回路は、

前記計測データから、前記非線形積分方程式に従って、前記4つの関数を導出し、

前記4つの関数を用いて前記散乱場関数に対応する前記映像化関数を導出する

請求項1に記載の映像化装置。

[請求項6]

前記計測データは、

[数5]

$$\Phi_{ij}$$

$i, j = 1, 2$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、

前記情報処理回路は、

[数6]

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & a_{m_1} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^1} \int f_2 \left[ a_{m_1} a_{m_2} \right] d\mathbf{k}_{f_2} \\ & + \frac{1}{(2\pi)^2} \int f_3 \left[ a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3} \right] d\mathbf{k}_{f_3} \\ & + \dots \\ & + \frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int f_L \left[ a_{m_1} a_{m_2} a_{m_3} \dots a_{m_L} \right] d\mathbf{k}_{f_L} \end{aligned}$$

$i, j = 1, 2 \quad m_1, m_2, m_3, \dots, m_L = 1, 2, 3, 4$

を用いて、多重散乱の影響が除去された

[数7]

$$a_{m_1}$$

$m_1 = 1, 2, 3, 4$

を導出し、

$a_{m1}$ 、 $a_{m2}$ 、 $a_{m3}$ 、 $\dots$ 、 $a_{mL}$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、前記4つの散乱形態に関する前記解析解の $a(k_x, k_{y1})$

、 $k_{y2}$ 、 $k$ ) に対応し、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $\dots$ 、 $f_L$ は、それぞれ、前記波動の送信から受信までに適用される2回、3回、 $\dots$ 、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数の積を示し、

[数8]

$$k_{f_2}, k_{f_3}, \dots, k_{f_L}$$

は、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $\dots$ 、 $f_L$ の括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示し、

前記情報処理回路は、

[数9]

$$\begin{aligned} \phi_{m_1}(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x - k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a_{m_1}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_2} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \\ m_1 = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[数10]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{m_1}(x, y, y, z, z, k) e^{-i c k t} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する

請求項4に記載の映像化装置。

[請求項7]

前記計測データは、

[数11]

$$\Phi_{ij} \\ i, j = 1, 2$$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、

前記情報処理回路は、

[数12]

$$\begin{aligned}
a_m &= \Phi_{ij} \\
&\quad m=1,2,3,4 \quad ij=1,2 \\
&\quad -\frac{1}{(2\pi)^1} \int g_2 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \right] d\mathbb{k}_{g_2} \\
&\quad \quad \quad m_1, n_1=1,2 \\
&\quad \quad \quad m_2, n_2=1,2 \\
&\quad -\frac{1}{(2\pi)^2} \int g_3 \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \right] d\mathbb{k}_{g_3} \\
&\quad \quad \quad m_1, n_1=1,2 \\
&\quad \quad \quad m_2, n_2=1,2 \\
&\quad \quad \quad m_3, n_3=1,2 \\
&\quad \dots \\
&\quad -\frac{1}{(2\pi)^{L-1}} \int g_L \left[ \Phi_{m_1 n_1} \Phi_{m_2 n_2} \Phi_{m_3 n_3} \dots \Phi_{m_L n_L} \right] d\mathbb{k}_{g_L} \\
&\quad \quad \quad m_1, n_1=1,2 \\
&\quad \quad \quad m_2, n_2=1,2 \\
&\quad \quad \quad m_3, n_3=1,2 \\
&\quad \quad \quad \vdots \\
&\quad \quad \quad m_L, n_L=1,2
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された

[数13]

$$a_m$$

$m=1,2,3,4$

を導出し、

$a_m$ で表現される $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 及び $a_4$ は、前記4つの散乱形態に関する前記解析解の $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ に対応し、 $\Phi_{m1n1}$ 、 $\Phi_{m2n2}$ 、 $\Phi_{m3n3}$ 、 $\dots$ 、 $\Phi_{mLnL}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、前記4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ は、それぞれ、前記波動の送信から受信までに適用される2回、3回、 $\dots$ 、 $L$ 回の散乱に対応する括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数の積を示し、

[数14]

$$\mathbb{k}_{g_2}, \mathbb{k}_{g_3}, \dots, \mathbb{k}_{g_L}$$

は、 $g_2$ 、 $g_3$ 、 $\dots$ 、 $g_L$ の括弧内の2個、3個、 $\dots$ 、 $L$ 個の変数に含まれる座標変数に関する波数ベクトルを示し、

前記情報処理回路は、

[数15]

$$\begin{aligned} & \phi_m(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a_m(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ & \quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y1}, k_{y2}) z_2} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \\ & m = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[数16]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_m(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する

請求項4に記載の映像化装置。

[請求項8]

前記計測データは、

[数17]

$$\Phi_{ij} \\ i, j = 1, 2$$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、

