

明 細 書

発明の名称：映像化装置及び映像化方法

技術分野

[0001] 本開示は、散乱波の計測データを用いて、計測領域における物体を映像化する映像化装置等に関する。

背景技術

[0002] 散乱波の計測データを用いて、計測領域における物体を映像化する映像化装置等に関する技術として、特許文献1、特許文献2、特許文献3、特許文献4及び特許文献5に記載の技術がある。

[0003] 例えば、特許文献1に記載の技術では、マイクロ波送出器から送出されたビームが検査対象に入射され、散乱したビームの振幅及び位相がマイクロ波検出器により検出される。そして、マイクロ波検出器の出力信号から誘電率の分布が計算され、検査対象における断層の像表示が行われる。

先行技術文献

特許文献

- [0004] 特許文献1：特開昭62-66145号公報
特許文献2：国際公開第2014/125815号
特許文献3：国際公開第2015/136936号
特許文献4：国際公開第2021/020387号
特許文献5：国際公開第2021/053971号

発明の概要

発明が解決しようとする課題

[0005] しかしながら、散乱波の計測データを用いて、計測領域における物体を映像化することは容易ではない。具体的には、計測領域内の状態が既知である場合において、計測領域に入射された波動に対して計測領域から放射される散乱波の計測データを推定することは、順方向問題と呼ばれ、容易である。一方、散乱波の計測データが既知である場合において、計測領域内の状態を

求めることは、逆方向問題と呼ばれ、容易ではない。

[0006] また、計測領域において物体が移動する場合、ドップラー効果によって、計測領域に送信される波動の性質と、計測領域から受信される散乱波の性質との間に差異が生じる。したがって、これらの関係を解析することが困難になる。すなわち、計測領域において物体が移動する場合、散乱波の計測データを用いて物体を高精度に映像化することが困難になる。

[0007] そこで、本開示は、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる映像化装置等を提供する。

課題を解決するための手段

[0008] 本開示の一態様に係る映像化装置は、それぞれが計測領域へ波動を送信する複数の送信器と、それぞれが前記計測領域から前記波動の散乱波を受信する複数の受信器と、前記散乱波の計測データを用いて、前記計測領域における物体を映像化する情報処理回路とを備え、前記情報処理回路は、前記物体の映像化において、前記波動の送信位置及び前記散乱波の受信位置が入力されて前記受信位置における前記散乱波の量が出力される散乱場関数を前記計測データ及び前記物体の速度ベクトルを用いて導出し、映像化対象位置が入力されて前記映像化対象位置の画像強度が出力される映像化関数であって、前記送信位置及び前記受信位置として前記映像化対象位置を前記散乱場関数に入力することで前記散乱場関数から出力される量を用いて定められる映像化関数を導出し、前記映像化関数を用いて、前記計測領域における前記物体を映像化し、前記情報処理回路は、前記散乱場関数の導出において、前記速度ベクトルに対応するドップラー効果によって前記波動の波数から前記散乱波の波数が変化することを前記散乱場関数に反映させる。

[0009] なお、これらの包括的又は具体的な態様は、システム、装置、方法、集積回路、コンピュータプログラム、又は、コンピュータ読み取り可能なＣＤ－ＲＯＭなどの非一時的な記録媒体で実現されてもよく、システム、装置、方法、集積回路、コンピュータプログラム、及び、記録媒体の任意な組み合わせで実現されてもよい。

発明の効果

[0010] 本開示によれば、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することが可能である。

図面の簡単な説明

[0011] [図1]図1は、1次元マルチスタティックアレイアンテナを示す概念図である。

[図2]図2は、平面における送信点及び受信点の関係を示す概念図である。

[図3]図3は、準2次元アレイアンテナに関する各座標の例を示す概念図である。

[図4]図4は、複数の送信器、複数の受信器及び飛翔体の関係を示す概念図である。

[図5]図5は、1次元アレイアンテナ及び飛翔体を含む座標系を示す概念図である。

[図6]図6は、映像化装置の基本構成を示すブロック図である。

[図7]図7は、映像化装置の基本動作を示すフローチャートである。

発明を実施するための形態

[0012] 本開示の一態様に係る映像化装置は、それぞれが計測領域へ波動を送信する複数の送信器と、それぞれが前記計測領域から前記波動の散乱波を受信する複数の受信器と、前記散乱波の計測データを用いて、前記計測領域における物体を映像化する情報処理回路とを備え、前記情報処理回路は、前記物体の映像化において、前記波動の送信位置及び前記散乱波の受信位置が入力されて前記受信位置における前記散乱波の量が出力される散乱場関数を前記計測データ及び前記物体の速度ベクトルを用いて導出し、映像化対象位置が入力されて前記映像化対象位置の画像強度が出力される映像化関数であって、前記送信位置及び前記受信位置として前記映像化対象位置を前記散乱場関数に入力することで前記散乱場関数から出力される量を用いて定められる映像化関数を導出し、前記映像化関数を用いて、前記計測領域における前記物体を映像化し、前記情報処理回路は、前記散乱場関数の導出において、前記速

度ベクトルに対応するドップラー効果によって前記波動の波数から前記散乱波の波数が変化することを前記散乱場関数に反映させる。

[0013] これにより、映像化装置は、物体の移動に伴うドップラー効果が反映された散乱場関数及び映像化関数を導出することができる。したがって、映像化装置は、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0014] 例えば、前記複数の送信器及び前記複数の受信器は、y軸に平行な直線上に配置され、前記情報処理回路は、

[数1]

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{4} \{ \square_4 - 2(ik)^2 \}^2 - D_{y_1}^2 D_{y_2}^2 + (ik)^2 (D_{y_1}^2 + D_{y_2}^2) - (ik)^4 \right] \varphi = 0 \\ & \square_4 = D_x^2 + D_{y_1}^2 + D_{y_2}^2 + D_z^2 \\ & D_x = \partial_x - ik\alpha \\ & D_{y_1} = \partial_{y_1} - ik\beta \\ & D_{y_2} = \partial_{y_2} - ik\beta \\ & D_z = \partial_z \end{aligned}$$

で表現される方程式の

[数2]

φ

に関する解を前記散乱場関数として導出し、前記方程式のx及びzは、前記送信位置及び前記受信位置のx座標及びz座標を示し、前記方程式のy₁は、前記送信位置のy座標を示し、前記方程式のy₂は、前記受信位置のy座標を示し、kは、前記波動の波数を示し、 α は、 $\alpha = 2v_x/c$ で定められ、 β は、 $\beta = v_y/c$ で定められ、 v_x 及び v_y は、前記速度ベクトルのx成分及びy成分を示し、cは、前記波動の速さを示す。

[0015] これにより、映像化装置は、ドップラー効果が反映された方程式から散乱場関数を導出することができ、導出された散乱場関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0016] また、例えば、前記散乱場関数は、

[数3]

$$\begin{aligned} \varphi(x, y_1, y_2, z, k) \\ = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} \tilde{\Phi}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ \cdot e^{iz \sqrt{\{k^2 - (k_{y1} + k_{y2})^2 + k^2 - (k_{y2} + k_{y1})^2\}^2 - (k_x + k_{y2})^2}} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \end{aligned}$$

で表現され、前記散乱場関数の x 及び z は、前記送信位置及び前記受信位置の x 座標及び z 座標を示し、前記散乱場関数の y_1 は、前記送信位置の y 座標を示し、前記散乱場関数の y_2 は、前記受信位置の y 座標を示し、 k_x 、 k_{y1} 及び k_{y2} は、前記散乱場関数の x 、 y_1 及び y_2 に関する波数に対応する変数を示し、

[数4]

 $\tilde{\Phi}$

は、フーリエ変換された前記計測データを示す。

[0017] これにより、映像化装置は、直線上に配置された複数の送信器及び複数の受信器によって得られる計測データから導出される散乱場関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0018] また、例えば、前記映像化関数は、

[数5]

$$\rho(x, y, z) = \int_0^{\infty} \lim_{y_1 \rightarrow y} [\varphi(x, y_1, y_2, z, k)] dk$$

で表現され、前記映像化関数の x 、 y 及び z は、前記映像化対象位置の x 座標、 y 座標及び z 座標を示す。

[0019] これにより、映像化装置は、直線上に配置された複数の送信器及び複数の受信器によって得られる計測データから導出される映像化関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0020] また、例えば、前記映像化関数は、

[数6]

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ickt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} \{e^{-ik_{y1} x - ik_{y2} y_1 - ik_{y2} y_2} \Phi(x, y_1, y_2, t)\} dx dy_1 dy_2 \end{aligned}$$

で定められる関数を用いて、

[数7]

$$\begin{aligned} \rho(x, y, z) &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{e^{i(k\alpha x + k\beta y + k\beta y)} e^{-i(k_\xi x + k_{\eta_1} y + k_{\eta_2} y)}}{(2\pi)^3} e^{ik_\xi z} \tilde{\Psi}(k_\xi, k_{\eta_1}, k_{\eta_2}, k) \left(\frac{dk}{dk_\xi} \right) dk_\xi dk_{\eta_1} dk_{\eta_2} dk_\xi \end{aligned}$$

で表現され、前記映像化関数の x 、 y 及び z は、前記映像化対象位置の x 座標、 y 座標及び z 座標を示し、 Φ は、前記計測データを示し、 k_ξ 、 k_{η_1} 、 k_{η_2} 、 k_ξ 及び dk/dk_ξ は、

[数8]

$$\begin{aligned} k_\xi &= k_x + k\alpha \\ k_{\eta_1} &= k_{y_1} + k\beta \\ k_{\eta_2} &= k_{y_2} + k\beta \\ k_\xi &= \sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2})^2 - k_\xi^2} \\ \frac{dk}{dk_\xi} &= \frac{k_\xi \sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2}}{k(k_\xi^2 + k_\xi^2)} \end{aligned}$$

で定められる。

[0021] これにより、映像化装置は、直線上に配置された複数の送信器及び複数の受信器によって得られる計測データから導出される映像化関数であって、複雑度が抑制された映像化関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0022] また、例えば、前記情報処理回路は、前記速度ベクトルを用いずに前記計測データを用いて暫定的な散乱場関数を導出し、前記暫定的な散乱場関数を用いて暫定的な映像化関数を導出し、前記暫定的な映像化関数を用いて前記速度ベクトルを導出する。

[0023] これにより、映像化装置は、物体の速度ベクトルを用いずに導出される暫定的な散乱場関数及び暫定的な映像化関数を用いて物体の速度ベクトルを導出することができる。そして、映像化装置は、速度ベクトルを用いて導出さ

れる散乱場関数及び映像化関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0024] また、例えば、前記情報処理回路は、前記速度ベクトルの導出において、
[数9]

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2a+2\varepsilon & e & g \\ e & 2b+2\varepsilon & f \\ g & f & 2c+2\varepsilon \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} h \\ m \\ n \end{pmatrix}$$

で表現される演算式を用いて前記速度ベクトルを導出し、前記演算式の a、b、c、e、f、g、h、m及びnは、

[数10]

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\ b &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\ c &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\ e &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x k_y |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\ f &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y k_z |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\ g &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z k_x |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\ h &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_x \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\ m &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_y \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\ n &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_z \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \end{aligned}$$

で定められ、 v_x 、 v_y 及び v_z は、前記速度ベクトルのx成分、y成分及びz成分を示し、 ε は、正の値を示し、 ρ_k は、 τ を複数の入力変数のうちの1つとして有し、かつ、x、y及びzに関してフーリエ変換された前記暫定的な映像化関数を示し、前記演算式の k_x 、 k_y 及び k_z は、前記暫定的な映像化関数のx、y及びzに関する波数を示し、

[数11]

$\mathbf{k}$

は、前記演算式の k_x 、 k_y 及び k_z で構成される波数ベクトルを示し、 τ は、データの採取回数に相当する時間単位を示し、 $c c.$ は、 $c c.$ の直前の項の複素共役を示し、

[数12]

$\bar{\rho}_k$

は、 ρ_k の複素共役を示す。

[0025] これにより、映像化装置は、演算式を用いて、暫定的な映像化関数から物体の速度ベクトルを導出することができる。

[0026] また、本開示の一態様に係る映像化方法は、複数の送信器のそれぞれから、計測領域へ波動を送信するステップと、複数の受信器のそれぞれにおいて、前記計測領域から前記波動の散乱波を受信するステップと、前記散乱波の計測データを用いて、前記計測領域における物体を映像化するステップとを含み、前記物体を映像化するステップは、前記波動の送信位置及び前記散乱波の受信位置が入力されて前記受信位置における前記散乱波の量が出力される散乱場関数を前記計測データ及び前記物体の速度ベクトルを用いて導出するステップと、映像化対象位置が入力されて前記映像化対象位置の画像強度が出力される映像化関数であって、前記送信位置及び前記受信位置として前記映像化対象位置を前記散乱場関数に入力することで前記散乱場関数から出力される量を用いて定められる映像化関数を導出するステップと、前記映像化関数を用いて、前記計測領域における前記物体を映像化するステップとを含み、前記散乱場関数を導出するステップでは、前記速度ベクトルに対応するドップラー効果によって前記波動の波数から前記散乱波の波数が変化することを前記散乱場関数に反映させる。

[0027] これにより、物体の移動に伴うドップラー効果が反映された散乱場関数及び映像化関数を導出することが可能である。したがって、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することが可能である。

[0028] 以下、図面を用いて、実施の形態について説明する。なお、以下で説明する実施の形態は、いずれも包括的又は具体的な例を示す。以下の実施の形態で示される数値、形状、材料、構成要素、構成要素の配置位置及び接続形態、ステップ、ステップの順序等は、一例であり、請求の範囲を限定する主旨ではない。

[0029] また、以下の説明において、特に上記の特許文献2、特許文献3、特許文献4及び特許文献5に記載の技術等が既存の技術として参照され得る。また、以下の説明において、主にマイクロ波等の電波又は電磁波が波動として想定されているが、波動はマイクロ波等の電波又は電磁波に限られず、弾性波等であってもよい。また、散乱に基づく映像化は、散乱トモグラフィと表現され得る。したがって、以下の説明における映像化装置及び映像化方法は、それぞれ、散乱トモグラフィ装置及び散乱トモグラフィ方法とも表現され得る。

[0030] (実施の形態)

本実施の形態における映像化装置は、散乱波の計測データを用いて、計測領域における物体を映像化する。以下、本実施の形態における映像化装置をその基礎となる技術及び理論なども含めて、詳細に説明する。

[0031] <1 概要>

散乱場理論は、計測領域における物体の映像化に用いられる理論である。例えば、複数の送信位置のそれぞれから計測領域へ波動が送信され、複数の受信位置のそれぞれにおいて計測領域から波動の散乱波が受信される。そして、送信位置と受信位置との各組み合わせについて散乱波の計測データが得られる。そして、計測データを用いて、計測領域における物体が映像化される。その際、散乱場理論によって、計測データから計測領域における散乱の状態が算出され、散乱の状態に基づいて、物体が高精度に映像化される。

[0032] しかしながら、計測領域において物体が移動する場合、ドップラー効果によって、計測領域に送信される波動の性質と、計測領域から受信される散乱波の性質との間に差異が生じる。したがって、これらの関係を解析すること

は困難になる。すなわち、計測領域において物体が移動する場合、散乱波の計測データを用いて物体を高精度に映像化することが困難になる。

[0033] そこで、本開示において、計測領域において移動する物体を高精度に映像化するための散乱場理論を説明する。具体的には、まず、物体の移動が考慮されていない散乱場理論を説明し、その後、物体の移動が考慮された散乱場理論を説明する。

[0034] <2 物体の移動が考慮されていない散乱場理論>

本章では、物体の移動が考慮されていない散乱場理論を説明する。

[0035] <2-1 1次元配列>

図1は、1次元マルチスタティックアレイアンテナを示す概念図である。図1のように、n個の素子の中から任意の2つが送信素子及び受信素子として用いられることにより、送信素子と受信素子とのペアが固定されたモノスタティック環境に比べて、近距離から遠距離まで高S/N比で信号が受信可能になる。したがって、最終的に得られる画像の質が大幅に改善される。当然データの量はn倍に増加するが、以下に述べる理論により再構成に要する時間も飛躍的に短縮される。

[0036] 図1のように、点 $P_1(x, y_1, z)$ から放射された電波が点 $P(\xi, \eta, \zeta)$ で反射し、点 $P_2(x, y_2, z)$ で受信される状況がここでは検討される。点Pが領域D全体を動くとき、 P_2 で受信される信号は、次式(2-1-1)のように表される。

[0037] [数13]

$$\varphi(x, y_1, y_2, z) = \iint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

$$\rho_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y_1-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

$$\rho_2 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y_2-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

$$\cdots (2-1-1)$$

[0038] ここで、 $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$ は、点P(ξ, η, ζ)の誘電率の関数を示し、点P(ξ, η, ζ)での反射率に対応する。また、点P(ξ, η, ζ)は、反射点に対応する。なお、 $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$ は、未知である。また、時間

の因子が $e \times p (-i \omega t)$ に比例すると仮定されている。上式の被積分項にあるカーネル関数は、次式 (2-1-2) の ϕ で表現される。

[0039] [数14]

$$\phi = \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2}$$

・・・ (2-1-2)

[0040] 次に、この式 (2-1-2) が漸近的な解となる偏微分方程式が検討される。そのため、微分結果に生ずる $1/\rho$ に関して高次の項を無視して計算が行われる。ここでは、微分の略記法が式 (2-1-3) のように定義される。

[0041] [数15]

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \partial_t, \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \partial_x, \frac{\partial}{\partial y_1} \rightarrow \partial_{y_1}, \frac{\partial}{\partial y_2} \rightarrow \partial_{y_2}, \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \partial_z$$

・・・ (2-1-3)

[0042] また、ここでは、式 (2-1-2) が短波長 (高周波、或は k が大きい) で漸近的な解となるような偏微分方程式が検討される。このような偏微分方程式の解は、マイクロ波を用いる映像化ではほとんど厳密解であるとみなされ得る。まず、 ϕ の各次数の微分結果が、以下の式 (2-1-4) のように表現される。

[0043]

[数16]

$$\begin{aligned}
\partial_x \phi &= ik(x - \xi) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \phi + o(\rho^{-3}) & \partial_{y_1} \phi &= ik \frac{y_1 - \eta}{\rho_1} \phi + o(\rho^{-3}) \\
\partial_{y_2} \phi &= ik \frac{y_2 - \eta}{\rho_2} \phi + o(\rho^{-3}) & \partial_z \phi &= ik(z - \zeta) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \phi + o(\rho^{-3}) \\
\partial_x \partial_x \phi &= (ik)^2 (x - \xi)^2 \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\
\partial_z \partial_z \phi &= (ik)^2 (z - \zeta)^2 \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\
\partial_{y_1} \partial_{y_1} \phi &= (ik)^2 \left(\frac{y_1 - \eta}{\rho_1} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\
\partial_{y_2} \partial_{y_2} \phi &= (ik)^2 \left(\frac{y_2 - \eta}{\rho_2} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\
&\dots (2 - 1 - 4)
\end{aligned}$$

[0044] 以下では、複雑な $o(*)$ の項は省略される。2階微分に関する4つの式の和に従って、次式(2-1-5)が得られる。

[0045] [数17]

$$\begin{aligned}
\Delta_4 \phi &= (\partial_x^2 + \partial_{y_1}^2 + \partial_{y_2}^2 + \partial_z^2) \phi \\
&= (ik)^2 \left\{ 2 + 2 \frac{(x - \xi)^2 + (z - \zeta)^2}{\rho_1 \rho_2} \right\} \phi \\
&\dots (2 - 1 - 5)
\end{aligned}$$

[0046] したがって、式(2-1-5)から次式(2-1-6)が得られる。

[0047] [数18]

$$\begin{aligned}
\{\Delta_4 - 2(ik)^2\} \phi &= 2(ik)^2 \frac{\rho_1^2 - (y_1 - \eta)^2}{\rho_1 \rho_2} \phi \\
&= 2(ik)^2 \frac{\rho_2^2 - (y_2 - \eta)^2}{\rho_1 \rho_2} \phi \\
&\dots (2 - 1 - 6)
\end{aligned}$$

[0048] 式(2-1-6)の演算を2回作用させることにより、次式(2-1-7)が得られる。

[0049]

[数19]

$$\begin{aligned} \{\Delta_4 - 2(ik)^2\}^2 \phi &= 4(ik)^4 \frac{\{\rho_1^2 - (y_1 - \eta)^2\} \{\rho_2^2 - (y_2 - \eta)^2\}}{\rho_1^2 \rho_2^2} \phi \\ &= 4(ik)^4 \{1 - (ik)^{-2} \partial_{y_1}^2\} \{1 - (ik)^{-2} \partial_{y_2}^2\} \phi \\ &\dots (2-1-7) \end{aligned}$$

[0050] 式(2-1-7)を整理して次式(2-1-8)が得られる。

[0051] [数20]

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{4} \{\Delta_4 - 2(ik)^2\}^2 - \partial_{y_1}^2 \partial_{y_2}^2 + (ik)^2 (\partial_{y_1}^2 + \partial_{y_2}^2) - (ik)^4 \right] \phi &= 0 \\ &\dots (2-1-8) \end{aligned}$$

[0052] この式(2-1-8)は定常状態を仮定して導かれたが、この式(2-1-8)を非定常状態へ拡張することは容易である。そのため、時間tに関する偏微分を示す ∂_t 、及び、電波の伝搬速度を示すcを用いて、次式(2-1-9)のような変数の置換えが行われる。

[0053] [数21]

$$\begin{aligned} -ik &\rightarrow \frac{1}{c} \partial_t \\ &\dots (2-1-9) \end{aligned}$$

[0054] 上記のプロセスによって、最終的に次式(2-1-10)のような方程式が得られる。

[0055] [数22]

$$\begin{aligned} \left\{ \Delta_4^2 - \frac{4}{c^2} (\partial_t^2 \partial_x^2 + \partial_t^2 \partial_z^2) - 4 \partial_{y_1}^2 \partial_{y_2}^2 \right\} \phi &= 0 \\ \Delta_4 &= \partial_x^2 + \partial_{y_1}^2 + \partial_{y_2}^2 + \partial_z^2 \\ &\dots (2-1-10) \end{aligned}$$

[0056] 上記の式(2-1-10)は、式(2-1-2)の ϕ が解となる偏微分方程式である。式(2-1-1)の積分核へ微分を適用することにより、式(2-1-1)の

[数23]

$$\phi$$

もまた上記偏微分方程式を満たす。この方程式は5個の変数(t、x、 y_1 、

y_2 、 z) で構成される 4 次元の擬似波動方程式である。

[0057] 次に、この方程式がフーリエ変換を用いて解かれる。まず、

[数24]

φ

が、次式 (2-1-11) のように、 t 、 x 、 y_1 、 y_2 について多重フーリエ変換される。

[0058] [数25]

$$\tilde{\varphi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \varphi(x, y_1, y_2, z, t) dx dy_1 dy_2$$

・・・ (2-1-11)

[0059] z に関する微分が D_z と表現される場合、式 (2-1-10) 及び式 (2-1-11) から以下の式 (2-1-12) が得られる。

[0060] [数26]

$$\{(D_z^2 - k_x^2 - k_{y_1}^2 - k_{y_2}^2)^2 + 4k^2(D_z^2 - k_x^2) - 4k_{y_1}^2 k_{y_2}^2\} \tilde{\varphi} = 0$$

・・・ (2-1-12)

[0061] ここでは、 $\omega = c k$ の関係が用いられている。この方程式の 4 つの基本解は次式 (2-1-13) のように表現される。

[0062] [数27]

$$E_1 = e^{i\{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\}z}$$

$$E_2 = e^{-i\{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\}z}$$

$$E_3 = e^{i\{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} - \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\}z}$$

$$E_4 = e^{-i\{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} - \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\}z}$$

・・・ (2-1-13)

[0063] 時間の因子が $e^{-i\omega t}$ であること、放射電波のパスで位相が加算されること、及び、物体で反射した電波が計測面 (測定面) へ向かって跳ね返ってくることを考慮すると、 E_1 が唯一の意味のある解である。したがって、次式 (2-1-14) が得られる。

[0064]

[数28]

$$\tilde{\varphi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, z, k) = a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{i\{\sqrt{(k^2 - k_{y_1}^2) + \sqrt{(k^2 - k_{y_2}^2)^2 - k_x^2}}\}z}$$

$$\cdots (2-1-14)$$

[0065] この式 (2-1-14) に $z=0$ を代入することにより、 $a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ が次式 (2-1-15) のように求まる。

[0066] [数29]

$$a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) = \tilde{\varphi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, 0, k)$$

$$\cdots (2-1-15)$$

[0067] 最終的に

[数30]

 φ

が次式 (2-1-16) のように求まる。

[0068] [数31]

$$\varphi(x, y_1, y_2, z, k)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$$

$$\cdot e^{i\{\sqrt{(k^2 - k_{y_1}^2) + \sqrt{(k^2 - k_{y_2}^2)^2 - k_x^2}}\}z} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}$$

$$\cdots (2-1-16)$$

[0069] k 及び z が固定である条件下で式 (2-1-16) に極限操作 ($y_2 \rightarrow y_1 = y$) を適用し、その結果を k に関して積分することにより、映像化関数が次式 (2-1-17) のように求まる。

[0070] [数32]

$$\varphi(x, y, y, z, k) = \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} [\varphi(x, y, y_2, z, k)]$$

$$= \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y - k_{y_2} y_2)} a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \right.$$

$$\cdot e^{i\{\sqrt{(k^2 - k_{y_1}^2) + \sqrt{(k^2 - k_{y_2}^2)^2 - k_x^2}}\}z} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \left. \right]$$

$$\rho(x, y, z) = \int_0^{\infty} \phi(x, y, y, z, k) dk$$

$$\cdots (2-1-17)$$

[0071] 上記の通り、1次元配列におけるマルチスタティック逆散乱問題を解析的に解くことが可能である。

[0072] <2-2 2次元配列>

本節では、2次元配列の場合の理論を説明する。

[0073] 図2は、平面における送信点及び受信点の関係を示す概念図である。図2に示すように点 P_1 から放射されたマイクロ波が標的上の点 P で反射し、点 P_2 で受信される。点 P_1 と点 P_2 は平面内の格子点上（2次元アレイアンテナ）の任意の点へ動く。このような仮定のもとでは標的上の点 P を通るマイクロ波のパスは n^4 通りある。このパスの多さが最終画像の質の向上に大いに貢献する。こうした複雑なデータを処理して画像を得る方法を以下に述べる。

[0074] 例えば、図2のように、点 $P_1(x_1, y_1, z)$ から放射された電波が点 $P(\xi, \eta, \zeta)$ で反射し、点 $P_2(x_2, y_2, z)$ で受信される。点 P が領域 D 全体を動くとき P_2 で受信される信号は次式のように表される。

[0075] [数33]

$$\begin{aligned}\varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z) &= \iiint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \\ \rho_1 &= \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} \\ \rho_2 &= \sqrt{(x_2 - \xi)^2 + (y_2 - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} \\ &\dots (2-2-1)\end{aligned}$$

[0076] ここで、時間の因子は、 $\exp(-i\omega t)$ に比例すると仮定されている。上式の被積分項のカーネル関数は、次式（2-2-2）で表現される。

[0077] [数34]

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\rho_2}}{\rho_2} \\ &\dots (2-2-2)\end{aligned}$$

[0078] 次に、この式（2-2-2）が短波長で漸近的な解となる偏微分方程式が検討される。そのため、微分結果に生ずる $1/\rho$ に関して高次の項を無視して計算が行われる。ここでは、微分の略記法が、式（2-2-3）のように定義される。

[0079] [数35]

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \partial_t, \frac{\partial}{\partial x_1} \rightarrow \partial_{x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2} \rightarrow \partial_{x_2}, \frac{\partial}{\partial y_1} \rightarrow \partial_{y_1}, \frac{\partial}{\partial y_2} \rightarrow \partial_{y_2}, \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \partial_z$$

$$\dots (2-2-3)$$

[0080] 式(2-2-3)を用いて、カーネル関数の各次数の微分は、以下の式(2-2-4)のように表現される。

[0081] [数36]

$$\begin{aligned} \partial_{x_1} \phi &= ik \frac{x_1 - \xi}{\rho_1} \phi + o(\rho^{-3}) & \partial_{x_2} \phi &= ik \frac{x_2 - \xi}{\rho_2} \phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_{y_1} \phi &= ik \frac{y_1 - \eta}{\rho_1} \phi + o(\rho^{-3}) & \partial_{y_2} \phi &= ik \frac{y_2 - \eta}{\rho_2} \phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_z \phi &= ik(z - \zeta) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_{x_1} \partial_{x_1} \phi &= (ik)^2 \left(\frac{x_1 - \xi}{\rho_1} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_{y_1} \partial_{y_1} \phi &= (ik)^2 \left(\frac{y_1 - \eta}{\rho_1} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_{x_2} \partial_{x_2} \phi &= (ik)^2 \left(\frac{x_2 - \xi}{\rho_2} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_{y_2} \partial_{y_2} \phi &= (ik)^2 \left(\frac{y_2 - \eta}{\rho_2} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_z \partial_z \phi &= (ik)^2 (z - \zeta)^2 \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)^2 \phi + o(\rho^{-3}) \\ &\dots (2-2-4) \end{aligned}$$