前記情報処理回路は、

[数18]

$$\begin{aligned}
& \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&= a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&+ \frac{1}{(2\pi)} \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) a_4(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_1(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_4(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_4(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \iiint a_3(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) a_3(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) a_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&+ O(a^4)
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された  $a_1$  を導出し、

$\delta$  は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$  は、 $k_x$  に対応する変数であり、 $k_{\eta}$  及び  $k_{\eta_2}$  は、 $k_{y_1}$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$  は、 $k_{y_2}$  に対応する変数であり、 $O(a^4)$  は、4 次以上の散乱に対応する項であり、

前記情報処理回路は、

[数19]

$$\begin{aligned}
& \phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}
\end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[数20]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x, y, y, z, z, k) e^{-ickt} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する

請求項4に記載の映像化装置。

[請求項9]

前記計測データは、

[数21]

$$\Phi_{ij} \\ i, j = 1, 2$$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、

前記情報処理回路は、

[数22]

$$\begin{aligned}
& a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&= \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&- \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\
&- \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&- \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&- \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \\
&- \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\
&\quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3}
\end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された  $a_1$  を導出し、

$\delta$  は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$  は、 $k_x$  に対応する変数であり、 $k_{\eta}$  及び  $k_{\eta_2}$  は、 $k_{y_1}$  に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$  は、 $k_{y_2}$  に対応する変数であり、

前記情報処理回路は、

[数23]

$$\begin{aligned}
& \phi_1(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}
\end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[数24]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x, y, z, k) e^{-i\phi_1 k t} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する

請求項4に記載の映像化装置。

[請求項10]

前記計測データは、

[数25]

$$\Phi_{ij} \quad i, j = 1, 2$$

で表現され、 $\Phi_{ij}$ で表現される $\Phi_{11}$ 、 $\Phi_{12}$ 、 $\Phi_{21}$ 及び $\Phi_{22}$ は、2方向に対応する2つの前方散乱と2方向に対応する2つの後方散乱との4つの散乱形態に関する前記計測データに対応し、

前記情報処理回路は、

[数26]

$$\begin{aligned} & a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ &= \Phi_{11}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ & - \frac{1}{(2\pi)} \iiint \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2}, k) \delta(k_{xa} + k_{xb} - k_x) \\ & \quad \cdot \delta(s_2(k_{xa}, k_{y_1}, k_{\eta}) - s_1(k_{xb}, -k_{\eta}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{\eta} \\ & - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \{ \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{22}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\ & \quad + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{11}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\ & \quad + \Phi_{11}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{21}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{21}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \\ & \quad + \Phi_{12}(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2}, k) \Phi_{12}(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}, k) \Phi_{11}(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2}, k) \} \\ & \quad \cdot \delta(k_{xa} + k_{xb} + k_{xc} - k_x) \delta(s_1(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_2(k_{xa}, k_{y_1}, -k_{\eta_2})) \\ & \quad \cdot \delta(s_2(k_{xb}, k_{\eta_2}, -k_{\eta_3}) - s_1(k_{xc}, k_{\eta_3}, k_{y_2})) dk_{xa} dk_{xb} dk_{xc} dk_{\eta_2} dk_{\eta_3} \end{aligned}$$

を用いて、多重散乱の影響が除去された $a_1$ を導出し、

$\delta$ は、デルタ関数を示し、 $k_{xa}$ 、 $k_{xb}$ 、 $k_{xc}$ は、 $k_x$ に対応する変数であり、 $k_{\eta}$ 及び $k_{\eta_2}$ は、 $k_{y_1}$ に対応する変数であり、 $k_{\eta_3}$ は、 $k_{y_2}$ に対応する変数であり、

前記情報処理回路は、

[数27]

$$\begin{aligned} \phi(x, y_1, y_2, z_1, z_2, k) \\ = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ \cdot e^{i s_1(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_1} e^{i s_2(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}) z_2} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \end{aligned}$$

を前記散乱場関数として用いて、

[数28]

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, y, y, z, z, k) e^{-i c k t} dk \right]$$

を前記映像化関数として導出する

請求項4に記載の映像化装置。

[請求項11]

計測対象の領域の両側に配置された複数の送信器によって、前記領域へ波動を送信するステップと

前記両側に配置された複数の受信器によって、前記領域から前記波動を受信するステップと、

前記複数の送信器及び前記複数の受信器によって得られる計測データと、多重散乱を構成する複数の一次散乱に関する複数の関数の合成との対応付けに従って、前記波動の散乱に関する散乱場関数に対応する映像化関数を導出し、前記映像化関数を用いて前記領域内の物体に含まれる散乱体の3次元構造を可視化するステップとを含む

映像化方法。