[0082] 以下では、複雑な $o(*)$ の項は省略される。2階微分に関する5つの式の和に従って、次式(2-2-5)が得られる。

[0083] [数37]

$$\begin{aligned} \Delta_5 \phi &= (\partial_{x_1}^2 + \partial_{y_1}^2 + \partial_{x_2}^2 + \partial_{y_2}^2 + \partial_z^2) \phi \\ &= (ik)^2 \left\{ 2 + 2 \frac{(z - \zeta)^2}{\rho_1 \rho_2} \right\} \phi \\ &\dots (2-2-5) \end{aligned}$$

[0084] したがって、式(2-2-5)から次式(2-2-6)が得られる。

[0085]

[数38]

$$\begin{aligned}
\{\Delta_5 - 2(ik)^2\}\phi &= 2(ik)^2 \frac{(z - \xi)^2}{\rho_1 \rho_2} \phi \\
&= 2(ik)^2 \frac{\rho_1^2 - (x_1 - \xi)^2 - (y_1 - \eta)^2}{\rho_1 \rho_2} \phi \\
&= 2(ik)^2 \frac{\rho_2^2 - (x_2 - \xi)^2 - (y_2 - \eta)^2}{\rho_1 \rho_2} \phi
\end{aligned}$$

・・・(2-2-6)

[0086] 式(2-2-6)の演算を2回作用させることにより、次式(2-2-7)が得られる。

[0087] [数39]

$$\begin{aligned}
&\{\Delta_5 - 2(ik)^2\}^2 \phi \\
&= 4(ik)^4 \frac{\{\rho_1^2 - (x_1 - \xi)^2 - (y_1 - \eta)^2\} \{\rho_2^2 - (x_2 - \xi)^2 - (y_2 - \eta)^2\}}{\rho_1^2 \rho_2^2} \phi \\
&= 4(ik)^4 \{1 - (ik)^{-2} \partial_{x_1}^2 - (ik)^{-2} \partial_{y_1}^2\} \{1 - (ik)^{-2} \partial_{x_2}^2 - (ik)^{-2} \partial_{y_2}^2\} \phi
\end{aligned}$$

・・・(2-2-7)

[0088] 式(2-2-7)を整理して次式(2-2-8)が得られる。

[0089] [数40]

$$\begin{aligned}
&\left[\frac{1}{4} \{\Delta_5 - 2(ik)^2\}^2 - (\partial_{x_1}^2 + \partial_{y_1}^2)(\partial_{x_2}^2 + \partial_{y_2}^2) \right. \\
&\quad \left. + (ik)^2 (\partial_{x_1}^2 + \partial_{y_1}^2 + \partial_{x_2}^2 + \partial_{y_2}^2) - (ik)^4 \right] \phi = 0
\end{aligned}$$

・・・(2-2-8)

[0090] この式(2-2-8)は定常状態を仮定して導かれたが、この式(2-2-8)を非定常状態へ拡張することは容易である。そのために次式(2-2-9)のような変数の置換えが行われる。

[0091] [数41]

$$-ik \rightarrow \frac{1}{c} \partial_t$$

・・・(2-2-9)

[0092] この置換えにより、式(2-2-8)は時間を含んだ以下のような式(2-2-10)に変換される。

[0093] [数42]

$$\{\Delta_5^2 - \frac{4}{c^2} \partial_t^2 \partial_z^2 - 4(\partial_{x_1}^2 + \partial_{y_1}^2)(\partial_{x_2}^2 + \partial_{y_2}^2)\} \phi = 0$$

$$\Delta_5 = \partial_{x_1}^2 + \partial_{y_1}^2 + \partial_{x_2}^2 + \partial_{y_2}^2 + \partial_z^2$$

$$\cdots (2-2-10)$$

[0094] 上記の式 (2-2-10) は、式 (2-2-2) に示されたカーネル関数が解となる偏微分方程式であり、式 (2-2-1) の積分核へ微分を適用することにより、

[数43]

 φ

もまた上記偏微分方程式を満たす。この方程式は6個の変数 (t、 x_1 、 y_1 、 x_2 、 y_2 、z) で構成される5次元の擬似波動方程式である。

[0095] 次に、この方程式がフーリエ変換を用いて解かれる。まず、

[数44]

 φ

が、次式 (2-2-11) のように、t、 x_1 、 y_1 、 x_2 、 y_2 について多重フーリエ変換される。

[0096] [数45]

$$\tilde{\varphi}(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{x_2}, k_{y_2}, z, \omega)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_{x_1} x_1 + k_{y_1} y_1)} e^{i(k_{x_2} x_2 + k_{y_2} y_2)} \varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, t) dx_1 dy_1 dx_2 dy_2$$

$$\cdots (2-2-11)$$

[0097] zに関する微分が D_z と表現される場合、式 (2-2-10) 及び式 (2-2-11) から以下の式 (2-2-12) が得られる。

[0098] [数46]

$$\{(D_z^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2)^2 + 4k^2 D_z^2 - 4(k_{x_1}^2 + k_{y_1}^2)(k_{x_2}^2 + k_{y_2}^2)\} \tilde{\varphi} = 0$$

$$\cdots (2-2-12)$$

[0099] ここでは、 $\omega = ck$ の関係が用いられている。この方程式の4つの基本解は次式 (2-2-13) のように表現される。

[0100]

[数47]

$$\begin{aligned}
E_1 &= e^{i\{\sqrt{k^2-k_{x1}^2-k_{y1}^2}+\sqrt{k^2-k_{x2}^2-k_{y2}^2}\}z} \\
E_2 &= e^{-i\{\sqrt{k^2-k_{x1}^2-k_{y1}^2}+\sqrt{k^2-k_{x2}^2-k_{y2}^2}\}z} \\
E_3 &= e^{i\{\sqrt{k^2-k_{x1}^2-k_{y1}^2}-\sqrt{k^2-k_{x2}^2-k_{y2}^2}\}z} \\
E_4 &= e^{-i\{\sqrt{k^2-k_{x1}^2-k_{y1}^2}-\sqrt{k^2-k_{x2}^2-k_{y2}^2}\}z} \\
&\cdots (2-2-13)
\end{aligned}$$

[0101] 時間の因子が $e^{-i\omega t}$ であること、放射電波のパスで位相が加算されること、及び、物体で反射した電波が計測面へ向かって跳ね返ってくることを考慮すると、 E_1 が唯一の意味のある解である。したがって、次式 (2-2-14) が得られる。

[0102] [数48]

$$\begin{aligned}
\tilde{\varphi}(k_{x1}, k_{y1}, k_{x2}, k_{y2}, z, k) &= a(k_{x1}, k_{y1}, k_{x2}, k_{y2}, k) e^{i\{\sqrt{k^2-k_{x1}^2-k_{y1}^2}+\sqrt{k^2-k_{x2}^2-k_{y2}^2}\}z} \\
&\cdots (2-2-14)
\end{aligned}$$

[0103] この式 (2-2-14) に $z=0$ を代入することにより、 $a(k_{x1}, k_{y1}, k_{x2}, k_{y2}, k)$ が次式 (2-2-15) のように求まる。

[0104] [数49]

$$\begin{aligned}
a(k_{x1}, k_{y1}, k_{x2}, k_{y2}, k) &= \tilde{\varphi}(k_{x1}, k_{y1}, k_{x2}, k_{y2}, 0, k) \\
&\cdots (2-2-15)
\end{aligned}$$

[0105] 以上から

[数50]

 φ

が次式 (2-2-16) のように求まる。

[0106] [数51]

$$\begin{aligned}
&\varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x1}x_1+k_{y1}y_1)} e^{-i(k_{x2}x_2+k_{y2}y_2)} e^{i\{\sqrt{k^2-k_{x1}^2-k_{y1}^2}+\sqrt{k^2-k_{x2}^2-k_{y2}^2}\}z} \\
&\quad \cdot a(k_{x1}, k_{y1}, k_{x2}, k_{y2}, k) dk_{x1} dk_{y1} dk_{x2} dk_{y2} \\
&\cdots (2-2-16)
\end{aligned}$$

[0107] 次に、 k 及び z が固定である条件下で式 (2-2-16) に極限操作 (y_1

→ y かつ $y_2 \rightarrow y$) を適用することによって、次式 (2 - 2 - 1 7) が得られる。

[0108] [数52]

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z, k) &= \varphi(x, y, x, y, z, k) \\ &= \lim_{\substack{x_2 \rightarrow x_1 = x \\ y_2 \rightarrow y_1 = y}} [\varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k)] \\ &= \lim_{\substack{x_2 \rightarrow x_1 = x \\ y_2 \rightarrow y_1 = y}} \left[\frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1}x_1 + k_{y_1}y_1)} e^{-i(k_{x_2}x_2 + k_{y_2}y_2)} e^{iz(\sqrt{k^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2})} \right. \\ &\quad \cdot a(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{x_2}, k_{y_2}, k) dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{x_2} dk_{y_2}] \\ &\quad \cdot \cdot \cdot (2 - 2 - 1 7) \end{aligned}$$

[0109] 次に、式 (2 - 2 - 1 7) を k に関して積分することにより、次式 (2 - 2 - 1 8) が映像化関数として得られる。

[0110] [数53]

$$\begin{aligned} \rho(x, y, z) &= \int_0^{\infty} \Phi(x, y, z, k) dk = \int_0^{\infty} \varphi(x, y, x, y, z, k) dk \\ &= \lim_{\substack{x_2 \rightarrow x_1 = x \\ y_2 \rightarrow y_1 = y}} \left[\int_0^{\infty} \varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k) dk \right] \\ &= \lim_{\substack{x_2 \rightarrow x_1 = x \\ y_2 \rightarrow y_1 = y}} \left[\frac{1}{(2\pi)^4} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1}x_1 + k_{y_1}y_1)} e^{-i(k_{x_2}x_2 + k_{y_2}y_2)} e^{iz(\sqrt{k^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2})} \right. \\ &\quad \cdot a(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{x_2}, k_{y_2}, k) dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{x_2} dk_{y_2}] \\ &\quad \cdot \cdot \cdot (2 - 2 - 1 8) \end{aligned}$$

[0111] 式 (2 - 2 - 1 8) において k_{x_1} 、 k_{y_1} 、 k_{x_2} 、 k_{y_2} に関する積分はフーリエ変換の形式になっていて計算機による処理に適している。一方、被積分関数のなかで、 $\exp(i z \cdot \cdot \cdot)$ の項はフーリエ変換の形式になっていない。そのため、例えば、 z の値を指定しながら k について通常の積分が遂行される。あるいは、計算時間を削減するため、全体がフーリエ変換のみで表されるように、式 (2 - 2 - 1 8) が変形されてもよい。

[0112] 例えば、式 (2 - 2 - 1 7) の $\exp(i z \cdot \cdot \cdot)$ の $i z$ の係数が、新しい変数 u を用いて以下の式 (2 - 2 - 1 9) のように表現される。

[0113]

[数54]

$$u = \sqrt{k^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2}$$

・・・(2-2-19)

[0114] 式(2-2-19)の右辺を有理化することにより、次式(2-2-20)が得られる。

[0115] [数55]

$$\frac{k_{x_2}^2 + k_{y_2}^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2}{u} = \sqrt{k^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2} - \sqrt{k^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2}$$

・・・(2-2-20)

[0116] 式(2-2-19)及び式(2-2-20)の2つの式から各平方根について解くことで、次式(2-2-21)が得られる。

[0117] [数56]

$$2\sqrt{k^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2} = u + \frac{k_{x_2}^2 + k_{y_2}^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2}{u}$$

$$2\sqrt{k^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2} = u - \frac{k_{x_2}^2 + k_{y_2}^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2}{u}$$

・・・(2-2-21)

[0118] したがって、kは、次式(2-2-22)のように表現される。

[0119] [数57]

$$k = \frac{1}{2} \sqrt{u^2 + \frac{(k_{x_2}^2 + k_{y_2}^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2)^2}{u^2} + 2(k_{x_2}^2 + k_{y_2}^2 + k_{x_1}^2 + k_{y_1}^2)}$$

・・・(2-2-22)

[0120] また、次に、式(2-2-19)の両辺のk及びuに関する微分によって、次式(2-2-23)が得られる。

[0121] [数58]

$$du = kdk \left(\frac{1}{\sqrt{k^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2}} + \frac{1}{\sqrt{k^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2}} \right)$$

・・・(2-2-23)

[0122] 式(2-2-23)からdkについて解くことにより、次式(2-2-24)が得られる。

[0123] [数59]

$$dk = \frac{1}{ku} \sqrt{k^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2} \sqrt{k^2 - k_{x_2}^2 - k_{y_2}^2} du$$

$$\dots (2-2-24)$$

[0124] 最後にまとめると式 (2-2-18) は次式 (2-2-25) のように変換される。

[0125] [数60]

$$\rho(x, y, z) = \int_0^\infty \Phi(x, y, z, k) dk = \int_0^\infty \phi(x, y, x, y, z, k) dk$$

$$= \lim_{\substack{x_2 \rightarrow x_1 = x \\ y_2 \rightarrow y_1 = y}} \left[\int_0^\infty \phi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k) dk \right]$$

$$= \lim_{\substack{x_2 \rightarrow x_1 = x \\ y_2 \rightarrow y_1 = y}} \left[\frac{1}{(2\pi)^4} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty e^{-i(k_{x_1} x_1 + k_{y_1} y_1)} e^{-i(k_{x_2} x_2 + k_{y_2} y_2)} e^{izu} \right.$$

$$\left. \cdot a(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{x_2}, k_{y_2}, k) dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{x_2} dk_{y_2} dk \right]$$

$$\dots (2-2-25)$$

[0126] <2-3 準2次元配列>

図3は、準2次元アレイアンテナに関する各座標の例を示す概念図である。この例において、準2次元アレイアンテナは、1列の送信アレイアンテナTAと1列の受信アレイアンテナRAとの2つのリニアアレイアンテナで構成される。このような準2次元アレイアンテナは、S-Array (super-array)、又は、S-Arrayマルチスタティックアンテナとも表現される。

[0127] 送信アレイアンテナTAは、n個の送信アンテナ素子Tを含む。受信アレイアンテナRAは、n個の受信アンテナ素子Rを含む。送信アレイアンテナTAのx座標は x_1 で表現され、受信アレイアンテナRAのx座標は x_2 で表現され、送信アレイアンテナTAと受信アレイアンテナRAとの間のx軸方向における距離はdで表現される。この構成では走査方向の各点xでn個の送信アンテナ素子とn個の受信アンテナ素子との任意の組み合わせの n^2 個の時系列データが得られる。

[0128] 本節では、図3に示されるような準2次元アレイアンテナによって得られ

るデータから物体を映像化するための理論を説明する。まず、2次元配列に関する式(2-2-10)が検討の出発点として用いられる。以下の式(2-3-1)は、式(2-2-10)と同じ作用素である。

[0129] [数61]

$$\left\{ \Delta_s^2 - \frac{4}{c^2} \partial_t^2 \partial_z^2 - 4(\partial_{x_1}^2 + \partial_{y_1}^2)(\partial_{x_2}^2 + \partial_{y_2}^2) \right\} \varphi = 0$$

$$\Delta_s = \partial_{x_1}^2 + \partial_{y_1}^2 + \partial_{x_2}^2 + \partial_{y_2}^2 + \partial_z^2$$

$$\dots (2-3-1)$$

[0130] また、

[数62]

$$\varphi$$

の t 、 x_1 、 y_1 、 y_2 に関するフーリエ変換は次式(2-3-2)のように表現される。

[0131] [数63]

$$\tilde{\varphi}(k_{x_1}, k_{y_1}, x_2, k_{y_2}, z, k)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ickt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_{x_1} x_1 + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, t) dx_1 dy_1 dy_2$$

$$\dots (2-3-2)$$

[0132] 以下では、変数 x_2 を u と表現する。式(2-3-1)の両辺を t 、 x_1 、 y_1 、 y_2 に関してフーリエ変換することにより、次式(2-3-3)が得られる。

[0133] [数64]

$$\left\{ (\partial_u^2 + \partial_z^2 - k_{x_1}^2 - k_{y_1}^2 - k_{y_2}^2)^2 + 4k^2 \partial_z^2 + 4(k_{x_1}^2 + k_{y_1}^2)(\partial_u^2 - k_{y_2}^2) \right\} \tilde{\varphi} = 0$$

$$\dots (2-3-3)$$

[0134] u 、 z に関する2次元偏微分方程式である上記の式(2-3-3)の解は、次式(2-3-4)のように仮定される。

[0135] [数65]

$$\tilde{\varphi} \propto e^{s_3 u} e^{s_4 z}$$

$$\dots (2-3-4)$$

[0136] ここで、 s_3 及び s_4 は、次式 (2-3-5) のような k_{x1} 、 k_{y1} 、 k_{y2} 及び k に関する関数である。言い換えれば、 s_3 及び s_4 は、 k_{x1} 、 k_{y1} 、 k_{y2} 及び k によって定められる定数である。

[0137] [数66]

$$s_3 = s_3(k_{x1}, k_{y1}, k_{y2}, k)$$

$$s_4 = s_4(k_{x1}, k_{y1}, k_{y2}, k)$$

$$\dots (2-3-5)$$

[0138] 式 (2-3-4) を式 (2-3-3) へ代入することにより、次式 (2-3-6) が得られる。

[0139] [数67]

$$(s_3^2 + s_4^2 - k_{x1}^2 - k_{y1}^2 - k_{y2}^2)^2 + 4k^2 s_4^2 + 4(k_{x1}^2 + k_{y1}^2)(s_3^2 - k_{y2}^2) = 0$$

$$\dots (2-3-6)$$

[0140] この代数方程式だけでは s_3 及び s_4 が決定されない。次に、式 (2-3-4) が次式 (2-3-7) のように変更される。

[0141] [数68]

$$\tilde{\varphi}(k_{x1}, k_{y1}, u, k_{y2}, z, k) = b(k_{x1}, k_{y1}, k_{y2}, k) e^{s_3 u} e^{s_4 z}$$

$$\dots (2-3-7)$$

[0142] 式 (2-3-7) を k_{x1} 、 k_{y1} 及び k_{y2} に関して逆フーリエ変換して、その結果に $u \rightarrow x_2$ を適用することにより、次式 (2-3-8) が得られる。

[0143] [数69]

$$\varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x1}x_1 + k_{y1}y_1 + k_{y2}y_2)} b(k_{x1}, k_{y1}, k_{y2}, k) e^{s_3 x_2} e^{s_4 z} dk_{x1} dk_{y1} dk_{y2}$$

$$\dots (2-3-8)$$

[0144] 式 (2-3-8) に $x_2 = x_1 = x$ を適用することにより、次式 (2-3-9) が得られる。

[0145]

[数70]

$$\begin{aligned}
& \varphi(x, y_1, x, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1}x + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2)} b(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{s_3x} e^{s_4z} dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\{(k_{x_1} + is_3)x + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2\}} b(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{s_4z} dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1}x + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2)} b(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{s_4z} \left(\frac{dk_{x_1}}{dk_x} \right) dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&\dots (2-3-9)
\end{aligned}$$

[0146] ここで、 k_x は次式(2-3-10)で表現される。

[0147] [数71]

$$\begin{aligned}
& k_x = k_{x_1} + is_3 \\
& \dots (2-3-10)
\end{aligned}$$

[0148] 上記の式(2-3-9)は、1次元配列の散乱場方程式の解と一致するため、式(2-1-16)と一致するはずである。以下の式(2-3-11)は、式(2-1-16)と同じ式である。

[0149] [数72]

$$\begin{aligned}
& \varphi(x, y_1, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot e^{i\{\sqrt{(k^2 - k_{y_1}^2) + \sqrt{(k^2 - k_{y_2}^2) - k_x^2}} z\}} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&\dots (2-3-11)
\end{aligned}$$

[0150] 式(2-3-9)と式(2-3-11)とを比較することにより、次式(2-3-12)が得られる。

[0151] [数73]

$$\begin{aligned}
& b(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \left(\frac{dk_{x_1}}{d(k_{x_1} + is_3)} \right) = a(k_{x_1} + is_3, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
& s_4 = i\sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2})^2 - (k_{x_1} + is_3)^2} \\
& \dots (2-3-12)
\end{aligned}$$

[0152] 式(2-3-12)の第2式を2乗することにより、次式(2-3-13)が得られる。

[0153] [数74]

$$s_4^2 + s_3^2 = 2ik_{x_1}s_3 + k_{x_1}^2 - \left(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\right)^2$$

$$\dots (2-3-13)$$

[0154] 式(2-3-13)を式(2-3-6)へ代入することにより、次式(2-3-14)が得られる。

[0155] [数75]

$$\left\{2ik_{x_1}s_3 - k_{y_1}^2 - k_{y_2}^2 - \left(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\right)^2\right\}^2$$

$$+ 4k^2 \left\{-\left(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\right)^2 + (k_{x_1} + is_3)^2\right\}$$

$$+ 4(k_{x_1}^2 + k_{y_1}^2)(s_3^2 - k_{y_2}^2) = 0$$

$$\dots (2-3-14)$$

[0156] 式(2-3-14)を整理することにより、次式(2-3-15)が得られる。

[0157] [数76]

$$(k^2 - k_{y_1}^2)s_3^2 + 2\left(ik_{x_1}\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2}\sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}\right)s_3 - k_{x_1}^2(k^2 - k_{y_2}^2) = 0$$

$$\dots (2-3-15)$$

[0158] この方程式の解は、重根であるので、次式(2-3-16)で表現される解が一意的に得られる。

[0159] [数77]

$$s_3 = \frac{-ik_{x_1}\sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2}}$$

$$\dots (2-3-16)$$

[0160] 上記のプロセスで得られる式(2-3-12)及び式(2-3-16)に従って、 s_3 及び s_4 が、解析的に求まる。そして、式(2-3-8)から散乱場関数が次式(2-3-17)のように得られる。

[0161]

[数78]

$$\begin{aligned}
& \varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1}x_1 + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2)} b(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{s_3x_2} e^{s_4z} dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1}x_1 + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2)} a(k_{x_1} + is_3, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \left(\frac{d(k_{x_1} + is_3)}{dk_{x_1}} \right) e^{s_3x_2} e^{s_4z} dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
& s_3 = \frac{-ik_{x_1} \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2}} \\
& s_4 = i \sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2})^2 - (k_{x_1} + is_3)^2} \\
& \dots (2-3-17)
\end{aligned}$$

[0162] 次に、計測データ $\Phi(x_1, y_1, y_2, k)$ と、 $a(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ とを結びつけることが検討される。そのため、 $k_x = k_{x_1} + is_3$ と定め、 $z = 0$ 及び $x_2 = x_1 + d$ を式 (2-3-17) へ代入することにより、次式 (2-3-18) のような方程式が成立する。ここで、 $\Phi(x_1, y_1, y_2, k)$ は、送信点 $(x_1, y_1, 0)$ 、受信点 $(x_1 + d, y_2, 0)$ 及び波数 k の計測データである。

[0163] [数79]

$$\begin{aligned}
& \Phi(x_1, y_1, y_2, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1}x_1 + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2)} a(k_{x_1} + is_3, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \left(\frac{d(k_{x_1} + is_3)}{dk_{x_1}} \right) e^{s_3(x_1 + d)} dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\{(k_{x_1} + is_3)x_1 + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2\}} a(k_{x_1} + is_3, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \left(\frac{d(k_{x_1} + is_3)}{dk_{x_1}} \right) e^{s_3d} dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x_1 + k_{y_1}y_1 + k_{y_2}y_2)} a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{s_3d} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\
& \dots (2-3-18)
\end{aligned}$$

[0164] 以後、次式（２－３－１９）で定義される k_x 及び s_3 が用いられる。

[0165] [数80]

$$k_x = k_{x_1} + i s_3$$

$$s_3 = \frac{-i k_{x_1} \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2}} = \frac{-i k_x \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}$$

$$\dots (2-3-19)$$

[0166] 式（２－３－１８）の両辺を x_1 、 y_1 、 y_2 に関してフーリエ変換することにより次式（２－３－２０）が得られる。

[0167] [数81]

$$\tilde{\Phi}(k'_x, k'_{y_1}, k'_{y_2}, k)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k'_x x_1 + k'_{y_1} y_1 + k'_{y_2} y_2)} \Phi(x_1, y_1, y_2, k) dx_1 dy_1 dy_2$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k'_x x_1 + k'_{y_1} y_1 + k'_{y_2} y_2)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\{k_x x_1 + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2\}} a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{s_3 d} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} dx_1 dy_1 dy_2$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(k'_x - k_x) \delta(k'_{y_1} - k_{y_1}) \delta(k'_{y_2} - k_{y_2}) a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) e^{s_3 d} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2}$$

$$= a(k'_x, k'_{y_1}, k'_{y_2}, k) e^{s'_3 d}$$

$$\dots (2-3-20)$$

[0168] 式（２－３－２０）から関数 $a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$ が次式（２－３－２１）のように求まる。

[0169] [数82]

$$a(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) = e^{-s_3 d} \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$$

$$= e^{\frac{i k_x d \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}} \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k)$$

$$\dots (2-3-21)$$

[0170] したがって、散乱場関数である式（２－３－１７）が次式（２－３－２２）のように完全な形式で求まる。

[0171]

[数83]

$$\begin{aligned}
& \varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1} x_1 + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} a(k_{x_1} + is_3, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\
&\quad \cdot \left(\frac{d(k_{x_1} + is_3)}{dk_{x_1}} \right) e^{s_3 x_2} e^{s_4 z} dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{x_1} x_1 + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} e^{s_3 x_2} e^{s_4 z} e^{\frac{id(k_{x_1} + is_3)\sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}} \\
&\quad \cdot \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \left(\frac{d(k_{x_1} + is_3)}{dk_{x_1}} \right) dk_{x_1} dk_{y_1} dk_{y_2} \\
& s_3 = \frac{-ik_{x_1} \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2}} = \frac{-ik_x \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}} \\
& s_4 = ik_z = i\sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2})^2 - (k_{x_1} + is_3)^2} \\
& \dots (2 - 3 - 2 \ 2)
\end{aligned}$$

[0172] そして、映像化関数が次式（2－3－2 3）のように求まる。

[0173]

[数84]

$$\begin{aligned}
& \rho(x, y, z) \\
&= \int_0^\infty \lim_{\substack{x_2 \rightarrow x_1 = x \\ y_2 \rightarrow y_1 = y}} \varphi(x_1, y_1, x_2, y_2, z, k) dk \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty dk \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty e^{-i(k_x x + k_{y_1} y + k_{y_2} y)} e^{i s_4 z} e^{\frac{i d k_x \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}} \\
&\quad \cdot \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty e^{-i(k_x x + k_{y_1} y + k_{y_2} y)} e^{i k_z z} e^{\frac{i d k_x \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}} \\
&\quad \cdot \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \left(\frac{dk}{dk_z} \right) dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} dk_z \\
& k_z = \sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2})^2 - k_x^2} \\
& k = \frac{1}{2} \sqrt{k_x^2 + k_z^2 + 2(k_{y_1}^2 + k_{y_2}^2) + \frac{(k_{y_1}^2 - k_{y_2}^2)^2}{k_x^2 + k_z^2}} \\
& \frac{dk}{dk_z} = \frac{k_z \sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{k(k_x^2 + k_z^2)} \\
& \dots (2 - 3 - 2 \ 3)
\end{aligned}$$

[0174] 1次元配列に比べて、準2次元配列では、多くの送信素子及び多くの受信素子が配置され得る。よって、より効率的に情報を取得することが可能になる。

[0175] <3 物体の移動が考慮された散乱場理論>

本章では、物体の移動が考慮された散乱場理論を説明する。特に、大気中において移動する飛翔体を映像化するための散乱場理論を説明する。

[0176] 例えば、まず、物体の移動が考慮されていない散乱場理論に基づいて、一定の時間間隔で暫定的な映像化関数が導出される。そして、一定の時間間隔で導出される暫定的な映像化関数に基づいて、物体の速度が導出される。そして、物体の移動、具体的には物体の速度が考慮された散乱場理論に基づいて、映像化関数が導出される。

[0177] <3-1 飛翔体の速度解析>

図4は、複数の送信器、複数の受信器及び飛翔体の関係を示す概念図であ

る。x 軸方向及び y 軸方向は、水平方向に対応し、z 軸方向は、鉛直方向に対応する。複数の送信器（ T_0 、 $\dots$ 、 T_N ）及び複数の受信器（ R_0 、 $\dots$ 、 R_N ）を用いて得られる計測データは、

[数85]

$$\phi(\tau, x, y_1, y_2, t)$$

のように表現される。

[0178] ここで、t は、実時間を示す。τ は、データの採取回数に相当する時間単位である。具体的には、波動の送受信時間が Δt で表現される場合、 $t = \tau \Delta t$ が成立する。したがって、τ は、時間を示し得る。また、本節において、送受アレイ間の距離 d は、0 と仮定される（ $d = 0$ ）。送信アレイアンテナ及び受信アレイアンテナは、y 軸に沿って配置され、動かず走査しないので、計測データは、x に依存しない。

[0179] そこで、計測データは、改めて、

[数86]

$$\phi(\tau, y_1, y_2, t)$$

と表現される。

[0180] 式（2-1-17）の映像化関数に上記の τ を入れることで、次式（3-1-1）の映像化関数が得られる。

[0181] [数87]

$$\begin{aligned} \rho(\tau, x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty e^{-i(k_x x + k_{y_1} y + k_{y_2} y)} a(\tau, k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ &\quad \cdot e^{ik_z z} \left(\frac{dk}{dk_z} \right) dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} dk_z \\ a(\tau, k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) &= \tilde{\phi}(\tau, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ \frac{dk}{dk_z} &= \frac{k_z \sqrt{k^2 - k_{y_1}^2} \sqrt{k^2 - k_{y_2}^2}}{k(k_x^2 + k_z^2)} \\ &\quad \dots (3-1-1) \end{aligned}$$

[0182] 上記の式（3-1-1）の映像化関数は、物体の移動が考慮されていない散乱場理論によって求められる映像化関数であって、τ に依存する。

[0183] $\rho(\tau, x, y, z)$ から、物体の速度を計算するため、ラグランジェ微分が用いられる。ラグランジェ微分は次式 (3-1-2) のように定義される。

[0184] [数88]

$$\frac{D}{D\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} + \mathbf{V} \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \\ \dots (3-1-2)$$

[0185] 式 (3-1-2) において、 $\mathbf{V}$ は、 (x, y, z) 空間の非圧縮流れ場の速度ベクトル (v_x, v_y, v_z) を表す。 $\mathbf{V}$ は、 (x, y, z) の関数と考えられる。しかし、飛翔体のみが速度を有するので、飛翔体が 1 機のみである場合、 $\mathbf{V}$ は、空間内で一定であると仮定され、時間 τ に依存すると仮定される。飛翔体が複数の場合、 $\mathbf{V}$ は、空間内で一定ではなく、飛翔体の近傍で一定である。この条件から、映像化関数には、次式 (3-1-3) の条件が課される。

[0186] [数89]

$$\frac{D}{D\tau} \rho(\tau, x, y, z) = 0 \\ \dots (3-1-3)$$

[0187] 空間内で $\mathbf{V} = (v_x, v_y, v_z)$ が一定である場合、飛翔体の速度は、式 (3-1-3) を満たす (v_x, v_y, v_z) として導出される。しかしながら、 $\rho(\tau, x, y, z)$ が 0 である場合、式 (3-1-3) では、(v_x, v_y, v_z) が定められない。そのため、飛翔体の速度は、式 (3-1-4) に基づいて求められる。

[0188] [数90]

$$\underset{(v_x, v_y, v_z)}{\text{Min}} \left[\iiint \left| \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho(\tau, x, y, z) \right|^2 dx dy dz \right. \\ \left. + \varepsilon (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \right] \\ \dots (3-1-4)$$

[0189] ここで、 ε は、正の数である。式 (3-1-4) は、(v_x, v_y, v_z) に

関する2次式であり、係数が正であるから、最小値は必ず存在する。さらに、 $\rho(\tau, x, y, z)$ が0である場合に (v_x, v_y, v_z) が任意の値で最小値に達することを防ぐための ε の項が設けられる。 $\rho(\tau, x, y, z)$ が0である場合、 ε の項によって (v_x, v_y, v_z) が $(0, 0, 0)$ として導出される。 ε の項に基づく誤差を避けるため、 ε の値は小さい方がよい。

[0190] 式(3-1-4)から、 (v_x, v_y, v_z) を導出するため、まず、 $\rho(\tau, x, y, z)$ に対してフーリエ変換が行われ、次式(3-1-5)が得られる。

[0191] [数91]

$$\rho(\tau, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y - k_z z)} \rho_k(\tau, k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z$$

・・・(3-1-5)

[0192] 式(3-1-5)を式(3-1-3)へ代入することで次式(3-1-6)が得られる。

[0193] [数92]

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho(\tau, x, y, z)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y - k_z z)} \left\{ \partial_\tau - ik_x v_x - ik_y v_y + ik_z v_z \right\}$$

$$\cdot \rho_k(\tau, k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z$$

・・・(3-1-6)

[0194] 式(3-1-6)の右辺に現れる関数を便宜上次のように書くことにする。

[0195]

[数93]

$$\begin{aligned}
A(\tau, x, y, z) &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y - k_z z)} k_x \rho_k(\tau, k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z \\
B(\tau, x, y, z) &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y - k_z z)} k_y \rho_k(\tau, k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z \\
C(\tau, x, y, z) &= \frac{i}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y - k_z z)} k_z \rho_k(\tau, k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z \\
D(\tau, x, y, z) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_y y - k_z z)} \partial_\tau \rho_k(\tau, k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z \\
&\dots (3-1-7)
\end{aligned}$$

[0196] 式(3-1-7)の記号を用いて、式(3-1-6)は、次式(3-1-8)のように表現され得る。

[0197] [数94]

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho(\tau, x, y, z) \\
&= D(\tau, x, y, z) + v_x A(\tau, x, y, z) + v_y B(\tau, x, y, z) + v_z C(\tau, x, y, z) \\
&\dots (3-1-8)
\end{aligned}$$

[0198] 式(3-1-4)を実際に計算するために式(3-1-8)を式(3-1-4)の絶対値記号の中の式として評価することで、式(3-1-9)が得られる。

[0199]

[数95]

$$\begin{aligned}
& \iiint \left| \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho(\tau, x, y, z) \right|^2 dx dy dz \\
&= \iiint \left| D(\tau, x, y, z) + v_x A(\tau, x, y, z) + v_y B(\tau, x, y, z) + v_z C(\tau, x, y, z) \right|^2 dx dy dz \\
&= v_x^2 \iiint A(\tau, x, y, z) \bar{A}(\tau, x, y, z) d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_y^2 \iiint B(\tau, x, y, z) \bar{B}(\tau, x, y, z) d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_z^2 \iiint C(\tau, x, y, z) \bar{C}(\tau, x, y, z) d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + \iiint D(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_x v_y \iiint \{ A(\tau, x, y, z) \bar{B}(\tau, x, y, z) + cc. \} d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_y v_z \iiint \{ B(\tau, x, y, z) \bar{C}(\tau, x, y, z) + cc. \} d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_z v_x \iiint \{ C(\tau, x, y, z) \bar{A}(\tau, x, y, z) + cc. \} d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_x \iiint \{ A(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) + cc. \} d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_y \iiint \{ B(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) + cc. \} d\mathbf{r}^3 \\
&\quad + v_z \iiint \{ C(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) + cc. \} d\mathbf{r}^3 \\
&\quad \cdot \cdot \cdot (3-1-9)
\end{aligned}$$

[0200] ここで、 $cc.$ は、その直前の項の複素共役を示す。上側にバーが付けられた変数は、その変数の複素共役を示す。この式（3-1-9）の右辺に現れる積分計算は、以下の式（3-1-10）のようにかなり簡単化され得る。

。

[0201]

[数96]

$$\begin{aligned}
a &= \iiint A(\tau, x, y, z) \bar{A}(\tau, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\
b &= \iiint B(\tau, x, y, z) \bar{B}(\tau, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\
c &= \iiint C(\tau, x, y, z) \bar{C}(\tau, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\
d &= \iiint D(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint |\partial_\tau \rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\
e &= \iiint A(\tau, x, y, z) \bar{B}(\tau, x, y, z) + cc. = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x k_y |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\
f &= \iiint B(\tau, x, y, z) \bar{C}(\tau, x, y, z) + cc. = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y k_z |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\
g &= \iiint C(\tau, x, y, z) \bar{A}(\tau, x, y, z) + cc. = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z k_x |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\
h &= \iiint A(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) + cc. = \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_x \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\
m &= \iiint B(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) + cc. = \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_y \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\
n &= \iiint C(\tau, x, y, z) \bar{D}(\tau, x, y, z) + cc. = \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_z \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\
&\dots (3-1-10)
\end{aligned}$$

[0202] 式(3-1-9)は、式(3-1-10)を用いて、次式(3-1-11)のように表現される。

[0203] [数97]

$$\begin{aligned}
&\iiint \left(\frac{\partial}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho(\tau, x, y, z) \Big| dx dy dz \\
&= a v_x^2 + b v_y^2 + c v_z^2 + e v_x v_y + f v_y v_z + g v_z v_x + h v_x + m v_y + n v_z + d \\
&\dots (3-1-11)
\end{aligned}$$

[0204] そして、式(3-1-4)は、次式(3-1-12)のような問題として表現される。

[0205]

[数98]

$$\begin{aligned}
& \underset{(v_x, v_y, v_z)}{Min} [\Psi(v_x, v_y, v_z)] \\
& \Psi(v_x, v_y, v_z) \\
& = av_x^2 + bv_y^2 + cv_z^2 + ev_x v_y + fv_y v_z + gv_z v_x + hv_x + mv_y + nv_z + d \\
& \quad + \varepsilon(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \\
& \dots (3-1-12)
\end{aligned}$$

[0206] 式(3-1-12)から、次式(3-1-13)が導出される。

[0207] [数99]

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial v_x} \Psi(v_x, v_y, v_z) \\ \frac{\partial}{\partial v_y} \Psi(v_x, v_y, v_z) \\ \frac{\partial}{\partial v_z} \Psi(v_x, v_y, v_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a+2\varepsilon & e & g \\ e & 2b+2\varepsilon & f \\ g & f & 2c+2\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h \\ m \\ n \end{pmatrix} = 0 \\
& \dots (3-1-13)
\end{aligned}$$

[0208] さらに、式(3-1-13)から、次式(3-1-14)が導出される。

[0209] [数100]

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2a+2\varepsilon & e & g \\ e & 2b+2\varepsilon & f \\ g & f & 2c+2\varepsilon \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} h \\ m \\ n \end{pmatrix} \\
& \dots (3-1-14)
\end{aligned}$$

[0210] 式(3-1-10)から行列の要素が容易に計算され得る。したがって、速度ベクトルが計算され得る。

[0211] ここで、式(3-1-10)の積分領域について説明する。例えば、1つの飛翔体の近傍の領域で積分が行われることで、その飛翔体の速度が得られる。また、例えば、編隊で動いている複数の飛翔体を含む領域で積分が行われることにより、複数の飛翔体の全体の平均速度が得られる。また、飛翔体が存在しない場合、 a 、 b 、 c 、 $\dots$ 、 m 、 n が限りなく0に近づく。この場合、式(3-1-13)から明らかなように、導入された ε によって、 v_x 、 v_y 、 v_z が0として導出される。

[0212] <3-2 電磁波のドップラー効果>

本節では、ドップラー効果が、散乱波に与える影響、特に散乱波の波数に与える影響が検討される。

[0213] 散乱場理論における波動は、電磁波等の高速の波動であってもよい。このような高速の波動のドップラー効果には、時間と空間との関係も関連する。ミンコフスキー空間に対応する4次元空間の中の動径ベクトル $(x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$ の長さの2乗は、次式(3-2-1)で表現される。

[0214] [数101]

$$(x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 \\ \dots (3-2-1)$$

[0215] なお、 x^a の a は、指数(exponent)ではなく、添え字を示す。上記の特性を有する動径ベクトルの成分と同じように変換される成分を有する4元ベクトルが、 (A^0, A^1, A^2, A^3) として定義され得る。ローレンツ変換に基づいて、 (A^0, A^1, A^2, A^3) は、次式(3-2-2)のように変換される。

[0216] [数102]

$$A^0 = \frac{A'^0 + \frac{V}{c} A'^1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad A^1 = \frac{A'^1 + \frac{V}{c} A'^0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad A^2 = A'^2, \quad A^3 = A'^3 \\ \dots (3-2-2)$$

[0217] ここで、座標系 (x') は、基準座標系 (x) に対して速度 V で動いていると仮定されている。

[0218] 次に、飛翔体が、速度 $-V$ で x 軸の方向に沿って接近する場合に、静止座標系 K_0 において、 ω_0 の周波数、及び、 k_0 の波数を有する電磁波が、飛翔体に向けて放射されると仮定される。飛翔体座標系 K_1 において、電磁波の波数が k_1 であれば、上記の変換により、次式(3-2-3)が成立する。

[0219]

[数103]

$$k^{(0)0} = \frac{k^{(1)0} - \frac{V}{c} k^{(1)1}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$k^{(0)0} = k_0 = \omega_0 / c, \quad k^{(1)0} = k_1 = \omega_1 / c, \quad k^{(1)1} = k_1 \cos \alpha$$

$$\dots (3-2-3)$$

[0220] ここで、 $k^{(a) b}$ の a は、観測座標系を示し、 K_0 の0又は K_1 の1等に対応する。 $k^{(a) b}$ の b は、4元ベクトルの添え字を示し、 A^0 の0又は A^1 の1等に対応する。 α は、波の方向と飛翔体座標系の x 軸方向となす角度を示す。 ω_1 は、飛翔体座標系 K_1 における電磁波の周波数を示す。そして、さらに、次式(3-2-4)が得られる。

[0221] [数104]

$$k^{(1)0} = k^{(0)0} \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V}{c} \cos \alpha}$$

$$\dots (3-2-4)$$

[0222] 反射した波が基準座標系 K_2 で観測される場合、4元ベクトルの変換則から、次式(3-2-5)が成立する。

[0223] [数105]

$$k^{(1)0} = \frac{k^{(2)0} + \frac{V}{c} k^{(2)1}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$k^{(1)0} = k_1 = \omega_1 / c, \quad k^{(2)0} = k_2 = \omega_2 / c, \quad k^{(2)1} = k_2 \cos \beta'$$

$$\dots (3-2-5)$$

[0224] ここで、 β' は、反射波の方向と飛翔体座標系の x 軸方向となす角度である。基準座標系 K_2 が飛翔体座標系 K_1 に対して相対的に x 軸の正方向へ V で移動しているため、波の方向ベクトルと飛翔体座標系の x 軸方向となすベクトル内積は、負の値を有する。そして、次式(3-2-6)が成立する。

[0225]

[数106]

$$k_2 = k^{(1)0} \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c} \cos \beta'} = k^{(0)0} \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V}{c} \cos \alpha} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c} \cos \beta'}$$

$$\approx k_0 \left(1 + \frac{V}{c} \cos \alpha \right) \left(1 + \frac{V}{c} \cos \beta \right)$$

・・・(3-2-6)

[0226] ここで、 β 及び β' は、 $\beta' = \beta + \pi$ の関係を有する。また、式(3-2-6)において、 V が c に比べて十分小さいことを用いて近似が行われている。

[0227] つまり、式(3-2-6)に従って、飛翔体に向けて放射された電磁波の波数 k_0 が、飛翔体に反射した電磁波の波数 k_2 に変化する。

[0228] <3-3 ドップラー効果が考慮された散乱場方程式>

本節では、ドップラー効果が、1次元配列の散乱場理論に反映される。

[0229] 図5は、1次元アレイアンテナ及び飛翔体を含む座標系を示す概念図である。図5のように、点 $P_1(x, y_1, z)$ から放射された電波が点 $P(\xi, \eta, \zeta)$ で反射し、点 $P_2(x, y_2, z)$ で受信される状況がここでは検討される。点 P が領域 D 全体を動くとき、 P_2 で受信される信号は、次式(3-3-1)のように表される。

[0230] [数107]

$$\varphi(x, y_1, y_2, z) = \iint_D \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik_s\rho_2}}{\rho_2} \varepsilon(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

$$\rho_1 = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y_1 - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$$

$$\rho_2 = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y_2 - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$$

・・・(3-3-1)

[0231] ここで、 $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$ は、点 $P(\xi, \eta, \zeta)$ の誘電率の関数を示し、点 $P(\xi, \eta, \zeta)$ での反射率に対応する。また、点 $P(\xi, \eta, \zeta)$ は、反射点に対応する。なお、 $\varepsilon(\xi, \eta, \zeta)$ は、未知である。また、時間の因子が $e \times p(-i\omega t)$ に比例すると仮定されている。また、反射後の電波の波数 k_s は、反射前の電波の波数 k とは異なる可能性がある。上式の被

積分項にあるカーネル関数は、次式（3-3-2）の ϕ で表現される。

[0232] [数108]

$$\phi = \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik_s\rho_2}}{\rho_2} \cdots (3-3-2)$$

[0233] 飛翔体の速度が（ u 、 v 、 0 ）であると仮定される場合、ドップラー効果が考慮された波数 $k = k_0$ 及び $k_s = k_2$ は、次式（3-3-3）のように表現される。なお、 u 及び v は、 v_x 及び v_y とも表現される。

[0234] [数109]

$$\begin{aligned} k &= \frac{\omega}{c} \\ k_s &= k \left(1 + \frac{V}{c} \cos \alpha \right) \left(1 + \frac{V}{c} \cos \beta \right) \\ &= k \left(1 + \frac{u}{c} \frac{x-\xi}{\rho_1} + \frac{v}{c} \frac{y_1-\eta}{\rho_1} \right) \left(1 + \frac{u}{c} \frac{x-\xi}{\rho_2} + \frac{v}{c} \frac{y_2-\eta}{\rho_2} \right) \\ &\approx k \left(1 + \frac{u}{c} \frac{x-\xi}{\rho_1} + \frac{v}{c} \frac{y_1-\eta}{\rho_1} + \frac{u}{c} \frac{x-\xi}{\rho_2} + \frac{v}{c} \frac{y_2-\eta}{\rho_2} \right) \cdots (3-3-3) \end{aligned}$$

[0235] カーネル関数内の $k_s \rho_2$ は、式（3-3-3）を用いて、次式（3-3-4）のように表現される。ここで、飛翔体がアレイアンテナから十分に離れたところに位置し、アレイアンテナから飛翔体までの距離がアレイのトータル長に比べて十分に大きいと想定される。したがって、極めて小さい u/c 又は v/c と、 ρ_2/ρ_1 との積において、 ρ_1 と ρ_2 とが同じとみなされ得る。

[0236] [数110]

$$\begin{aligned} k_s \rho_2 &= k \left(\rho_2 + \frac{u}{c} (x-\xi) \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{v}{c} (y_1-\eta) \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{u}{c} (x-\xi) + \frac{v}{c} (y_2-\eta) \right) \\ &= k \left(\rho_2 + \frac{2u}{c} (x-\xi) + \frac{v}{c} (y_1-\eta) + \frac{v}{c} (y_2-\eta) \right) \cdots (3-3-4) \end{aligned}$$

[0237] したがって、ドップラー効果が考慮されたカーネル関数は、次式（3-3-5）のように表現される。

[0238] [数111]

$$\phi = \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\left\{\rho_2 + \frac{2u}{c}(x-\xi) + \frac{v}{c}(y_1-\eta) + \frac{v}{c}(y_2-\eta)\right\}}}{\rho_2}$$

・・・(3-3-5)

[0239] さらに、便宜上、定数 $\alpha = 2u/c$ 及び $\beta = v/c$ を導入することにより、 ϕ は、次式 (3-3-6) のように表現される。

[0240] [数112]

$$\phi = \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \frac{e^{ik\{\rho_2 + \alpha(x-\xi) + \beta(y_1-\eta) + \beta(y_2-\eta)\}}}{\rho_2}$$

・・・(3-3-6)

[0241] 式 (3-3-6) が短波長で漸近的な解となるような偏微分方程式が検討される。 ϕ の各次数の微分結果が、式 (3-3-7) のように表現される。
なお、 $1/\rho$ に関して高次の項は、無視されてもよい。

[0242] [数113]

$$\begin{aligned}\partial_x \phi &= ik(x-\xi)\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)\phi + ik\alpha\phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_{y_1} \phi &= ik\frac{y_1-\eta}{\rho_1}\phi + ik\beta\phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_{y_2} \phi &= ik\frac{y_2-\eta}{\rho_2}\phi + ik\beta\phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_z \phi &= ik(z-\zeta)\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)\phi + o(\rho^{-3}) \\ (\partial_x - ik\alpha)(\partial_x - ik\alpha)\phi &= (ik)^2(x-\xi)^2\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)^2\phi + o(\rho^{-3}) \\ \partial_z \partial_z \phi &= (ik)^2(z-\zeta)^2\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)^2\phi + o(\rho^{-3}) \\ (\partial_{y_1} - ik\beta)(\partial_{y_1} - ik\beta)\phi &= (ik)^2\left(\frac{y_1-\eta}{\rho_1}\right)^2\phi + o(\rho^{-3}) \\ (\partial_{y_2} - ik\beta)(\partial_{y_2} - ik\beta)\phi &= (ik)^2\left(\frac{y_2-\eta}{\rho_2}\right)^2\phi + o(\rho^{-3}) \\ &\dots(3-3-7)\end{aligned}$$

[0243] 続いて、次式 (3-3-8) の微分演算子が導入される。

[0244]

[数114]

$$\begin{aligned} D_x &= \partial_x - ik\alpha \\ D_{y1} &= \partial_{y1} - ik\beta \\ D_{y2} &= \partial_{y2} - ik\beta \\ D_z &= \partial_z \\ &\dots (3-3-8) \end{aligned}$$

[0245] 式(3-3-8)の新しい演算子を用いて、第2章第1節と同様の計算を行うことにより、次式(3-3-9)が得られる。

[0246] [数115]

$$\begin{aligned} &[\frac{1}{4}\{\Box_4 - 2(ik)^2\}^2 - D_{y1}^2 D_{y2}^2 + (ik)^2(D_{y1}^2 + D_{y2}^2) - (ik)^4]\phi = 0 \\ \Box_4 &= D_x^2 + D_{y1}^2 + D_{y2}^2 + D_z^2 \\ &\dots (3-3-9) \end{aligned}$$

[0247] 上記の式(3-3-9)は、ドップラー効果が考慮された散乱場の方程式であって、高速で移動する飛翔体の検出に適している。さらに、次式(3-3-10)のように変数の置き換えが行われる。

[0248] [数116]

$$\begin{aligned} -ik &\rightarrow \frac{1}{c}\partial_t \\ &\dots (3-3-10) \end{aligned}$$

[0249] 上記のプロセスによって、最終的に次式(3-3-11)の方程式が得られる。

[0250] [数117]

$$\begin{aligned} &\{\Box_4^2 - \frac{4}{c^2}(\partial_t^2 D_x^2 + \partial_t^2 D_z^2) - 4D_{y1}^2 D_{y2}^2\}\phi = 0 \\ \Box_4 &= D_x^2 + D_{y1}^2 + D_{y2}^2 + D_z^2 \\ &\dots (3-3-11) \end{aligned}$$

[0251] 上記の式(3-3-11)は、式(3-3-2)の ϕ が解となる偏微分方程式である。式(3-3-1)の積分核へ微分を適用することにより、式(3-3-1)の

[数118]

 φ

もまた上記偏微分方程式を満たす。この方程式は5個の変数（ t 、 x 、 y_1 、 y_2 、 z ）で構成される4次元の擬似波動方程式である。

[0252] 次に、この方程式がフーリエ変換を用いて解かれる。まず、

[数119]

 φ

が、次式（3-3-12）のように、 t 、 x 、 y_1 、 y_2 について多重フーリエ変換される。

[0253] [数120]

$$\tilde{\varphi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \varphi(x, y_1, y_2, z, t) dx dy_1 dy_2$$

・・・(3-3-12)

[0254] 式（3-3-11）及び式（3-3-12）から以下の式（3-3-13）が得られる。

[0255] [数121]

$$\left[\left\{ D_z^2 - (k_x + k\alpha)^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2 \right\}^2 + 4k^2 \left\{ D_z^2 - (k_x + k\alpha)^2 \right\} - 4(k_{y_1} + k\beta)^2 (k_{y_2} + k\beta)^2 \right] \tilde{\varphi} = 0$$

・・・(3-3-13)

[0256] ここでは、 $\omega = ck$ の関係が用いられている。この方程式の4つの基本解は、次式（3-3-14）のように表現される。

[0257] [数122]

$$E_1 = e^{iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2} - \sqrt{k^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}}$$

$$E_2 = e^{-iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2} + \sqrt{k^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}}$$

$$E_3 = e^{iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2} \sqrt{k^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}}$$

$$E_4 = e^{-iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2} \sqrt{k^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}}$$

・・・(3-3-14)

[0258] 時間の因子が $e^{-i\omega t}$ であること、放射電波のパスで位相が加算されること

、及び、物体で反射した電波が計測面へ向かって跳ね返ってくることを考慮すると、 E_1 が唯一の意味のある解である。したがって、次式（3-3-15）が得られる。

[0259] [数123]

$$\begin{aligned} \varphi(x, y_1, y_2, z, k) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ &\quad \cdot e^{iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y1} + k\beta)^2} + \sqrt{k^2 - (k_{y2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \\ &\quad \dots (3-3-15) \end{aligned}$$

[0260] この式（3-3-15）に $z=0$ を代入することにより、 $a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k)$ が、次式（3-3-16）のように、 $z=0$ における計測データのフーリエ変換結果として求められる。

[0261] [数124]

$$\begin{aligned} a(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) &= \tilde{\varphi}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, 0, k) = \tilde{\Phi}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ &\quad \dots (3-3-16) \end{aligned}$$

[0262] 最終的に、ドップラー効果が反映された散乱場関数が次式（3-3-17）のように求められる。

[0263] [数125]

$$\begin{aligned} \varphi(x, y_1, y_2, z, k) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y1} y_1 - k_{y2} y_2)} \tilde{\Phi}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ &\quad \cdot e^{iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y1} + k\beta)^2} + \sqrt{k^2 - (k_{y2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}} dk_x dk_{y1} dk_{y2} \\ &\quad \dots (3-3-17) \end{aligned}$$

[0264] k 及び z が固定である条件下で式（3-3-17）に極限操作（ $y_2 \rightarrow y_1 = y$ ）を適用し、その結果を k に関して積分することにより、ドップラー効果が反映された映像化関数が次式（3-3-18）のように求められる。

[0265]

[数126]

$$\begin{aligned}
& \varphi(x, y, z, k) \\
&= \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} [\varphi(x, y_1, y_2, z, k)] \\
&= \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \right. \\
&\quad \left. \cdot e^{iz \sqrt{\{k^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2 + \sqrt{k^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2}\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \right] \\
&\rho(x, y, z) = \int_0^{\infty} \varphi(x, y, z, k) dk \\
&\dots (3-3-18)
\end{aligned}$$

[0266] 例えば、右辺の積分を簡略化するため、次式（3-3-19）の変数が導入される。

[0267] [数127]

$$\begin{aligned}
k_{\xi} &= k_x + k\alpha \\
k_{\eta_1} &= k_{y_1} + k\beta \\
k_{\eta_2} &= k_{y_2} + k\beta \\
&\dots (3-3-19)
\end{aligned}$$

[0268] この場合、式（3-3-18）の第一式は、次式（3-3-20）のように表現される。

[0269] [数128]

$$\begin{aligned}
& \varphi(x, y, z, k) \\
&= \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} [\varphi(x, y_1, y_2, z, k)] \\
&= \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\{(k_{\xi} - k\alpha)x + (k_{\eta_1} - k\beta)y_1 + (k_{\eta_2} - k\beta)y_2\}} \right. \\
&\quad \left. \cdot \tilde{\Phi}(k_{\xi} - k\alpha, k_{\eta_1} - k\beta, k_{\eta_2} - k\beta, k) e^{iz \sqrt{\{k^2 - (k_{\eta_1})^2 + \sqrt{k^2 - (k_{\eta_2})^2}\}^2 - (k_{\xi})^2}} dk_{\xi} dk_{\eta_1} dk_{\eta_2} \right] \\
&= \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} \left[\frac{1}{(2\pi)^3} e^{i(k\alpha x + k\beta y_1 - k\beta y_2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_{\xi} x + k_{\eta_1} y + k_{\eta_2} y_2)} \right. \\
&\quad \left. \cdot \tilde{\Phi}(k_{\xi} - k\alpha, k_{\eta_1} - k\beta, k_{\eta_2} - k\beta, k) e^{iz \sqrt{\{k^2 - (k_{\eta_1})^2 + \sqrt{k^2 - (k_{\eta_2})^2}\}^2 - (k_{\xi})^2}} dk_{\xi} dk_{\eta_1} dk_{\eta_2} \right] \\
&\dots (3-3-20)
\end{aligned}$$

[0270] 上記の（3-3-20）において、

[数129]

 $\tilde{\Phi}$

は、計測データ中のフーリエ変換結果であり、次式（3-3-21）のように定義される。

[0271] [数130]

$$\tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ickt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x - k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \Phi(x, y_1, y_2, t) dx dy_1 dy_2$$

・・・(3-3-21)

[0272] さらに、次式（3-3-22）の関数が導入される。

[0273] [数131]

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}(k_{\xi}, k_{\eta_1}, k_{\eta_2}, k) \\ &= \tilde{\Phi}(k_{\xi} - k\alpha, k_{\eta_1} - k\beta, k_{\eta_2} - k\beta, k) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ickt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\{(k_{\xi} - k\alpha)x + (k_{\eta_1} - k\beta)y_1 + (k_{\eta_2} - k\beta)y_2\}} \Phi(x, y_1, y_2, t) dx dy_1 dy_2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ickt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_{\xi} x + k_{\eta_1} y_1 + k_{\eta_2} y_2)} \{e^{-ik\alpha x - ik\beta y_1 - ik\beta y_2} \Phi(x, y_1, y_2, t)\} dx dy_1 dy_2 \end{aligned}$$

・・・(3-3-22)

[0274] 映像化関数は、式（3-3-22）の関数を用いて、次式（3-3-23）のように表現される。

[0275] [数132]

$$\begin{aligned} \rho(x, y, z) \\ &= \int_0^{\infty} \varphi(x, y, z, k) \left(\frac{dk}{dk_{\xi}} \right) dk_{\xi} \\ &= \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(k\alpha x + k\beta y + k\beta y)}}{(2\pi)^3} e^{-i(k_{\xi} x + k_{\eta_1} y + k_{\eta_2} y)} \\ &\quad \cdot e^{ik_{\xi} z} \tilde{\Psi}(k_{\xi}, k_{\eta_1}, k_{\eta_2}, k) \left(\frac{dk}{dk_{\xi}} \right) dk_{\xi} dk_{\eta_1} dk_{\eta_2} dk_{\xi} \end{aligned}$$

・・・(3-3-23)

[0276] ここで、各変数は、次式（3-3-24）のように定められる。

[0277]

[数133]

$$k_{\zeta} = \sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2})^2 - k_{\zeta}^2}$$

$$k = \frac{1}{2} \sqrt{k_{\zeta}^2 + k_{\zeta}^2 + 2(k_{\eta_1}^2 + k_{\eta_2}^2) + \frac{(k_{\eta_1}^2 - k_{\eta_2}^2)^2}{k_{\zeta}^2 + k_{\zeta}^2}}$$

$$\frac{dk}{dk_{\zeta}} = \frac{k_{\zeta} \sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2}}{k(k_{\zeta}^2 + k_{\zeta}^2)}$$

$$\dots (3-3-24)$$

[0278] 上記によって、ドップラー効果が反映された映像化関数が簡略化される。

[0279] <3-4 ドップラー効果によって生じる誤差>

本節では、ドップラー効果によって生じる誤差であって、本章の散乱場理論によって改善される誤差が、1次元を想定して検討される。ここでは、送受アンテナが原点 $x = 0$ に位置する。送信波が $e^{kx - i\omega t}$ で表現され、波数のドップラーシフトが $\alpha k = (2v/c)k$ である場合、反射波は、 $k_d = k + \alpha k$ を用いて、次式 (3-4-1) のように表現される。

[0280] [数134]

$$e^{-k_d x - i\omega t}$$

$$\dots (3-4-1)$$

[0281] この場合、次式 (3-4-2) が成立する。

[0282] [数135]

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2ikx} \{e^{ikx_0} e^{i(k+\alpha k)x_0}\} dk = \delta(2x - 2x_0 - \alpha x_0)$$

$$\dots (3-4-2)$$

[0283] ここで、 $\{\}$ 内は、散乱場関数を示す。また、ベースバンド伝送が想定されている。

[0284] ドップラーシフトがない場合、 $\alpha = 0$ に基づいて、 $x = x_0$ において飛翔体が位置すると推定される。ドップラーシフトがあれば、 $\alpha = 2v/c$ に基づいて、次式 (3-4-3) の x において飛翔体が位置すると推定される。

[0285] [数136]

$$x = x_0 + \frac{\alpha x_0}{2} = x_0 + \frac{v}{c} x_0$$

$$\dots (3-4-3)$$

[0286] ここで、 c は、波動の速度を示し、 v は飛翔体の速度を示す。したがって、ドップラーシフトによって生じる誤差は、 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/秒}$ 、及び、 $v = 5 \times 300 \text{ m/秒}$ において、 $x_0 = 100 \text{ km}$ 先で、 $(v/c) \times x_0 = 0.5 \text{ m}$ であり、 $x_0 = 1000 \text{ km}$ 先では、 $(v/c) \times x_0 = 5 \text{ m}$ である。

[0287] また、飛翔体の速度 v は、次のように求められる。飛翔体が、時間 Δt の間に $x = x_1$ から $x = x_2$ へ移動する場合、 x_1 及び x_2 は、次式 (3-4-4) によって表現される。

[0288] [数137]

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + \frac{v}{c} x_0 \\ x_2 &= (x_0 - v\Delta t) + \frac{v}{c} (x_0 - v\Delta t) \\ &\dots (3-4-4) \end{aligned}$$

[0289] 式 (3-4-4) から次式 (3-4-5) が得られ、速度 v が求められる。

[0290] [数138]

$$\begin{aligned} \frac{x_1 - x_2}{\Delta t} &= v + v \frac{v}{c} \approx v \\ &\dots (3-4-5) \end{aligned}$$

[0291] つまり、ドップラーシフトがあっても速度は、本章第1節の方法等によって、ほぼ正確に求められるのでドップラーシフトによって生じる誤差は容易に除去できる。

[0292] <3-5 変形例>

本章において、暫定的な映像化関数を用いて導出される速度が用いられている。しかしながら、他の方法で定められる速度が用いられてもよい。例えば、物体の速度が、既知である場合、既知の速度が用いられてもよい。あるいは、ドップラーセンサ等のような他の速度センサを用いて計測された速度が用いられてもよい。また、物体の性質等に基づいて物体の速度として推定される速度が用いられてもよい。

[0293] また、本章において、1次元配列の例に、物体の移動が考慮された散乱場

理論が適用されている。しかしながら、さらに、2次元配列及び準2次元配列の例に、物体の移動が考慮された散乱場理論が適用されてもよい。

[0294] <4 映像化装置の構成及び動作>

上述された内容に基づいて、以下に、散乱波の計測データを用いて計測領域における物体を映像化する映像化装置の構成及び動作を示す。

[0295] ここで、散乱波の計測に用いられる波動は、例えば、電波であり、マイクロ波、ミリ波又はテラヘルツ波等であってもよい。また、波動として光又は音等が用いられてもよい。また、計測領域は、空中の領域であってもよく、物体は、飛翔体であってもよい。計測領域における物体は、周辺の媒質の物理特性とは異なる物理特性を有する。具体的には、この物理特性は、波動の反射率に対応する物理特性である。波動として電波が用いられる場合、物理特性は誘電率であってもよい。

[0296] 図6は、本実施の形態における映像化装置の基本構成図である。図6に示された映像化装置100は、複数の送信器101、複数の受信器102及び情報処理回路103を備える。また、映像化装置100は、ディスプレイ104を備えていてもよい。

[0297] 各送信器101は、波動を送信する回路である。具体的には、各送信器101は、計測領域へ波動を送信する。また、各送信器101は、送信アンテナであってもよいし、複数の送信アンテナ素子等のような複数の送信素子で構成されていてもよい。

[0298] 各受信器102は、波動の散乱波を受信する回路である。具体的には、各受信器102は、計測領域から波動の散乱波を受信する。また、各受信器102は、受信アンテナであってもよいし、複数の受信アンテナ素子等のような複数の受信素子で構成されていてもよい。

[0299] 複数の送信器101及び複数の受信器102は、1次元配列で配置されてもよいし、2次元配列で配置されてもよいし、準2次元配列で配置されていてもよい。

[0300] 情報処理回路103は、情報処理を行う回路である。具体的には、情報処

理回路 103 は、散乱波の計測データを取得し、散乱波の計測データを用いて、計測領域における物体を映像化する。例えば、情報処理回路 103 は、計測データを用いて物体を映像化する際に、上述された理論に示される演算処理を行う。

[0301] また、情報処理回路 103 は、コンピュータ、又は、コンピュータのプロセッサであってもよい。情報処理回路 103 は、メモリからプログラムを読み出し、プログラムを実行することにより情報処理を行ってもよい。また、情報処理回路 103 は、計測データに基づいて、計測領域における物体を映像化する専用回路であってもよい。

[0302] また、情報処理回路 103 は、複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 と通信可能であってもよい。そして、情報処理回路 103 は、複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 の動作を制御してもよい。また、情報処理回路 103 は、複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 から位置情報及び計測データを取得してもよい。

[0303] また、情報処理回路 103 は、物体の映像化において、物体を示す画像を生成してもよい。そして、情報処理回路 103 は、物体を示す画像をディスプレイ 104 等に出力してもよい。あるいは、情報処理回路 103 は、物体を示す画像をプリンタ（図示せず）に出力してもよい。あるいは、情報処理回路 103 は、有線又は無線の通信によって画像を電子データとして他の装置（図示せず）に送信してもよい。

[0304] ディスプレイ 104 は、液晶ディスプレイ等のディスプレイ装置である。なお、ディスプレイ 104 は、任意の構成要素であって、必須の構成要素ではない。また、ディスプレイ 104 は、映像化装置 100 を構成しない外部の装置であってもよい。

[0305] 図 7 は、図 6 に示された映像化装置 100 の基本動作を示すフローチャートである。具体的には、図 6 に示された映像化装置 100 の複数の送信器 101、複数の受信器 102 及び情報処理回路 103 等が、図 7 に示された動作を行う。

- [0306] まず、各送信器 101 は、計測領域へ波動を送信する (S101)。そして、各受信器 102 は、計測領域から波動の散乱波を受信する (S102)。そして、情報処理回路 103 は、散乱波の計測データを用いて、計測領域における物体を映像化する (S103、S104、S105)。
- [0307] 具体的には、情報処理回路 103 は、物体の映像化において、まず、散乱場関数を計測データ及び物体の速度ベクトルを用いて導出する (S103)。ここで、散乱場関数は、波動の送信位置及び散乱波の受信位置が入力されて受信位置における散乱波の量が出力される関数である。情報処理回路 103 は、散乱場関数の導出において、速度ベクトルに対応するドップラー効果によって波動の波数から散乱波の波数が変化することを散乱場関数に反映させる。
- [0308] 次に、情報処理回路 103 は、散乱場関数を用いて、映像化関数を導出する (S104)。ここで、映像化関数は、映像化対象位置が入力されて映像化対象位置の画像強度が出力される関数であって、送信位置及び受信位置として映像化対象位置を散乱場関数に入力することで散乱場関数から出力される量を用いて定められる関数である。
- [0309] 最後に、情報処理回路 103 は、映像化関数を用いて、計測領域における物体を映像化する (S105)。
- [0310] これにより、映像化装置 100 は、物体の移動に伴うドップラー効果が反映された散乱場関数及び映像化関数を導出することができる。したがって、映像化装置 100 は、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。
- [0311] 例えば、複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 は、y 軸に平行な直線上に配置されてもよい。
- [0312] そして、情報処理回路 103 は、

[数139]

$$\left[\frac{1}{4}\{\square_4 - 2(ik)^2\}^2 - D_{y_1}^2 D_{y_2}^2 + (ik)^2(D_{y_1}^2 + D_{y_2}^2) - (ik)^4\right]\varphi = 0$$

$$\square_4 = D_x^2 + D_{y_1}^2 + D_{y_2}^2 + D_z^2$$

$$D_x = \partial_x - ik\alpha$$

$$D_{y_1} = \partial_{y_1} - ik\beta$$

$$D_{y_2} = \partial_{y_2} - ik\beta$$

$$D_z = \partial_z$$

で表現される方程式の

[数140]

$$\varphi$$

に関する解を散乱場関数として導出してもよい。

[0313] ここで、方程式の x 及び z は、送信位置及び受信位置の x 座標及び z 座標を示す。方程式の y_1 は、送信位置の y 座標を示し、方程式の y_2 は、前記受信位置の y 座標を示す。 k は、波動の波数を示す。 α は、 $\alpha = 2 v_x / c$ で定められる。 β は、 $\beta = v_y / c$ で定められる。 v_x 及び v_y は、速度ベクトルの x 成分及び y 成分を示す。 c は、波動の速さを示す。

[0314] これにより、映像化装置 100 は、ドップラー効果が反映された方程式から散乱場関数を導出することができ、導出された散乱場関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0315] 例えば、散乱場関数は、

[数141]

$$\begin{aligned} & \varphi(x, y_1, y_2, z, k) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ & \quad \cdot e^{iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2} + \sqrt{k^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \end{aligned}$$

で表現されてもよい。

[0316] ここで、散乱場関数の x 及び z は、送信位置及び受信位置の x 座標及び z 座標を示す。散乱場関数の y_1 は、送信位置の y 座標を示し、散乱場関数の y

y_2 は、受信位置の y 座標を示す。 k_x 、 k_{y1} 及び k_{y2} は、散乱場関数の x 、 y_1 及び y_2 に関する波数に対応する変数を示す。

[0317] また、

[数142]

$$\tilde{\Phi}$$

は、フーリエ変換された計測データを示す。

[0318] これにより、映像化装置 100 は、直線上に配置された複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 によって得られる計測データから導出される散乱場関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0319] また、例えば、映像化関数は、

[数143]

$$\rho(x, y, z) = \int_0^\infty \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} [\varphi(x, y_1, y_2, z, k)] dk$$

で表現されてもよい。

[0320] ここで、映像化関数の x 、 y 及び z は、映像化対象位置の x 座標、 y 座標及び z 座標を示す。

[0321] これにより、映像化装置 100 は、直線上に配置された複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 によって得られる計測データから導出される映像化関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0322] また、例えば、映像化関数は、

[数144]

$$\begin{aligned} & \tilde{\Psi}(k_x, k_{y1}, k_{y2}, k) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ickt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_x x + k_{y1} y_1 + k_{y2} y_2)} \left\{ e^{-ik \alpha x - ik \beta y_1 - ik \beta y_2} \Phi(x, y_1, y_2, t) \right\} dx dy_1 dy_2 \end{aligned}$$

で定められる関数を用いて、

[数145]

$$\begin{aligned} \rho(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(k\alpha x + k\beta y - k\beta y)} e^{-i(k_{\xi}x - k_{\eta_1}y + k_{\eta_2}y)}}{(2\pi)^3} \\ &\quad \cdot e^{ik_{\xi}z} \tilde{\Psi}(k_{\xi}, k_{\eta_1}, k_{\eta_2}, k) \left(\frac{dk}{dk_{\xi}} \right) dk_{\xi} dk_{\eta_1} dk_{\eta_2} dk_{\xi} \end{aligned}$$

で表現されてもよい。

[0323] ここで、映像化関数の x 、 y 及び z は、映像化対象位置の x 座標、 y 座標及び z 座標を示す。 Φ は、計測データを示す。

[0324] また、 k_{ξ} 、 k_{η_1} 、 k_{η_2} 、 k_{ξ} 及び dk/dk_{ξ} は、

[数146]

$$\begin{aligned} k_{\xi} &= k_x + k\alpha \\ k_{\eta_1} &= k_{y_1} + k\beta \\ k_{\eta_2} &= k_{y_2} + k\beta \\ k_{\xi} &= \sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2})^2 - k_{\xi}^2} \\ \frac{dk}{dk_{\xi}} &= \frac{k_{\xi} \sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2}}{k(k_{\xi}^2 + k_{\xi}^2)} \end{aligned}$$

で定められる。

[0325] これにより、映像化装置 100 は、直線上に配置された複数の送信器 101 及び複数の受信器 102 によって得られる計測データから導出される、複雑度が抑制された映像化関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0326] また、例えば、情報処理回路 103 は、速度ベクトルを用いずに計測データを用いて暫定的な散乱場関数を導出してもよい。そして、情報処理回路 103 は、暫定的な散乱場関数を用いて暫定的な映像化関数を導出してもよい。そして、情報処理回路 103 は、暫定的な映像化関数を用いて速度ベクトルを導出してもよい。

[0327] これにより、映像化装置 100 は、物体の速度ベクトルを用いずに導出される暫定的な散乱場関数及び暫定的な映像化関数を用いて物体の速度ベクトルを導出することができる。そして、映像化装置 100 は、速度ベクトルを

用いて導出される散乱場関数及び映像化関数を用いて、計測領域において移動する物体を高い精度で映像化することができる。

[0328] また、例えば、情報処理回路 103 は、速度ベクトルの導出において、

[数147]

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2a+2\varepsilon & e & g \\ e & 2b+2\varepsilon & f \\ g & f & 2c+2\varepsilon \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} h \\ m \\ n \end{pmatrix}$$

で表現される演算式を用いて速度ベクトルを導出してもよい。

[0329] ここで、演算式の a、b、c、e、f、g、h、m 及び n は、

[数148]

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\ b &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\ c &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\ e &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x k_y |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\ f &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y k_z |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\ g &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z k_x |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\ h &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_x \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\ m &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_y \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\ n &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_z \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \end{aligned}$$

で定められる。

[0330] また、 v_x 、 v_y 及び v_z は、速度ベクトルの x 成分、y 成分及び z 成分を示す。 ε は、正の値を示す。 ρ_k は、 τ を複数の入力変数のうちの 1 つとして有し、かつ、x、y 及び z に関してフーリエ変換された暫定的な映像化関数を示す。演算式の k_x 、 k_y 及び k_z は、暫定的な映像化関数の x、y 及び z に関する波数を示す。

[0331] また、

[数149]

$\mathbf{k}$

は、演算式の k_x 、 k_y 及び k_z で構成される波数ベクトルを示す。 τ は、データの採取回数に相当する時間単位を示す。 $cc.$ は、 $cc.$ の直前の項の複素共役を示す。

[0332] また、

[数150]

$\bar{\rho}_k$

は、 ρ_k の複素共役を示す。

[0333] これにより、映像化装置 100 は、演算式を用いて、暫定的な映像化関数から物体の速度ベクトルを導出することができる。

[0334] また、例えば、波動は、マイクロ波であってもよい。これにより、映像化装置 100 は、計測領域における水分で波動が減衰することをより短波長の電磁波に比べて抑制することができる。

[0335] また、例えば、上記の基本構成及び基本動作において示された複数の送信器 101、複数の受信器 102、情報処理回路 103、散乱場関数及び映像化関数等には、本実施の形態において示された他の構成要素、式及び変数等が適宜適用され得る。また、本実施の形態において示された散乱場関数及び映像化関数等は、適宜変形して適用されてもよい。例えば、上述された数式と実質的に同じ内容を他の表現で示す数式が用いられてもよいし、上述された理論に基づいて導出される他の数式が用いられてもよい。

[0336] (補足)

以上、映像化装置の態様を実施の形態に基づいて説明したが、映像化装置の態様は、実施の形態に限定されない。実施の形態に対して当業者が思いつく変形が施されてもよいし、実施の形態における複数の構成要素が任意に組み合わせられてもよい。例えば、実施の形態において特定の構成要素によって実行される処理を特定の構成要素の代わりに別の構成要素が実行してもよい。

。また、複数の処理の順序が変更されてもよいし、複数の処理が並行して実行されてもよい。

[0337] また、映像化装置の各構成要素で行われるステップを含む映像化方法が、任意の装置又はシステムによって実行されてもよい。例えば、映像化方法の一部又は全部が、プロセッサ、メモリ及び入出力回路等を備えるコンピュータによって実行されてもよい。その際、コンピュータに映像化方法を実行させるためのプログラムがコンピュータによって実行されることにより、映像化方法が実行されてもよい。

[0338] また、非一時的なコンピュータ読み取り可能な記録媒体に、上記のプログラムが記録されていてもよい。

[0339] また、映像化装置の各構成要素は、専用のハードウェアで構成されてもよいし、上記のプログラム等を実行する汎用のハードウェアで構成されてもよいし、これらの組み合わせで構成されてもよい。また、汎用のハードウェアは、プログラムが記録されたメモリ、及び、メモリからプログラムを読み出して実行する汎用のプロセッサ等で構成されてもよい。ここで、メモリは、半導体メモリ又はハードディスク等でもよいし、汎用のプロセッサは、CPU等でもよい。

[0340] また、専用のハードウェアが、メモリ及び専用のプロセッサ等で構成されてもよい。例えば、専用のプロセッサが、計測データを記録するためのメモリを参照して、上記の映像化方法を実行してもよい。

[0341] また、映像化装置の各構成要素は、電気回路であってもよい。これらの電気回路は、全体として1つの電気回路を構成してもよいし、それぞれ別々の電気回路であってもよい。また、これらの電気回路は、専用のハードウェアに対応していてもよいし、上記のプログラム等を実行する汎用のハードウェアに対応していてもよい。

[0342] また、映像化装置は、物理的に一体の装置であることに限られず、分散して配置された複数のサブ装置を備えていてもよい。また、映像化装置は、映像化システムと表現されてもよい。

産業上の利用可能性

[0343] 本開示の一態様は、散乱波の計測データを用いて、計測領域における物体を映像化する映像化装置に有用であり、計測領域において移動する物体を探索する探索システム等に適用可能である。

符号の説明

[0344] 1 0 0 映像化装置
 1 0 1 送信器
 1 0 2 受信器
 1 0 3 情報処理回路
 1 0 4 ディスプレイ

請求の範囲

- [請求項1] それぞれが計測領域へ波動を送信する複数の送信器と、
 それぞれが前記計測領域から前記波動の散乱波を受信する複数の受信器と、
 前記散乱波の計測データを用いて、前記計測領域における物体を映像化する情報処理回路とを備え、
 前記情報処理回路は、前記物体の映像化において、
 前記波動の送信位置及び前記散乱波の受信位置が入力されて前記受信位置における前記散乱波の量が出力される散乱場関数を前記計測データ及び前記物体の速度ベクトルを用いて導出し、
 映像化対象位置が入力されて前記映像化対象位置の画像強度が出力される映像化関数であって、前記送信位置及び前記受信位置として前記映像化対象位置を前記散乱場関数に入力することで前記散乱場関数から出力される量を用いて定められる映像化関数を導出し、
 前記映像化関数を用いて、前記計測領域における前記物体を映像化し、
 前記情報処理回路は、前記散乱場関数の導出において、前記速度ベクトルに対応するドップラー効果によって前記波動の波数から前記散乱波の波数が変化することを前記散乱場関数に反映させる
 映像化装置。
- [請求項2] 前記複数の送信器及び前記複数の受信器は、 y 軸に平行な直線上に配置され、
 前記情報処理回路は、

[数1]

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{4} \{ \square_4 - 2(ik)^2 \}^2 - D_{y_1}^2 D_{y_2}^2 + (ik)^2 (D_{y_1}^2 + D_{y_2}^2) - (ik)^4 \right] \varphi = 0 \\ & \square_4 = D_x^2 + D_{y_1}^2 + D_{y_2}^2 + D_z^2 \\ & D_x = \partial_x - ik\alpha \\ & D_{y_1} = \partial_{y_1} - ik\beta \\ & D_{y_2} = \partial_{y_2} - ik\beta \\ & D_z = \partial_z \end{aligned}$$

で表現される方程式の

[数2]

 φ

に関する解を前記散乱場関数として導出し、

前記方程式の x 及び z は、前記送信位置及び前記受信位置の x 座標及び z 座標を示し、前記方程式の y_1 は、前記送信位置の y 座標を示し、前記方程式の y_2 は、前記受信位置の y 座標を示し、 k は、前記波動の波数を示し、 α は、 $\alpha = 2 v_x / c$ で定められ、 β は、 $\beta = v_y / c$ で定められ、 v_x 及び v_y は、前記速度ベクトルの x 成分及び y 成分を示し、 c は、前記波動の速さを示す

請求項 1 に記載の映像化装置。

[請求項3]

前記散乱場関数は、

[数3]

$$\begin{aligned} & \varphi(x, y_1, y_2, z, k) \\ & = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(k_x x + k_{y_1} y_1 + k_{y_2} y_2)} \tilde{\Phi}(k_x, k_{y_1}, k_{y_2}, k) \\ & \quad \cdot e^{iz \sqrt{\left\{ \sqrt{k^2 - (k_{y_1} + k\beta)^2} + \sqrt{k^2 - (k_{y_2} + k\beta)^2} \right\}^2 - (k_x + k\alpha)^2}} dk_x dk_{y_1} dk_{y_2} \end{aligned}$$

で表現され、

前記散乱場関数の x 及び z は、前記送信位置及び前記受信位置の x 座標及び z 座標を示し、前記散乱場関数の y_1 は、前記送信位置の y 座標を示し、前記散乱場関数の y_2 は、前記受信位置の y 座標を示し

、 k_x 、 k_{y1} 及び k_{y2} は、前記散乱場関数の x 、 y_1 及び y_2 に関する波数に対応する変数を示し、

[数4]

$$\tilde{\Phi}$$

は、フーリエ変換された前記計測データを示す

請求項2に記載の映像化装置。

[請求項4]

前記映像化関数は、

[数5]

$$\rho(x, y, z) = \int_0^{\infty} \lim_{y_2 \rightarrow y_1 = y} [\varphi(x, y_1, y_2, z, k)] dk$$

で表現され、

前記映像化関数の x 、 y 及び z は、前記映像化対象位置の x 座標、 y 座標及び z 座標を示す

請求項3に記載の映像化装置。

[請求項5]

前記映像化関数は、

[数6]

$$\begin{aligned} & \tilde{\Psi}(k_{\xi}, k_{\eta_1}, k_{\eta_2}, k) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ickt} dt \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(k_{\xi}x + k_{\eta_1}y_1 + k_{\eta_2}y_2)} \left\{ e^{-ik\alpha x - ik\beta y_1 - ik\beta y_2} \Phi(x, y_1, y_2, t) \right\} dx dy_1 dy_2 \end{aligned}$$

で定められる関数を用いて、

[数7]

$$\begin{aligned} & \rho(x, y, z) \\ &= \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(k\alpha x + k\beta y + k\beta y)}}{(2\pi)^3} e^{-i(k_{\xi}x + k_{\eta_1}y + k_{\eta_2}y)} \\ & \quad \cdot e^{ik_{\xi}z} \tilde{\Psi}(k_{\xi}, k_{\eta_1}, k_{\eta_2}, k) \left(\frac{dk}{dk_{\xi}} \right) dk_{\xi} dk_{\eta_1} dk_{\eta_2} dk_{\xi} \end{aligned}$$

で表現され、

前記映像化関数の x 、 y 及び z は、前記映像化対象位置の x 座標、 y 座標及び z 座標を示し、 Φ は、前記計測データを示し、 k_{ξ} 、 k_{η_1}

、 k_{η_2} 、 k_{ζ} 及び dk/dk_{ζ} は、

[数8]

$$\begin{aligned} k_{\zeta} &= k_x + k\alpha \\ k_{\eta_1} &= k_{y_1} + k\beta \\ k_{\eta_2} &= k_{y_2} + k\beta \\ k_{\zeta} &= \sqrt{(\sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} + \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2})^2 - k_{\zeta}^2} \\ \frac{dk}{dk_{\zeta}} &= \frac{k_{\zeta} \sqrt{k^2 - k_{\eta_1}^2} \sqrt{k^2 - k_{\eta_2}^2}}{k(k_{\zeta}^2 + k_{\zeta}^2)} \end{aligned}$$

で定められる

請求項3に記載の映像化装置。

[請求項6]

前記情報処理回路は、

前記速度ベクトルを用いずに前記計測データを用いて暫定的な散乱場関数を導出し、

前記暫定的な散乱場関数を用いて暫定的な映像化関数を導出し、

前記暫定的な映像化関数を用いて前記速度ベクトルを導出する

請求項1～5のいずれか1項に記載の映像化装置。

[請求項7]

前記情報処理回路は、前記速度ベクトルの導出において、

[数9]

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2a+2\varepsilon & e & g \\ e & 2b+2\varepsilon & f \\ g & f & 2c+2\varepsilon \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} h \\ m \\ n \end{pmatrix}$$

で表現される演算式を用いて前記速度ベクトルを導出し、

前記演算式の a 、 b 、 c 、 e 、 f 、 g 、 h 、 m 及び n は、

[数10]

$$\begin{aligned}
a &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\
b &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\
c &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z^2 |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 \\
e &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_x k_y |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\
f &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_y k_z |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\
g &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint k_z k_x |\rho_k|^2 d\mathbf{k}^3 + cc. \\
h &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_x \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\
m &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_y \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc. \\
n &= \frac{-i}{(2\pi)^3} \iiint k_z \rho_k \cdot \partial_\tau \bar{\rho}_k d\mathbf{k}^3 + cc.
\end{aligned}$$

で定められ、

v_x 、 v_y 及び v_z は、前記速度ベクトルの x 成分、 y 成分及び z 成分を示し、 ε は、正の値を示し、 ρ_k は、 τ を複数の入力変数のうちの1つとして有し、かつ、 x 、 y 及び z に関してフーリエ変換された前記暫定的な映像化関数を示し、前記演算式の k_x 、 k_y 及び k_z は、前記暫定的な映像化関数の x 、 y 及び z に関する波数を示し、

[数11]

$\mathbf{k}$

は、前記演算式の k_x 、 k_y 及び k_z で構成される波数ベクトルを示し、 τ は、データの採取回数に相当する時間単位を示し、 $cc.$ は、 c の直前の項の複素共役を示し、

[数12]

$\bar{\rho}_k$

は、 ρ_k の複素共役を示す

請求項 6 に記載の映像化装置。

[請求項8]

複数の送信器のそれぞれから、計測領域へ波動を送信するステップと、

複数の受信器のそれぞれにおいて、前記計測領域から前記波動の散乱波を受信するステップと、

前記散乱波の計測データを用いて、前記計測領域における物体を映像化するステップとを含み、

前記物体を映像化するステップは、

前記波動の送信位置及び前記散乱波の受信位置が入力されて前記受信位置における前記散乱波の量が出力される散乱場関数を前記計測データ及び前記物体の速度ベクトルを用いて導出するステップと、

映像化対象位置が入力されて前記映像化対象位置の画像強度が出力される映像化関数であって、前記送信位置及び前記受信位置として前記映像化対象位置を前記散乱場関数に入力することで前記散乱場関数から出力される量を用いて定められる映像化関数を導出するステップと、

前記映像化関数を用いて、前記計測領域における前記物体を映像化するステップとを含み、

前記散乱場関数を導出するステップでは、前記速度ベクトルに対応するドップラー効果によって前記波動の波数から前記散乱波の波数が変化することを前記散乱場関数に反映させる

映像化方法。